

Тодор Давчев

НАДЕЖНОСТ НА ТЕХНИЧКИТЕ СИСТЕМИ

Скопје, 1992

CIP - Каталогизација во публикација Народна и
универзитетска библиотека "Климент Охридски", Скопје
62-192(075.8)

ДАВЧЕВ, Тодор

Надежност на техничките системи: {учебник} / Тодор
Давчев. - Скопје: Македонска организација за квалитет и
стандардизација, 1991. - 291 стр. : илустр. ; 24см.

Библиографија: стр. 283-2891.

а) Техничките системи - Надежност - Учебници

Проф. др Тодор Давчев
НАДЕЖНОСТ НА ТЕХНИЧКИТЕ СИСТЕМИ

- Рецензенти** Проф. др Јован Тодоровиќ
Доц. др Мирјана Стефанова
- Лектура** Тамара Арсова
- Издавач** Македонска организација за квалитет и стандардизација - Скопје
- Соиздавач** "ЕУРОИНВЕСТ - 11 ОКТОМВРИ" а.д. - Прилеп
- Спонзори** "ЕУРОИНВЕСТ - 11 ОКТОМВРИ" а.д. - Прилеп
- ЕУРОМЕТИНГ д.о.о.
- ЕУРОЛАМИНАТИ д.о.о.
- ЕУРОКОМПОЗИТ д.о.о.
- ЕУРОМЕХАНИКА д.о.о.
- ЕУРОТЕК д.о.о.
- ЕУРОПРОФИЛ д.о.о.
- ЕУРОТРЕЈД д.о.о.

РУДНИЦИ И ЖЕЛЕЗАРНИЦА "СКОПЈЕ" - Скопје

"РАДЕ КОНЧАР - АПАРАТНА ТЕХНИКА" а.д. - Скопје

ЕМО а.д. - Охрид

"МИКРОН" а.д. - Прилеп

МЕТАЛСКИ ЗАВОД "ТИГО" а.д. - Скопје

- ОПРЕМА ЗА ВОЗИЛА д.о.о.

- ХЕПОС д.о.о.

- ЛЕАРНИЦА д.о.о.

- ОПРЕМА д.о.о.

- ФАМ д.о.о.

ЖТП - ПОГОН ВЛЕЧА НА ВОЗОВИ - Скопје

ФАС "11 ОКТОМВРИ" - Скопје

О.П. "СУВЕНИР" - Самоков

ЈУГОИНСПЕКТ - Скопје

"ХЕРОЈ ТОЗА ДРАГОВИЌ" - Охрид

ФЗЦ "11 ОКТОМВРИ" - Куманово

"ЛИХНИДА" - Охрид

ТУТУНОВ КОМБИНАТ - Куманово

"БРАТСТВО" - Охрид

"ТЕХНОГАС" - Скопје

"МЕТАЛЕЦ" - Битола

АТОМ - Кочани

ПРЕДГОВОР

Современите технички системи се одликуваат со се поголема сложеност и подобри експлоатациони својства. Поради таквиот развој на системите почна да расте и веројатноста од појава на откази во нив, а со тоа и веројатноста за влошување на нивните експлоатациони својства или престанок на нивното работење.

Увидувајќи го тоа, производителите на техничките системи, со цел да ја зголемат конкурентноста на своите производи, почнаа да обрнуваат се поголемо внимание на надежноста - својството на производот да успешно ја извршува зададената функција и да ги сочува експлоатационите својства во одредени граници во тек на што подолг временски период.

Губитоците во стопанството се огромни поради застоите во работењето на техничките системи и поради интервенциите за отклонување на отказите во нив. Трошоците за одржување на недоволно надежните системи во текот на нивниот работен век можат да ја надминат цената на самиот систем. Некадежното работење на некои технички системи може да биде причина и за губиток на човечки животи.

Досегашниот однос на нашите производители на технички системи и на нивните елементи, кон квалитетот на своите производи, општо земено, не е задоволителен. Меѓутоа, во последно време, со отварањето на домашниот пазар и со жељбата за вклучување во меѓународниот пазар, ги тера производителите и корисниците на техничките системи, да го менуваат односот кон квалитетот на производите во поширока смисла на зборот. Во таа смисла се и промените во односот кон надежноста на производот, која што е една од најважните компоненти на неговиот квалитет.

Од неодамна во наставните планови и програми на редовните и постдипломските студии на некои наши технички факултети се воведени предавања од надежноста на техничките системи. Меѓутоа, факт е дека голем број инженери многу малку или воопшто не ја познаваат оваа релативно нова научна област.

Сметам дека оваа книга во извесна мерка ќе ја пополни празнината која што постои во нашата стручна литература од областа на квалитетот на производите и на читателот ќе му овозможи да се запознае со надежноста на системите и неговите компоненти, проблематика која е од големо значење за современото производство.

Книгата е наменета за техничките лица кои што учествуваат во разни етапи на создавањето на техничкиот систем - проектирањето, производството, контролата и испитувањето, како и за оние во експлоатацијата. Таа е наменета и за студентите и постдипломците на оние технички факултети на кои што се изучува надежноста на техничките системи.

Им се заблагодарувам на сите оние кои на било каков начин учествуваа во подготовката на ракописот за печатење. Особено благодарност им должам на издавачот, издавачот и спонзорите, без чија што помош книгата неможеме да биде печатена.

Јас направив напор да дадам одреден допринос во оваа релативно ново и комплексно техничко подрачје. Колку во тоа сум успеал ќе пресудат читателите. Ќе им бидам благодарен на сите оние читатели кои со своите примедби и полезни сугестии ќе допринесат кон подобрувањето на текстот на книгата, а со тоа и на оваа подрачје на техничката активност кај нас.

Единствениот европски пазар "Европа '92" има дефинирано правила, обврски и одговорности во обезбедувањето на квалитетот на производите. Претпријатието што ќе сака да учествува на тој пазар мора да ги исполнува тие барања. Едно од многу важните показатели на квалитетот на производот е и неговата надежност.

Сакајќи да ја запознае пошироката техничка јавност со оваа релативно ново подрачје на техниката, Македонската организација за квалитет и стандардизација и Акционерското друштво "ЕУРОИНВЕСТ - 11 ОКТОМВРИ" одлучија да ја издадат книгата "Надежност на техничките системи" од проф д-р Тодор Давчев, сметајќи дека со тоа ќе придонесат кон проширување на знаењата од областа на квалитетот на производите.

Од издавачот и соиздавачот

1. В О В Е Д

Надежноста е еден од основните показатели на квалитетот на техничките системи. Дефиниција за надежноста на системите се наоѓа во повеќе стандарди и во литературата. Некои од тие дефиниции се:

– Надежност е својство на производот во одредени услови да ја изврши зададената функција во одреден временски период (JUS).

– Надежност е својство на производот да ја извршува зададената функција и да ги сочува експлоатационите својства во одредени граници, при одредени режими и услови на експлоатација, техничко одржување, ремонтирање, складирање и транспортирање (ГОСТ).

– Надежност е способност на еден елемент да ја извршува проектираната функција, под одредени услови и во одреден временски период (EOQC).

– Надежност на системот претставува веројатност дека системот при работа во одредени услови, задоволително ќе ги изврши зададените функции во тек на одреден временски интервал ¹⁾

– Надежност е способност на опремата да ги сочува своите излезни карактеристики во однапред зададените граници и под одредени работни услови ²⁾.

Од напред наведените дефиниции за надежноста може да се заклучи дека надежноста е функција од времето на работењето на системот. При нејзиното дефинирање е потребно да се назначени условите на експлоатацијата на системот како и критериумите за неисправноста на системот.

Бидејќи губитокот на зададените функции на системот (појавата на отказ во системот) е случајна појава, основен математички апарат на надежноста е теоријата на веројатноста и математичката статистика.

Треба да се напомене дека надежноста не ги третира прашањата што се во врска со подобрувањето на перформансите на системот (моќноста, коефициентот на полезното дејство, проду-

¹⁾ Kapur, C. K.; Lamberson, R. L.: Reliability in Engineering Design. John Wiley & Sons. 1977

²⁾ A. M. Polovko: Fundamentals of Reliability theory. Academic Press, 1968

ктивноста), туку нејзина цел е нив да ги одржи на задоволително ниво во текот на одреден временски период, т.е. да ги успори или елиминира дејствата на факторите што влијаат на нивното влошување.³⁾

За надежноста на системот треба да се води сметка при неговото проектирање, производство и експлоатацијата.

При проектирањето се поставуваат темелите на надежноста на системот. Тогаш се води сметка за квалитетни конструктивни решенија, правилно димензионирање, избор на материјал, технологија на изработка, начини на заштита од штетни надворешни влијанија, и др.⁴⁾

Во процесот на производството се реализира проектираната надежност на системот. Тоа е во тесна врска со примена на пропишаните материјали, технологијата на производството, монтажата, контролата на квалитетот на сите нивоа, испитувањето на новиот производ и др.

Надежноста се докажува во експлоатацијата при што се откриваат сите пропусти во проектирањето и производството на системот. Се разбира дека тука станува збор за оние пропусти што настануваат и покрај придржувањето на пропишаните експлоатациони услови, режими на работа и одржување на системот. Информациите за ненадежноста на системот во текот на неговата експлоатација се упатуваат до неговиот производител, и придонесуваат кон подобрувањето на надежноста на новите производи.

Подобрувањето на надежноста на системот треба да биде постојана задача на неговиот производител, бидејќи со тоа се зголемува конкурентноста на неговиот производ на пазарот. Губитоците во експлоатацијата на ненадежниот систем можат да бидат големи. Честите откази предизвикуваат и чести застои во работењето на системот, чести интервенции од страна на одржувачите на системот, зголемена потрошувачка на резервни делови и др., а сето тоа го зголемува трошокот на работењето на системот. Последиците од работењето на некои ненадежни системи можат да бидат катастрофални по човечките животи или материјалните добра.

3) Напомена: Поимот сигурност, за разлика од поимот надежност се дефинира на следниов начин: "Сигурност е непостоење на неприфатливи ризици за нанесување на лична штета." (EQCS)

4) Доколку ненадежноста се открива подалеку од конструкторската табла, дотолку е таа поскапа" А. Н. Туполев

Во надежноста често споменуван термин е "отказ". Отказ е престанок на способноста на системот да ги извршува бараните функции.

Нарушувањето на функцијата на системот може да биде делумен отказ. Делумен отказ (неисправност) е отказ кој што настанува како резултат на промената на карактеристиките на системот надвор од пропишаните граници, но промените не се такви за да настани целосен престанок на способноста за извршување на бараните функции.

На пример, возилото е неисправно, тоа е со делумен отказ, доколку потрошувачката на горивото е поголема од пропишаната, но тоа покрај таа неисправност извршува транспортна работа.

Што се однесува до терминот "систем", тоа е скуп на меѓусебно поврзани елементи во целина која може да врши одредена функција. Оттука произлегува дека за успешното функционирање на системот не е доволно само функционирањето на елементите во целината, туку и целосно, одредена релација меѓу нив.

Елементот се дефинира како потсистем, склоп, потсклоп или дел кој што може да биде поединечно посматран, или поединечно испитуван односно тестиран.

Системскиот приод кон проблемот овозможува да се врши одредување на системот во функција од посматрачот. На пример, системот за палење на моторот може да се посматра како систем сам за себе, чија функција е во одреден момент да создаде искра која што ќе ја запали горивната смеша. Меѓутоа, од друга страна посматрано, тој систем е само дел од моторот, а пак моторот е дел од системот што се вика возило. Возилото е, пак, дел од системот "човек – возило – околина" и. т. н.

Значи, дали она што се изучува ќе се нарече систем или елемент зависи од приодот кон проблемот што се изучува.

2. МЕТОДИ ЗА ОДРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА

2.1. КВАНТИТАТИВНИ КАРАКТЕРИСТИКИ НА НАДЕЖНОСТА

Надежноста на елементите, склоповите и машините (системите) се цени според податоците за појавата на отказите во нив, односно врз основа на податоците за нивната издржливост. Таквите податоци се добиваат при лабораториските или полигонски испитувања или од експлоатација.

Бидејќи појавата на отказот е случаен настан, настан кој што однапред точно не може да се одреди, методите за оцена на надежноста се базираат на методите на математичката статистика.

Врз основа на податоците за моментот на појавата на отказите на елементите, се одредува кумулативната функција на распределбата на појавата на отказите $F(t)$ – т.е. функцијата на ненадежната работа на елементот кој што е предмет на истражувањето. Бидејќи елементот може да биде во две состојби кои што меѓусебно се исклучуваат – т.е. или во исправна или во неисправна состојба, врз основа на теоремата за збирот на веројатноста [2,19], може да се напише оваа равенка

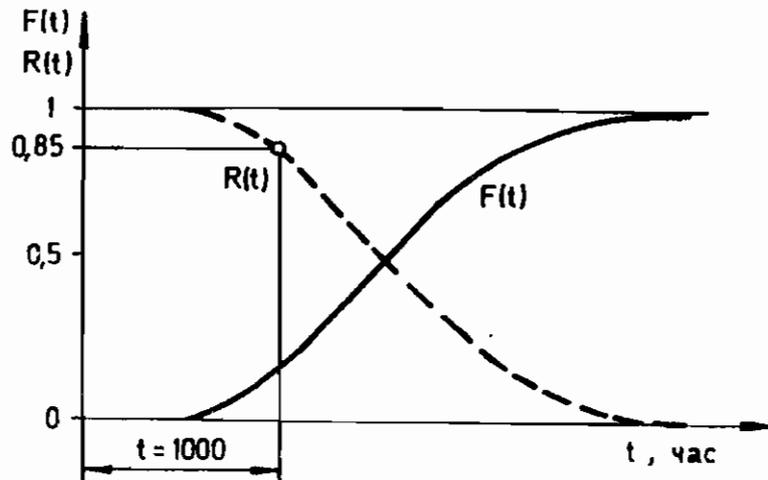
$$F(t) + R(t) = 1$$

кај што е $R(t)$ кумулативна функција на надежната работа на елементот. Случајната променлива t е обележје за издржливоста (трајноста) на елементот, кое што може да биде изразено на различни начини и тоа:

- време на експлоатација (часови, месеци, години)
- поминат пат (км)
- промена на оптоварувања (циклуси)
- зачестеност на употреба (количество промени)

На пример за голем број елементи кај авионите, тракторите, машините алатки, променливата (t) ќе биде времето на експлоатацијата; кај моторните возила – поминатиот пат; за издржливоста на динамички оптоварен елемент променливата ќе биде количество циклуси на оптоварување, и на пример, за стојниот трап на авионот бројот на слетувањата, за бравата на возилото бројот на отворањата и затворањата на вратата до појава на отказот.

Графички претставена равенката $F(t)+R(t)=1$ е дадена на сл. 2.1. Од неа се гледа дека вредноста на $F(t)$; односно $R(t)$ се движи меѓу нула и единица, а кривата $F(t)$ е симетрична на $R(t)$.



Сл. 2.1. Графичко претставување на кумулативната функција на распределбата на ненадежноста $F(t)$ и надежноста $R(t)$

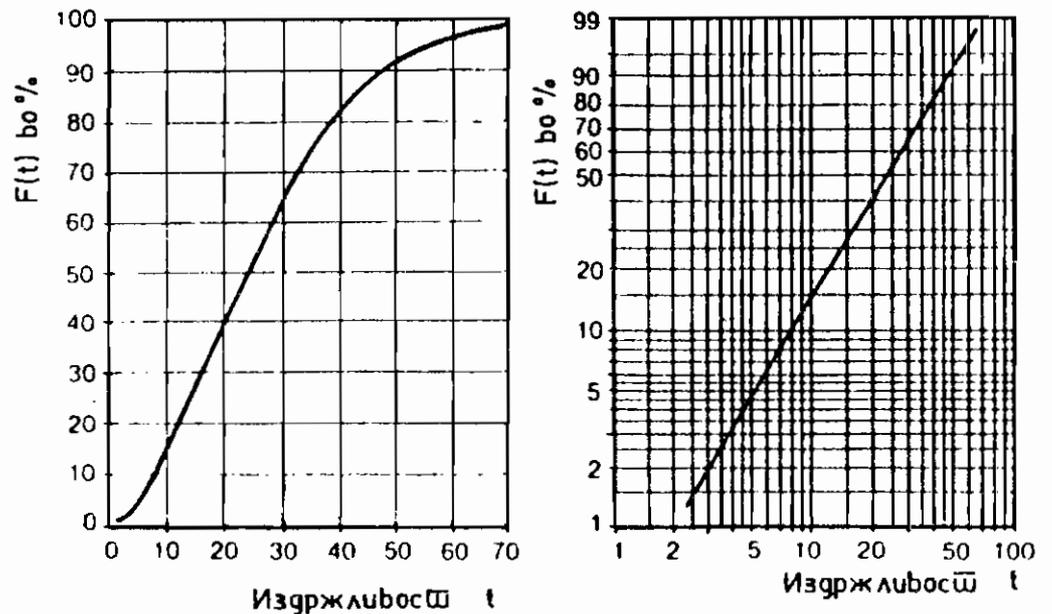
Например доколку во тек на 1000 часа работа надежноста на елементот изнесува 0,85 (види сл. 2.1) тоа значи дека од голем број извадоци на испитувани елементи од одреден тип, во просек 15% ќе откажат во текот на првите 1000 часа работа.

Кога кумулативната функција на распределбата на појавата на отказите $F(t)$ ќе се претстави во линеарен систем, се добива една крива линија во форма на буквата S, од која не е едноставно да се одредат вредностите на апсцисата и ординатата по целата нејзина должина (види сл. 2.2). Со промена на размерата на ординатната, односно на апсцисната оска, се претвора S – линијата во права линија, сл. 2.3. За различни видови распределби права линија се добива со интервенции врз координатните оски и тоа:

- кај нормалната распределба со поделба на скалата на ординатна според вредностите на Гаусовата функција,
- кај логаритамската распределба со додатна промена на апсцисната оска со логаритамска размера,
- кај експоненцијалната и Вејбуловата распределба со промена на ординатата според двојнологаритамска размера и на апсцисата со логаритамска размера.

Графичките методи за оцена на надежноста на елементите имаат предност во однос на аналитичките, затоа што овозможуваат да се обработат како целосните, така и нецелосните информации за појава на отказите. Тоа е една од причините за широката примена на овие методи во практиката.

Докажано е дека Вејбуловата распределба ги опфаќа сите останати напред наведени распределби, т.е. дека тие се посебни случаи на Вејбуловата распределба. Поради широкиот спектар на



Сл. 2. 2. Кумулативна функција на ненадежноста претставена во S облик

Сл. 2. 3. Кумулативна функција на ненадежноста во вид на права линија

распределби што ги опфаќа Вејбуловата распределба, со неа можат да бидат графички опфатени сите откази што настануваат во текот на вкупниот век на елементот: раните откази, откази во текот на нормалната експлоатација и отказите што настануваат поради абене или замор на елементите. Поради тоа во продолжение ќе биде применувана само Вејбуловата распределба.

2. 2. ВЕЈБУЛОВА РАСПРЕДЕЛБА

Кумулативната функција на Вејбуловата тропараметарска распределба на случајната променлива t е:

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^b \right]$$

Параметрите на оваа распределба се b , t_0 и T , кои што се одредуваат од информациите за појавата на отказите.

Кумулативната функција на распределбата на појавата на

—Тропараметрискиот израз за $f(t)$ за Вејбуловата распределба е:

$$f(t) = \frac{b}{T - t_0} \left[\frac{t - t_0}{T - t_0} \right]^{b-1} \cdot \exp \left[- \left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^b \right]$$

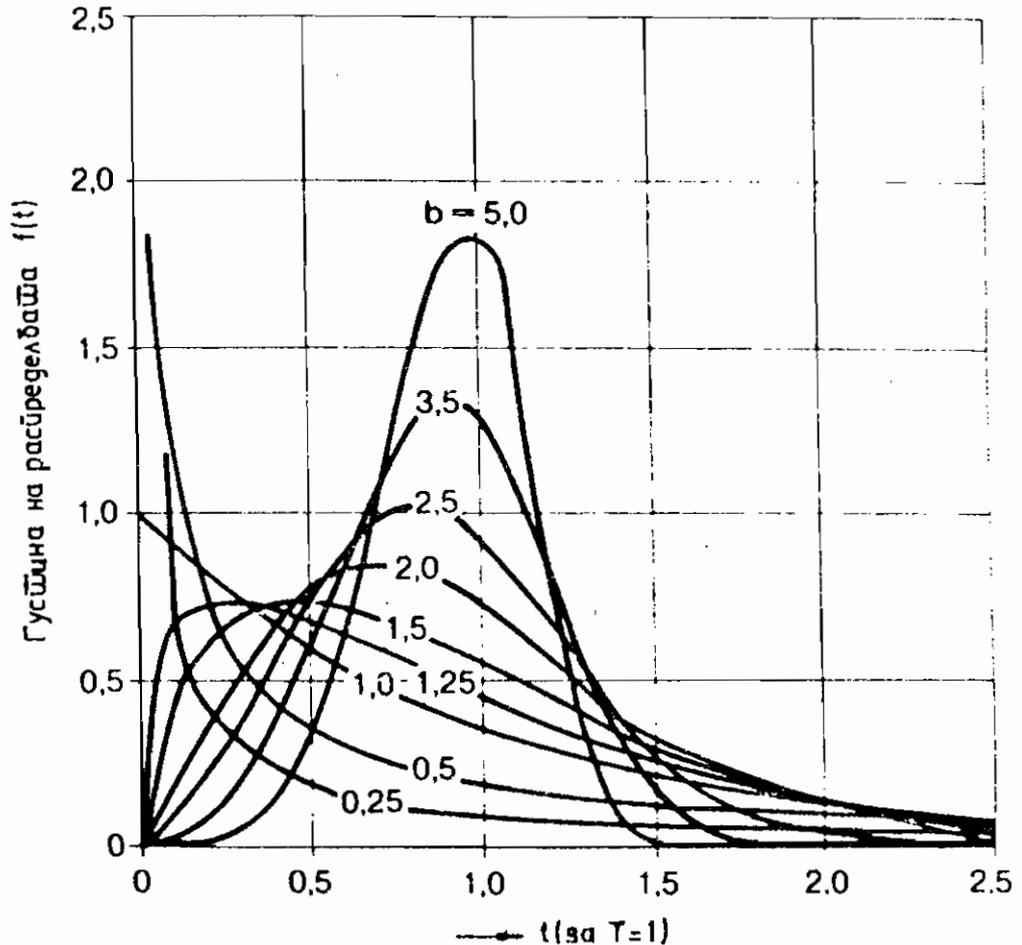
—двопараметарскиот израз, со $t_0 = 0$, е:

$$f(t) = \frac{b}{T} \left[\frac{t}{T} \right]^{b-1} \cdot \exp \left[- \left(\frac{t}{T} \right)^b \right]$$

Со цел да се уочи влијанието на параметарот b врз формата на функцијата на густината на распределбата, на сл. 2.4 се нацртани неколку распределби со различен параметар b . Поради поедноставено прикажување, во изразите за $f(t)$ земено е $T = 1$ и $t_0 = 0$.

Очигледно Вејбуловата распределба опфаќа повеќе различни видови распределби:

- експоненцијална распределба, $b = \dots 1,0$
- логаритамска распределба, $b = 2,0$
- нормална распределба, $b = 3,2 \dots 3,6$



Сл. 2.4. Вејбулова распределба за различни вредности на параметарот b .

Во пракса се јавуваат распределби чиј параметар на обликот b е во областа $0,5 \dots 5,0$

На сл. 2.5 се прикажани различни форми на Вејбуловата кумулативна функција на распределба на ненадежноста за разни вредности на параметарот b при $T = 1$, а на сл. 2.6 функцијата на надежноста $R(t) = 1 - F(t)$.

Сите тие криви се сечат во една точка. Пресечната точка во кривите $F(t)$, во случај на двопараметарска распределба се наоѓа од изразот:

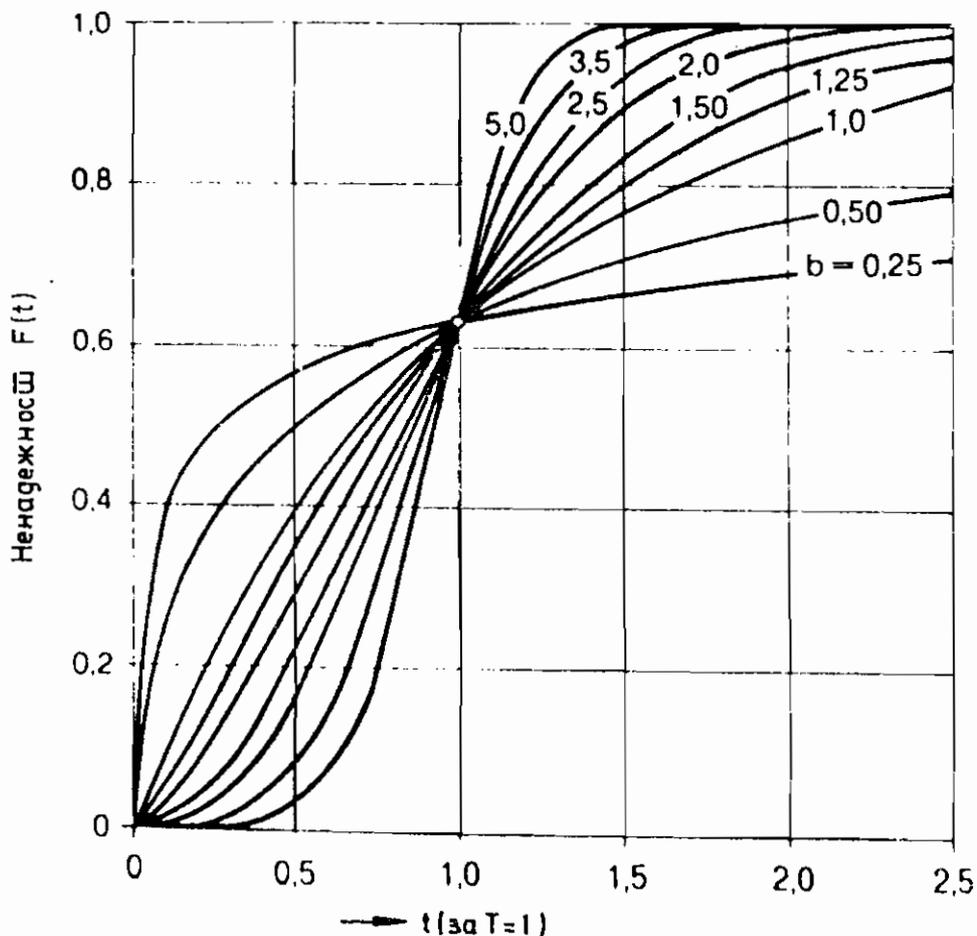
$$F(t) = 1 - \exp - \left[\frac{t}{T} \right]^b = 1 - e^{-\left[\frac{t}{T} \right]^b}$$

За $t = T$ се добива:

$$F(t) = 1 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} = 0,632 \text{ (не зависи од } b \text{ бидејќи } 1^b = 1)$$

$$F(t) = 63,2 \%$$

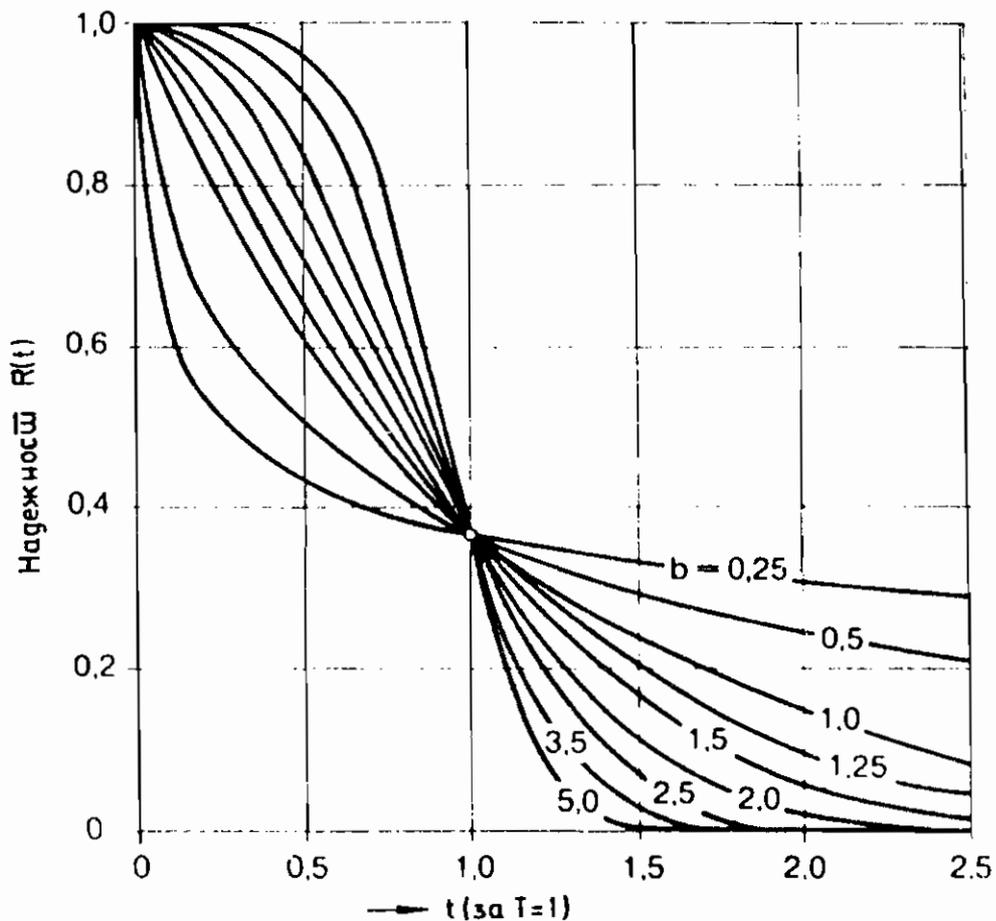
Според тоа за секоја Вејбулова распределба, T е карактеристично време, кое се дефинира како време до кое



Сл. 2.5. Форми на функцијата $F(t)$ при различно b

веројатноста, дека ќе се појави отказ на елементите во посматраната партија производи, изнесува 0,632, или како време до кое 63,2% од посматраните елементи во партијата ќе бидат во отказ.

Соодветната точка на функциите на надежната работа $R(t)$ е 36,8% (види сл. 2.6).



Сл. 2.6. Форми на функцијата $R(t)$ при различно b

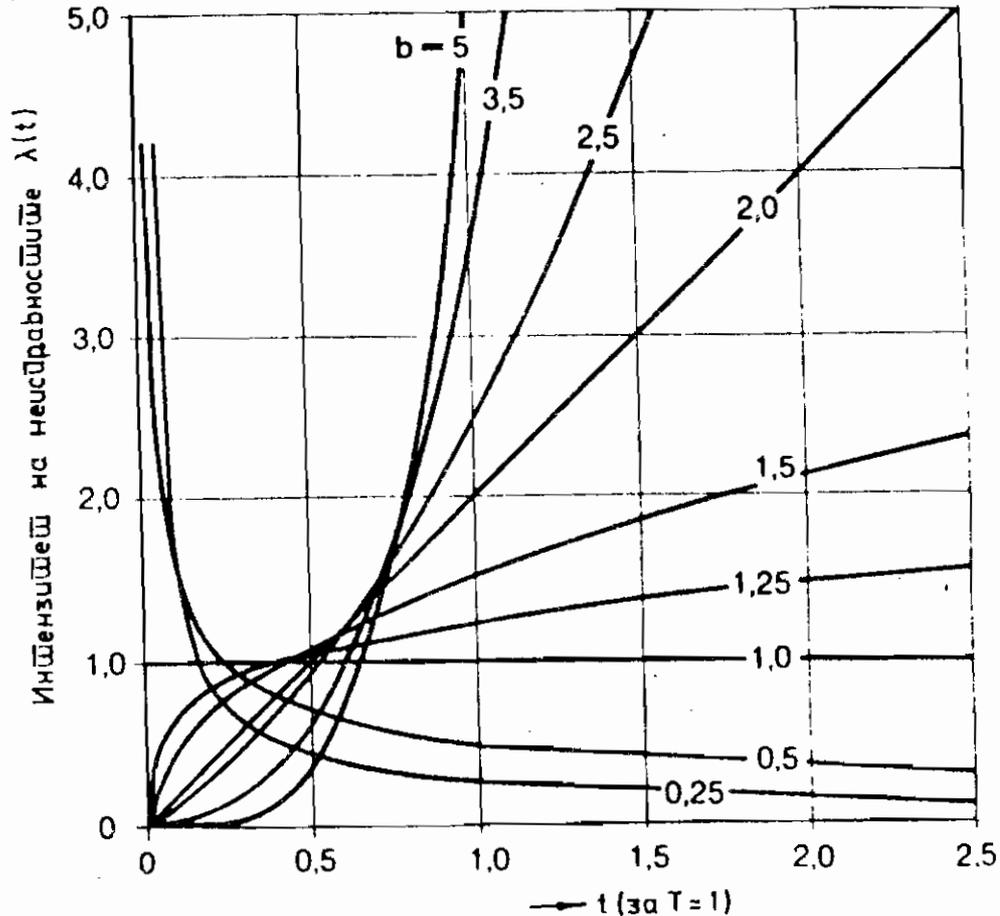
Карактеристика која што исто така се користи при оценка на надежноста е интензитетот на отказите $\lambda(t)$. Изразот за оваа карактеристика во случај на Вејбулова распределба се добива преку веќе напред изнесените карактеристики:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

$$\lambda(t) = \frac{b}{T - t_0} \left[\frac{t - t_0}{T - t_0} \right]^{b-1} \quad \text{-- тропараметарска форма}$$

$$\lambda(t) = \frac{b}{T} \left[\frac{t}{T} \right]^{b-1} \quad \text{-- двопараметарска форма, } t_0 = 0$$

Интензитетот на отказите (се вика исто така стапка на отказите или брзина на отказите), покажува каква е веројатноста елементот, кој што до моментот t работел исправно, во наредниот непосреден временски интервал $t + dt$, да биде неисправен.



Сл. 2.7 Форми на функцијата $\lambda(t)$ при различно b

Сликата 2.7 покажува какво е влијанието на параметарот на обликот b врз текот на интензитетот на отказите:

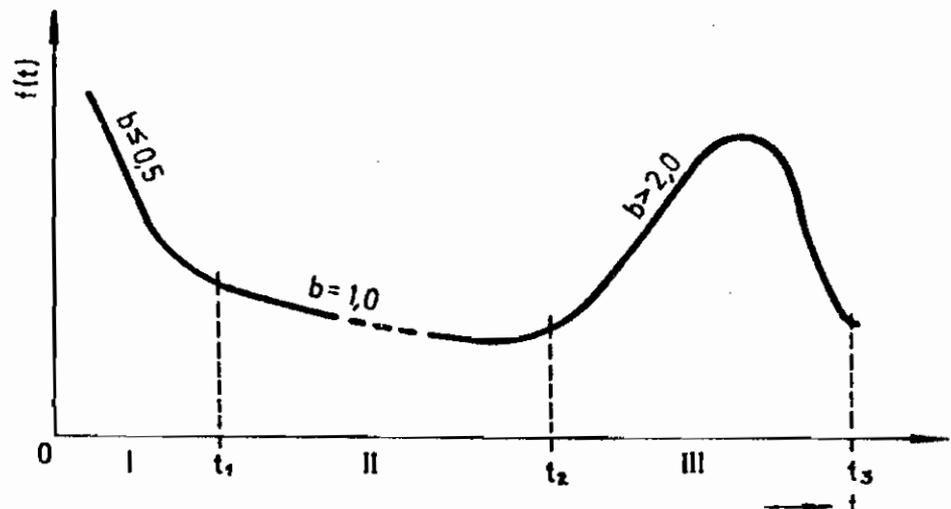
$b < 1$: Интензитетот на отказите опаѓа со времето на употребата на елементите. Ова е карактеристично за отказите во почетокот на употребата (експлоатацијата). Подобрување во однос на раните откази, а со тоа и зголемување на надежноста на елементите, што подоцна се вградуваат во склоповите и машините, се врши со претходно нивно "стареене" – со нивна претходна употреба. На тој начин раните откази на вградените елементи во текот на нивната вистинска експлоатација се елиминираат;

$b = 1$ Интензитетот на појавата на отказите е константен. Тоа е карактеристично за случајните откази, кај кои количеството на појавените откази не зависи од времето изминато во експлоатацијата. Претходно "стареене" или превентивно одржување во овој случај не ја подобрува надежноста;

$b > 1$: Интензитетот на појавата на отказите постепено се зголемува. Со текот на времето расте веројатноста за појава на отказ, како резултат на стареење, замор и/или абене на елементите. Ситуацијата во врска со појава на отказите може да се подобри со конструктивни измени или зголемување на јакоста на елементите, или со процена на превентивно одржување. Доколку е извршено предходно стареење тоа во овој случај негативно ќе се одрази на веројатноста за појава на отказ.

Од напред изнесеното произлегува дека појавата на отказите во текот на вкупниот работен век на елементот може да биде предизвикана од различни причини (разни механизми на неисправноста), поради што и нивниот број и интензивноста на појавувањето во различни експлоатациони периоди е различно.

Доколку појавата на отказите во текот на вкупниот работен век на елементот се анализира преку функцијата на густината на распределбата на појава на отказите $f(t)$ или преку функцијата на интензитетот на појава на отказите $\lambda(t)$ се добиваат дијаграмите прикажани на сл. 2.8 и сл. 2.9.



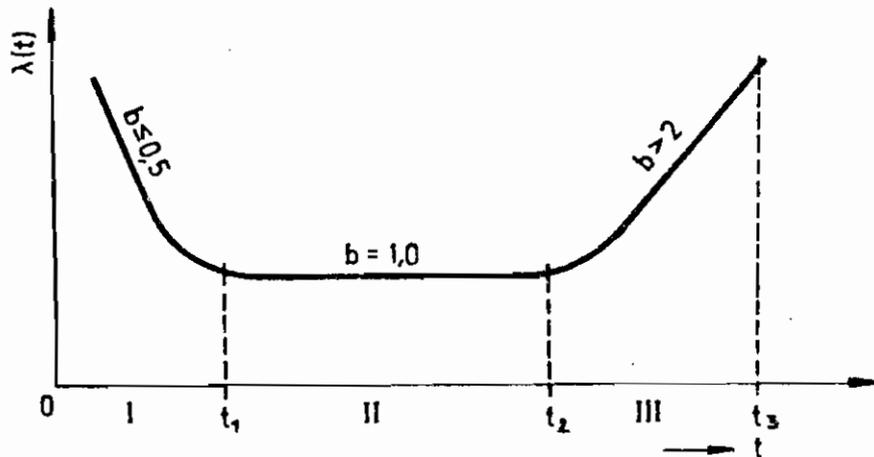
Сл. 2.8 Општ облик на функцијата на густината на појава на отказите

На дијаграмите се уочливи три карактеристични периода и тоа:

– период I (временскиот интервал $0 - t_1$) – во кој што се појавуваат откази карактеристични за почетокот на работењето на елементот (скриени мани, неисправна монтажа, грешки во проектот). Овој период се нарекува период на уходување или период на детски болести. Отказите што се појавуваат во овој период најчесто се последица на квалитетот на елементот (производот), за што е одговорен производителот. Должината на овој период треба да се совпаѓа со должината на гарантниот период што го дава производителот за соодветниот елемент.

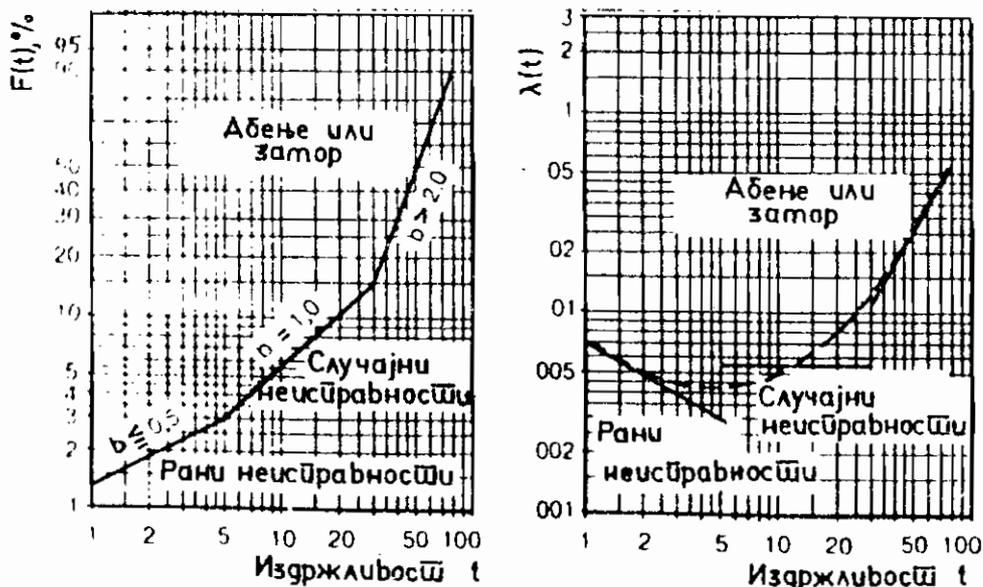
- период II (временски интервал $t_1 - t_2$), е период на случајни појави на отказ (лошо ракување, несреќни случаи и сл.). Ова е најдолг период во вкупниот експлоатационен век на елементот, во кој обично, појавата на отказите е рамномерно. Овој период се нарекува период на нормална експлоатација на елементот.

- период III (временски интервал $t_2 - t_3$), е период на зачестени појави на откази на елементите предизвикани поради абене, замор на материјалот, корозија, стареење и слично. Ова е старосен период на елементот.



Сл. 2.9. Општ облик на функцијата на интезитетот на отказите (крива на када)

На сл.2.10 се прикажани напред наведените периоди во вкупниот работен век на системот во мрежата на Вејбуловата распределба. За Вејбуловата веројатносна хартија ќе стане збор во наредната точка.



сл. 2.10. Периоди во вкупниот работен век на системот

2.2.1 Вејбулова веројатносна хартија

За одредување на надежноста на системите во пракса многу често се применува Вејбуловата веројатносна хартија. Со нејзина помош, на релативно едноставен начин, може да се одредат основните параметри на повеќе видови распределби. Видот и параметрите на распределбата може да се одредат и во случаи кога информациите за настанатите откази се малубројни или нецелосни.

Вејбулова веројатносна хартија со различни формати и конструкции може да се купи, но некои поголеми потрошувачи на оваа хартија имаат сопствени обрасци. Овде ќе биде покажано како се конструира Вејбуловата веројатносна хартија.

Заради прегледност се тргнува од двопараметарската функција на Вејбуловата распределба.

$$F(t) = 1 - e^{-(t/T)^b}$$

Оваа равенка се трансформира и двалати логаритмува:

$$1 - F(t) = e^{-(t/T)^b} = \frac{1}{e^{(t/T)^b}}$$

$$e^{(t/T)^b} = \frac{1}{1 - F(t)}$$

По логаритмирањето на равенката и поради тоа што е $\ln(e^x) = x$, се добива:

$$\left(\frac{t}{T}\right)^b = \ln \frac{1}{1 - F(t)}$$

По повторното логаритмирање, горната равенка го добива следниов облик.

$$b \cdot \ln t - b \cdot \ln T = \ln \cdot \ln \frac{1}{1 - F(t)}$$

$$\ln \cdot \ln \frac{1}{1 - F(t)} = b \cdot \ln t - b \cdot \ln T$$

Ако се означи

$$\ln \cdot \ln \frac{1}{1 - F(t)} = y \quad \text{и} \quad \ln t = x$$

се добива израз на равенка на права во $x - y$ координатен систем:

$$y = b \cdot x - b \cdot \ln T \quad \text{каде што е}$$

b – стрmost (наклон) на правата (параметар на обликот)

$b \cdot \ln T$ – константа, отсечка на y – оската

Ординатите на линеарната скала се добиваат од равенката $y = \ln \ln \frac{1}{1 - F(t)}$ за секоја произволна вредност $F(t)$ и обратно – за секоја вредност на линеарната скала се добива соодветната вредност на $F(t)$.

На пример карактеристичната издржливост $F(t) = 0,632$.

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - 0,632}$$

$$y = 0$$

$$\text{а за } y = -1;$$

$$-1 = \ln \ln \frac{1}{1 - F(t)} \quad \left| \text{antiln} \right.$$

$$e^{-1} = \ln \frac{1}{1 - F(t)} \quad \left| \text{antiln} \right.$$

$$e^{e^{-1}} = \frac{1}{1 - F(t)}$$

$$1,444 = \frac{1}{1 - F(t)}$$

$$F(t) = 0,3078$$

Тоа значи дека точката 0 на линеарната ординатна скала одговара на $F(t) = 63,2\%$, а точката -1 на $F(t) = 30,78\%$.

Равенката $x = \ln t$ се користи за конструирање на апсцисната оска. Со неа може за секоја вредност t да се добие линеарната вредност на скалата и обратно.

Например за $t = 1$

$$x = \ln 1$$

$$x = 0$$

$$\text{а за } x = 1$$

$$1 = \ln t \quad \left| \text{antiln} \right.$$

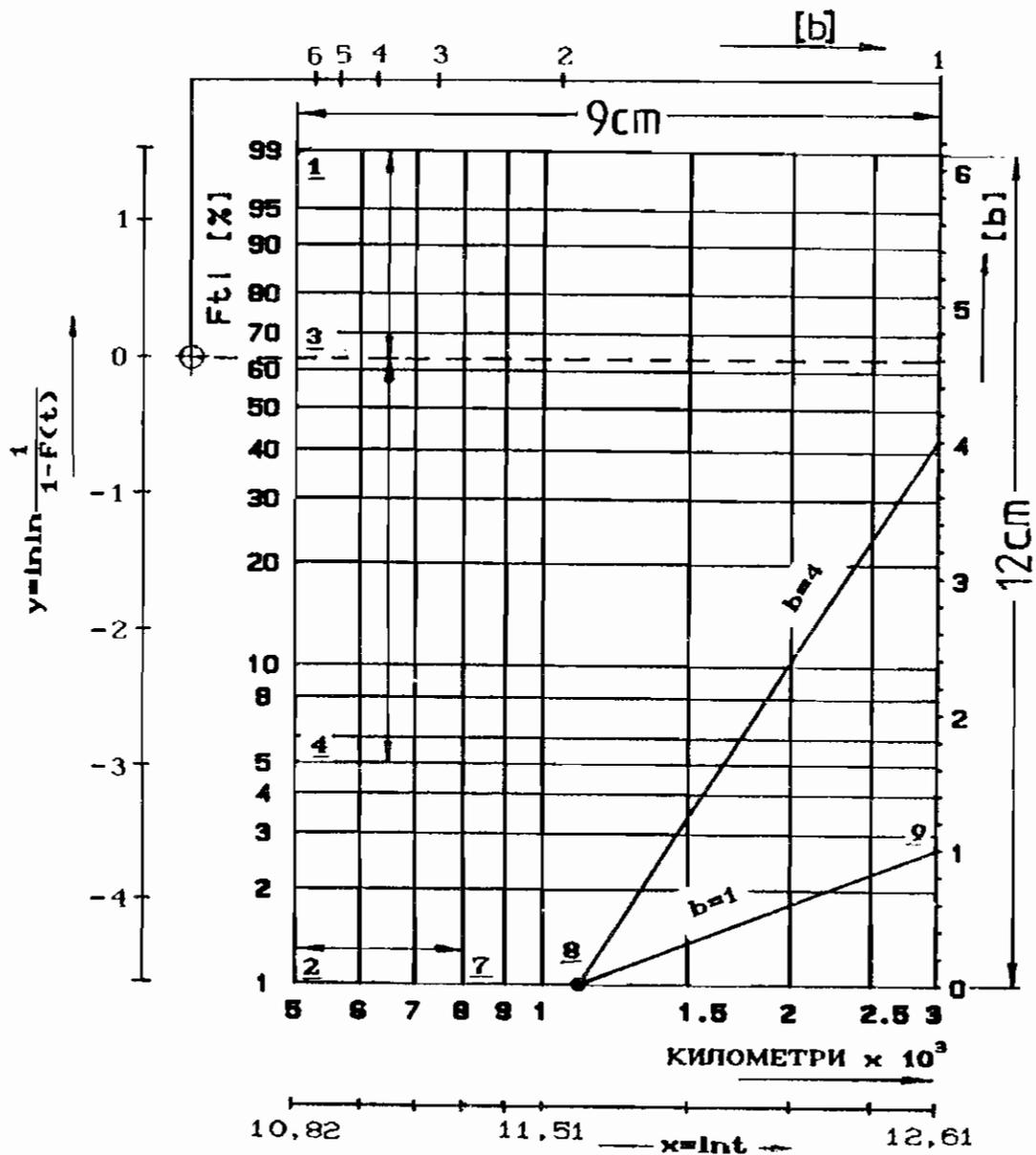
$$e^1 = t$$

$$t = e = 2,718$$

Тоа значи дека на точката 0 на линеарната скала одговара ознака 1 на временската (логаритамската) скала, а на ознаката 2,718 на временската скала точката 1 на линеарната скала.

Пример: На површина со должина 12 см и ширина 9 см да се нацрта Вејбуловата мрежа на веројатноста за веројатност од 1% до 99% и временска скала од 50000 до 300000 km.

Вејбуловата мрежа е нацртана на сл.2.11, а во продолжение е прикажан начинот на одредување на ординатната и апсцисната оска :



Сл. 2. 11. Конструирање на Вејбулова веројатносна хартија

Пресметка на ординатите:

- на горната точка 1 ($F(t) = 99\%$)

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - 0,99}$$

$$y = 1,527$$

- на долната точка 2 ($F(t) = 1\%$)

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - 0,01} \quad \text{т. е.} \quad y = -4,600$$

Растојанието меѓу горната и долната точка е:

$$1,527 - (-4,600) = 6,127 \text{ y - единици}$$

6,126 y - единици одговараат на 12 см.

1 y - единица одговара на 1,96 см.

Почетокот на y-скалата (вредноста 0) лежи на 1,527 y-единици под горната точка 1, што одговара на $1,527 \cdot 1,96 = 2,99$ см. - точката 3.

Целобројната процентуална вредност на пример, $F(t) = 5\%$ се наоѓа од изразот:

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - 0,05} = -2,97$$

На оваа вредност одговара точката 4 на ординатата на Вејбуловата мрежа. Растојанието на точката 4 под 0-точката изнесува $-2,97 \cdot 1,96 = -5,82$ см.

Останатите целобројни процентуални вредности се наоѓаат на сличен начин.

Пресметка на апсцисите

- левата точка на апсцисата 2

$$t = 50000 \text{ km}$$

$$x = \ln 50000$$

$$x = 10,82$$

- десната точка на апсцисата 6

$$t = 300.000 \text{ km}$$

$$x = \ln 300.000$$

$$x = 12,61$$

Растојанието меѓу левата и десната точка

$$12,61 - 10,82 = 1,79 \text{ x - единици}$$

1,79 x - единици одговараат на 9 см

1 x - единица одговара на 5,02 см

Бидејќи O – точка лежи далеку од скалата, левата точка $\underline{2}$, со $10,82$ x – единици, е почетна точка на целобројните временски вредности.

– Нанесување на целобројни вредности на временската скала (на пример за $t = 80.000$ km) точка $\underline{7}$

$$x = \ln t$$

$$x = 11,29$$

Оддалеченоста на точката $\underline{7}$ од левата точка $\underline{2}$ изнесува $(11,29 - 10,82) 5,02 = 2,36$ cm. Тоа значи дека точката 80.000 km лежи $2,36$ cm надесно од точката $\underline{2}$.

Останатите целобројни процентуални вредности се наоѓаат на сличен начин.

Одредување на скалата на параметарот на обликот b

Параметарот на обликот b претставува коефициент на наклонот на правата во $x - y$ координатниот систем, т.е. тангенс на аголот што правата го прави со x – оската и тој е

$$b = \frac{y}{x}$$

Неговата вредност е единица доколку е $x = 1$ и $y = 1$. Вредноста на параметарот на обликот b се отчитува од скала која може да биде на десната страна на мрежата на Вејбуловата веројатносна хартија или над неа (види сл. 2.11).

За да се одреди вредноста $b = 1$, од десната точка на апсцисната оска (точката $\underline{6}$) кон левата се нанесува една x – единица (во нашиот случај таа е $5,02$ cm) и на тој начин се одредува полот $\underline{8}$. Точката, со која на скалата на параметарот на обликот се обележува вредност 1 (точката $\underline{9}$) се добива кога од точката $\underline{6}$ нагоре се нанесе една y – единица ($1,96$ cm). Со поврзување на точките $\underline{8}$ и $\underline{9}$ се добива права со наклон $b = 1$. Точките за останатите вредности на скалата b се добиваат со нанесување на y –единици долж скалата. Наклоните на правите што го поврзуваат полот $\underline{8}$ со одредени вредности на b – скалата, можат да се пренесат од полот $\underline{10}$ и да се означат на скалата што се наоѓа над мрежата на Вејбуловата распределба.

2.2.2 Графички методи за одредување на параметрите на Вејбуловата распределба

Приодот кон графичкото одредување на параметрите на Вејбуловата распределба зависи од количеството информации за истражуваната случајна појава. Во продолжение ќе бидат презентирани методите за одредување на параметрите на распределбата кога количеството информации (n) за случајната променлива е голем и кога е мал, т.е. кога се располага со голем и мал извадок.*)

2.2.2.1 Одредување на правата на распределбата за голем извадок

Кога количеството информации за случајната променлива е големо ($n \geq 50$) постапката за одредување на параметрите на Вејбуловата распределба е следниот:

– интервалот во кој што се појавува случајниот настан се дели на p класи. Класите се обично со еднаква должина, а правило за одредување на бројот на класите нема ($p = 5$ до 20 класи).

– се одредува средината на класите $t_1; t_2; \dots; t_p$ и фреквенцијата на случајната променлива во секоја класа поодделно: $f_1; f_2; \dots; f_p$ при што е

$$\sum_{i=1}^p f_i = n$$

– се пресметуваат релативните фреквенции (статистичките веројатности): изразени процентуално

$$f_{r1} = \frac{f_1}{n} 100\% ; \quad f_{r2} = \frac{f_2}{n} 100\% ; \quad f_{rp} = \frac{f_p}{n} 100\%$$

$$f_{r1} + f_{r2} + \dots + f_{rp} = 100\%$$

– во Вејбуловата веројатносна хартија се нанесуваат точките $(t_1; f_{r1}); (t_2; f_{r1} + f_{r2}); \dots (t_n; f_{r1} + \dots + f_{rp})$, односно $(t_1; F_{11}); (t_2; F_{12}) \dots (t_p; F_{1p})$, кај што е

* Извадок е еден или повеќе производи, случајно земени од некоја партија.

Партија е збир производи од кој што се зема извадок и се контролира со цел да се утврди дали ги задоволува одредените критериуми. Партијата треба да се состои од производи од ист тип, ист степен на квалитет, изработени под исти услови.

$$F_{li} = \sum_{i=1}^P f_{ri} - \text{кумулятивна фреквенција}$$

– се проверува дали низ нанесените точки може да се повлече права линија. Доколку е тоа можно, потврдена е хипотезата дека истражуваната случајна променлива се покорува на Вејбуловиот закон на распределба. Повлекувањето на правата низ нанесените точки може да се врши "од око" или со помош на методата на најмалите квадрати, со што во извесна мера се намалува предноста на графичката метода – нејзината едноставност.

– се одредуваат параметрите на законот на распределбата со што може да се дефинира и теоретскиот облик на распределбата. Начинот на одредувањето на параметрите на распределбата ќе биде подоцна покажан.

Кога однапред е познато дека случајната променлива се покорува на Вејбуловиот закон на распределба, со цел да се упрости начинот на одредувањето на неговите параметри [2.17] од вкупниот број информации се бираат 5 – 7 точки, рамномерно распоредени во вкупниот обем информации, а нивната кумулативна фреквенција се добива од изразот

$$F_{li} = \frac{j_i}{n + 1} 100\%$$

j_i – реден број на i -тата информација во табелата на информациите што е средена според растот на случајната променлива

Напред изнесеното, во продолжение ќе биде презентирано низ еден пример.

Пример: Во табелата бр.2.1 се дадени информации за работене на 69 тракторски мотори во мото – часови до првиот ремонт (доремонтниот ресурс на моторите).

Потребно е да се одреди законот на распределбата на издржливоста на тракторскиот мотор до првиот ремонт.

Според вкупниот број информации, $n = 69$, усвоено е бројот на интервалите да биде $p = 9$. Должината на интервалот A се одредува според изразот

$$A = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{p} \quad \text{и тој е}$$

$$A = \frac{5970 - 1500}{9} \approx 500 \text{ мото-часа}$$

Табела бр. 2.1

| j мотор | Прв ремонт мото-час | j мотор | Прв ремонт мото-час | j мотор | Прв ремонт мото-час |
|------------|------------------------|------------|------------------------|------------|------------------------|
| 1 | 1500 | 24 | 3700 | 47 | 4470 |
| 2 | 1870 | 25 | 3790 | 48 | 4490 |
| 3 | 2010 | 26 | 3810 | 49 | 4490 |
| 4 | 2010 | 27 | 3900 | 50 | 4570 |
| 5 | 2720 | 28 | 3920 | 51 | 4600 |
| 6 | 2900 | 29 | 3940 | 52 | 4710 |
| 7 | 3020 | 30 | 3970 | 53 | 4730 |
| 8 | 3060 | 31 | 4000 | 54 | 4820 |
| 9 | 3060 | 32 | 4000 | 55 | 4850 |
| 10 | 3180 | 33 | 4100 | 56 | 4910 |
| 11 | 3200 | 34 | 4130 | 57 | 4930 |
| 12 | 3210 | 35 | 4130 | 58 | 4990 |
| 13 | 3210 | 36 | 4180 | 59 | 4990 |
| 14 | 3260 | 37 | 4210 | 60 | 5100 |
| 15 | 3300 | 38 | 4230 | 61 | 5210 |
| 16 | 3300 | 39 | 4260 | 62 | 5350 |
| 17 | 3300 | 40 | 4300 | 63 | 5400 |
| 18 | 3420 | 41 | 4300 | 64 | 5670 |
| 19 | 3460 | 42 | 4350 | 65 | 5790 |
| 20 | 3480 | 43 | 4370 | 66 | 5840 |
| 21 | 3580 | 44 | 4380 | 67 | 5900 |
| 22 | 3610 | 45 | 4420 | 68 | 5950 |
| 23 | 3620 | 46 | 4470 | 69 | 5970 |

Во табелата бр. 2.2 се дадени деветте интервали, нивната средина (t_i), количеството мотори кои се за ремонт во секој интервал (фреквенцијата f_i), релативната фреквенција (f_{ri}) и кумулативната фреквенција (F_{ti}).

Табела бр. 2.2

| Интервал мото час | t_i мото-час | f_i | f_{ri} — | F_{ti} — |
|----------------------|-------------------|------------------|----------------------|---------------|
| 1500-2000 | 1750 | 2 | 0,03 | 0,03 |
| 2000-2500 | 2250 | 2 | 0,03 | 0,06 |
| 2500-3000 | 2750 | 2-4 | 0,03 ^{0,06} | 0,09 |
| 3000-3500 | 3250 | 14 ¹² | 0,20 ^{0,17} | 0,29 |
| 3500-4000 | 3750 | 11 ¹¹ | 0,16 ^{0,16} | 0,45 |
| 4000-4500 | 4250 | 18 ¹⁷ | 0,26 ^{0,26} | 0,71 |
| 4500-5000 | 4750 | 10 ¹⁰ | 0,14 ^{0,14} | 0,85 |
| 5000-5500 | 5250 | 4 | 0,06 ^{0,06} | 0,91 |
| 5500-6000 | 5750 | 6 | 0,09 ^{0,09} | 1,00 |

Користејќи ги податоците од табелата бр. 2.2, на Вејбуловата веројатносна хартија се нанесени деветте точки со координати (t_i ; F_{ti}) и повлечена е права линија низ нив (види сл. 2.12). Бидејќи низ нанесените точки може да се повлече права линија со тоа се потврдува хипотезата дека времето на работа на конкретниот тип тракторски мотор до првиот ремонт се покорува на Вејбуловиот закон на распределба.

Скоро иста права на Вејбуловата веројатносна хартија ќе се добие доколку, на пример се користат само 6 рамномерно распоредени информации и тоа $j = 6; 12; 18; 24; 30;$ и 36 . Координатите на тие точки во дијаграмот на Вејбуловата распределба според табелата бр. 2.1 ќе бидат:

$$j = 6; \quad t_6 = 2900 \text{ мото-часа}$$

$$F_{t_6} = \frac{1}{n+1} = \frac{6}{69+1} = 0,09 = 9\%$$

$$j = 12; \quad t_{12} = 3210 \text{ мото-часа}$$

$$F_{t_{12}} = \frac{12}{69+1} = 0,17\%$$

$$j = 18; \quad t_{18} = 3420 \text{ мото-часа}$$

$$F_{t_{18}} = 0,26 = 26\%$$

$$j = 24; \quad t_{24} = 3700 \text{ мото-часа}$$

$$F_{t_{24}} = 0,34 = 34\%$$

$$j = 30; \quad t_{30} = 3970 \text{ мото-часа}$$

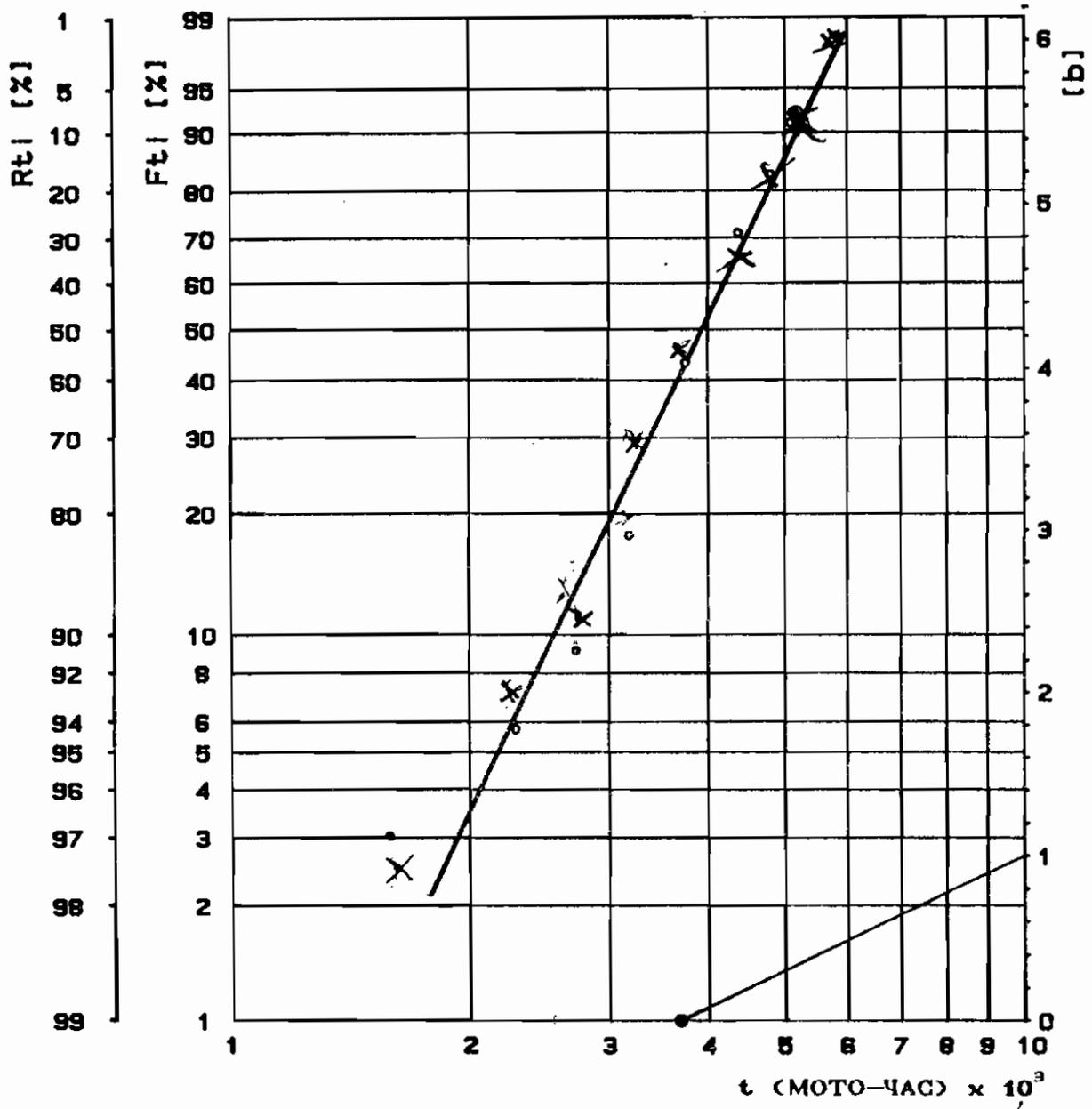
$$F_{t_{30}} = 0,43 = 43\%$$

$$j = 36; \quad t_{36} = 4180 \text{ мото-часа}$$

$$F_{t_{36}} = 0,51 = 51\%$$

При поседување голем број информации за случајната променлива, постои можност, да се појават поодделни информации кои што значително отстапуваат од останатите. Таков случај, на пример би бил доколку во информациите за доремонтниот ресурс на одреден тип мотор (таб. бр. 2.1), би се појавиле неколку мотори чии доремонтни ресурси значително би се разликувале од минималниот (1500 мото-часа) односно максималниот (5970 мото-часа) доремонтен ресурс. Тоа е резултат на грешка во информацијата или моторите со многу мала односно многу голем ресурс не и припаѓаат на партијата мотори чии доремонтен ресурс се истражува.

За да се избегне опасноста од донесување погрешен заклучок, поради таквите екстремни информации, правата линија во дијаграмот на распределбата треба да се повлече низ точки чии што вредности за F_{t_j} се меѓу 5 и 95%. На тој начин долните и горните податоци се елиминираат при дефинирање на правата на распределбата.



Сл. 2. 12. Вејбулова распределба на времето до првиот ремонт на моторот

2. 2. 2. 2. Одредување на правата на распределбата за мал извадок

Кога количеството информации за случајната променлива е мало ($n = 5 - 50$), при графичкото одредување на правата на распределбата во Вејбуловата веројатносна хартија, се користи методот на рангирањето на добиените информации. Всушност на секоја информација и се доделува соодветен ранг со чија помош потоа се одредува нејзината кумулативна фреквенција.

Методот на рангирањето на информациите често се применува во техниката бидејќи често треба да се даде оцена за некоја случајна променлива, врз основа на оскуден број информации. Такв е случајот во фазата на развојот на производот или кога се работи за скапи производи. Се разбира, кога се дава оцена за нешто преку мал број информации постои поголема веројатност оцената да биде погрешна. Затоа оцената во такв случај се дава со одреден степен на доверба во неа, т.е. оцената се прифаќа со одреден ризик (види т.2.2.3 и 2.2.4)

Методот на рангирањето [2.12; 2.18; 2.20] ќе биде објаснет преку следниов пример:

Постои информација за издржливоста на извадокот од пет испитувани елементи и таа е 87, 120, 130, 220 и 290 часа. Потребно е да се одреди правата на распределбата на издржливоста на соодветниот елемент во Вејбуловата веројатносна хартија.

Со познатите информации за моментот на појавата на отказот во извадокот од $n = 5$ елемента не е можно да се дефинира точка во мрежата на Вејбуловата веројатносна хартија, бидејќи не постојат податоци за соодветните ординати на познатите апсциси $t_1 \dots t_j \dots t_n$, не постојат вредностите на кумулативните фреквенции $F_{t_1} \dots F_{t_j} \dots F_{t_n}$.

Со други зборови, од партија производи чија што кумулативна функција на распределбата е F_t е земен извадок од n елементи n е утврдена нивната издржливост $t_1 \dots t_j \dots t_n$. Потребно е да се најде оцена за вредностите $F_{t_1} \dots F_{t_n}$.

Бидејќи моментот на појавата на отказот t_j не е константен туку се менува од извадок до извадок, и вредноста F_{t_j} ќе биде случајна големина со некоја своја распределба. Ако за оцена на F_{t_j} се земе дека е односот j/n , односот меѓу редниот број на елементот во извадокот према бројот на елементите на извадокот, тоа би значело дека врз основа на испитувањето на еден извадок од пет елемента, како што е во овој пример, може да се каже дека сите елементи во извадокот ќе бидат во неисправна состојба, во моментот кога ќе се појави отказот на петиот, последниот елемент (во нашиот случај по 290 часа работа). Такв заклучок е тешко прифатлив.

Затоа е усвоено репрезентативна вредност на функцијата F_{t_j} да биде рангот на медијаната, рангот 50%, H_j . Вредностите на ранговите на медијаната, за извадоци со број на елементи (n) од 5 до 50, се пресметани и табеларно се дадени во прилогот 1

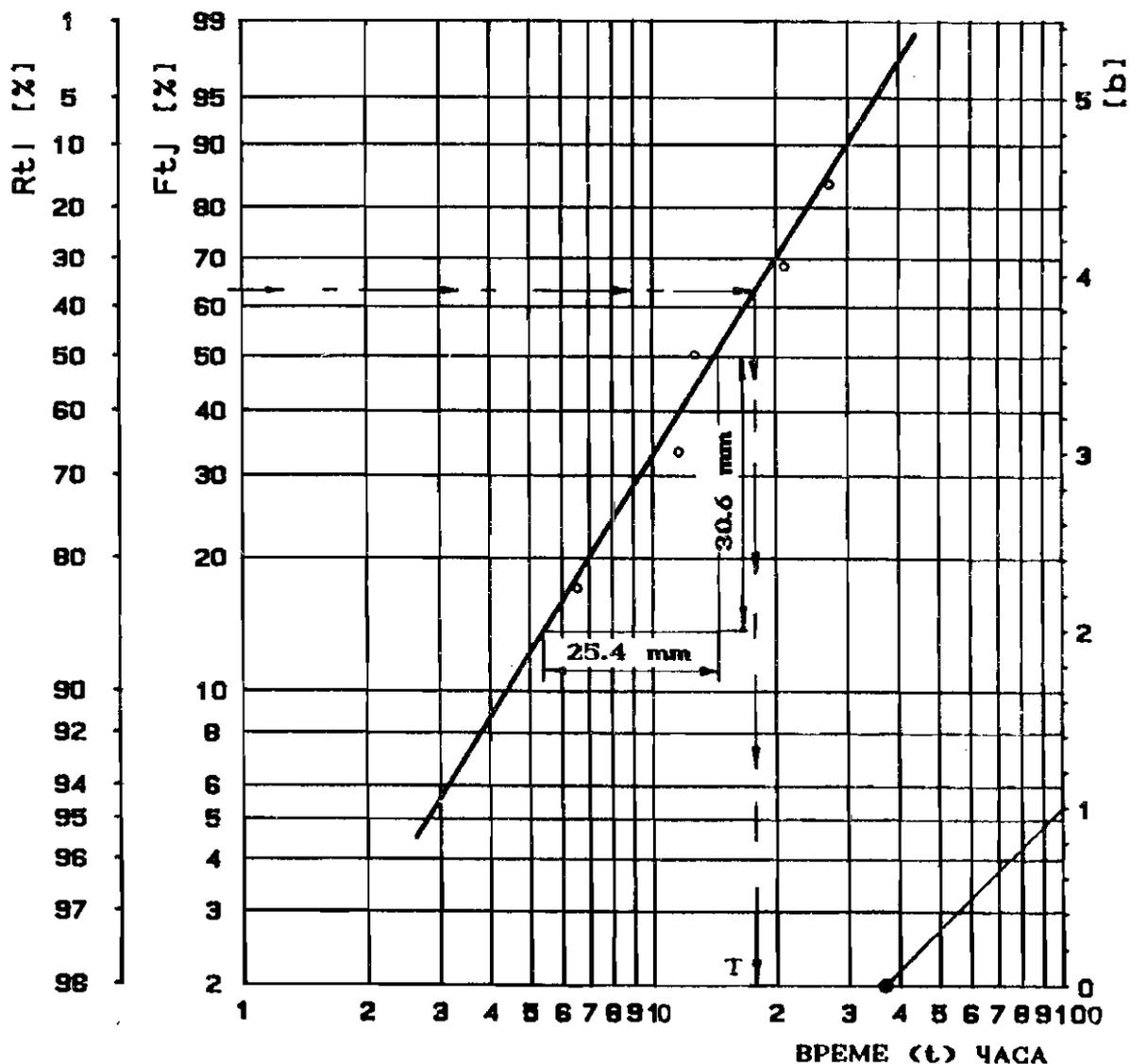
(2.12). За одредување на рангот на медијаната често се користи емпирискиот израз

$$H_j = Ft_j = \frac{j - 0,3}{n + 0,4}$$

j – реден број на информацијата (резултатот на мерењето). Информациите треба да бидат нумерирани со редни броеви според порастот на нивните апсолутни вредности.

n – број на елементи во извадокот.

Треба да се укаже на фактот дека со порастот на големината на извадокот, вредноста на рангот на медијаната се повеќе се доближува на вредноста на кумулативната фреквенција.



Сл. 2.13. Распределба на издржливоста на извадок од $n = 5$ парчина

За дадениот пример на испитување на издржливоста на извадок од пет елемента, од табелата во прилогот 1, извадени се ранговите на медијаните и внесени во табелата бр. 2. 3.

Табела бр. 2. 3

| ред. бр j | издржливост t_j (часа) | ранг на медијаната F_{t_j} |
|----------------|-----------------------------|---------------------------------|
| 1 | 67 | 0,129 |
| 2 | 120 | 0,314 |
| 3 | 130 | 0,500 |
| 4 | 220 | 0,686 |
| 5 | 290 | 0,871 |

Со податоците за t_j и F_{t_j} од табелата бр. 2. 3, се нанесени точки во дијаграмот на Вејбуловата распределба и е повлечена права низ нив (види сл. 2.13). Со тоа што низ нанесените точки може да се повлече права линија, е потврдена хипотезата дека издржливоста на испитуваната партија производи и се покорува на Вејбуловата распределба.

2.2.2.3 Одредување на параметрите на Вејбуловата распределба

Откако , според методите прикажани во претходните две точки, ќе се утврди дека случајната променлива се покорува на Вејбуловиот закон на распределба, се одредуваат параметрите на распределбата:

– карактеристичната издржливост T :

Имајќи предвид дека $F(t=T) = 0,632$, карактеристичната издржливост е апсцисата на точката на пресекот на повлечената коса линија на издржливоста, со ординатата 63,3% (види сл. 2.13). За случајот од примерот во претходната точка $T = 190$ часа.

– параметарот на обликот b :

Параметарот на обликот на распределба, графички се одредува како наклон на правата на издржливоста. Тој се отчитува на помошната скала за параметарот b и во овој случај е $b = 1,6$, или се оценува како однос на должините $b = 30,6/25,4 = 1,6$ (види сл. 2.13).

Сега може да се напише двопараметарската Вејбулова распределба и таа, за овој случај е:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{190}\right)^{1,6}}$$

Средната вредност се добива со помош на гама - функцијата

$$\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$$

каде што, параметарот на обликот b , е независна променлива. Во табелата бр. 2.4 се дадени табличните вредности на гама - функцијата за широк интервал на промени на параметарот b .

Табела бр. 2.4

| b | $\Gamma(1+1/b)$ | b | $\Gamma(1+1/b)$ | b | $\Gamma(1+1/b)$ |
|-----|--------------------|-----|-----------------|-----|-----------------|
| 0,1 | $> 3,6 \cdot 10^6$ | 2,1 | 0,886 | 4,1 | 0,908 |
| 0,2 | 120,000 | 2,2 | 0,886 | 4,2 | 0,909 |
| 0,3 | 9,261 | 2,3 | 0,886 | 4,3 | 0,910 |
| 0,4 | 3,323 | 2,4 | 0,887 | 4,4 | 0,911 |
| 0,5 | 2,000 | 2,5 | 0,887 | 4,5 | 0,913 |
| 0,6 | 1,505 | 2,6 | 0,888 | 4,6 | 0,914 |
| 0,7 | 1,266 | 2,7 | 0,889 | 4,7 | 0,915 |
| 0,8 | 1,133 | 2,8 | 0,890 | 4,8 | 0,916 |
| 0,9 | 1,053 | 2,9 | 0,892 | 4,9 | 0,917 |
| 1,0 | 1,000 | 3,0 | 0,893 | 5,0 | 0,918 |
| 1,1 | 0,965 | 3,1 | 0,895 | 5,1 | 0,919 |
| 1,2 | 0,941 | 3,2 | 0,896 | 5,2 | 0,920 |
| 1,3 | 0,924 | 3,3 | 0,897 | 5,3 | 0,921 |
| 1,4 | 0,911 | 3,4 | 0,898 | 5,4 | 0,922 |
| 1,5 | 0,903 | 3,5 | 0,900 | 5,5 | 0,923 |
| 1,6 | 0,897 | 3,6 | 0,901 | 6,0 | 0,928 |
| 1,7 | 0,892 | 3,7 | 0,902 | 6,5 | 0,932 |
| 1,8 | 0,889 | 3,8 | 0,904 | 7,0 | 0,935 |
| 1,9 | 0,887 | 3,9 | 0,905 | 7,5 | 0,938 |
| 2,0 | 0,886 | 4,0 | 0,906 | 8,0 | 0,942 |

Средната вредност е

$$\bar{t} = T \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) = T \cdot a$$

За распределбата на нашиот пример средната издржливост е:

$$\bar{t} = T \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) = 190 \cdot 0,897 = 170 \text{ часа}$$

бидејќи за $b = 1,6$ вредноста на гама - функцијата (види табела бр. 2.4) е 0,897.

2.2.3. Подрачје на доверба на распределбата на појавата на отказите

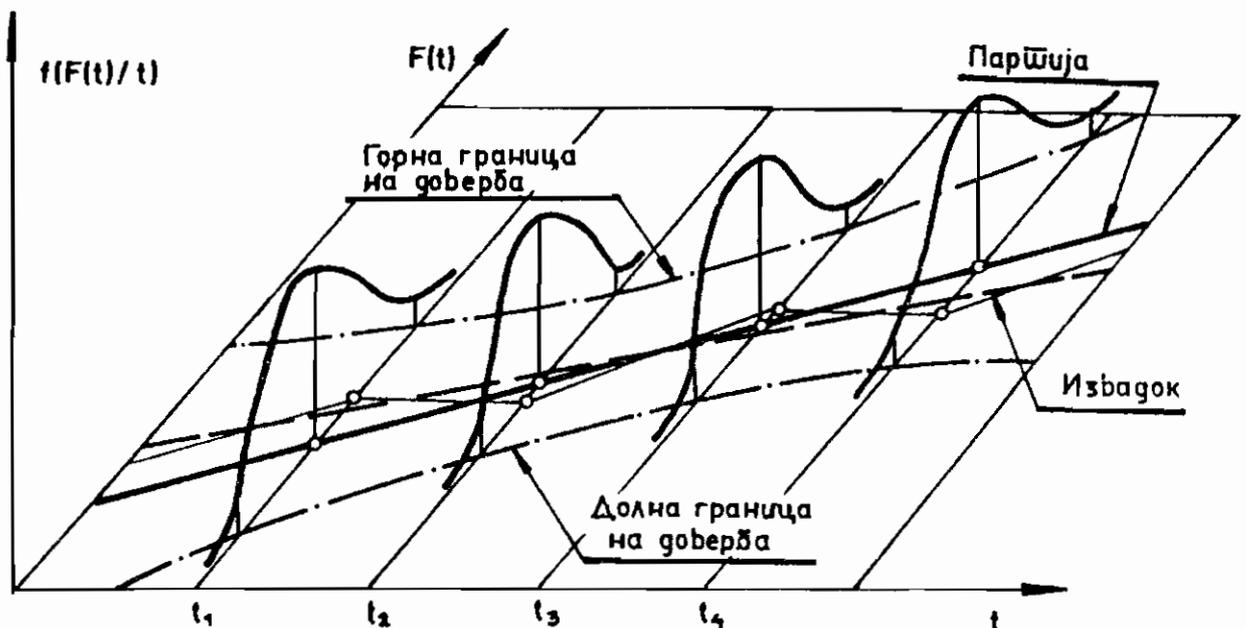
Распределбата на појавата на отказите одредена врз основа на еден извадок од n – единици е само апроксимација за распределбата која се однесува на целата партија производи. Очигледно, совпаѓањето на овие две распределби зависи од обемот на извадокот.

Правата линија во дијаграмот на распределбата се повлекува врз основа на резултатите од испитуваната на еден извадок. Лево и десно од неа се одредуваат границите на довербата. Подрачјето меѓу овие две граници се вика подрачје на довербата. Тоа е подрачје во кое со одредена доверителна веројатност, може да се тврди дека се наоѓа распределбата на партијата производи од која што е земен извадокот.

Веројатност е "мерка" за можноста посматраната случајна големина да се случи, па затоа и доверителната веројатност на пример од 90% се толкува на следниов начин: Ако се направат голем број извадоци, тогаш во просек во 90% од извадоците ќе се добијат такви доверителни интервали кои што ќе ја опфатат вредноста на посматраната случајна променлива што ја има партијата, а во 10% од извадоците ќе се добијат доверителни интервали кои што нема да ја "опфатат" таа вредност.

Или со други зборови, бидејќи доверителните интервали се менуваат од извадок до извадок, некои од тие интервали ќе ја "опфатат" истражуваната вредност на случајната променлива, а некои нема да ја "опфатат". Но сепак во подолга серија извадоци релативната зачестеност, кога интервалот ќе ја опфаќа истражуваната случајна променлива, ќе биде 90%.

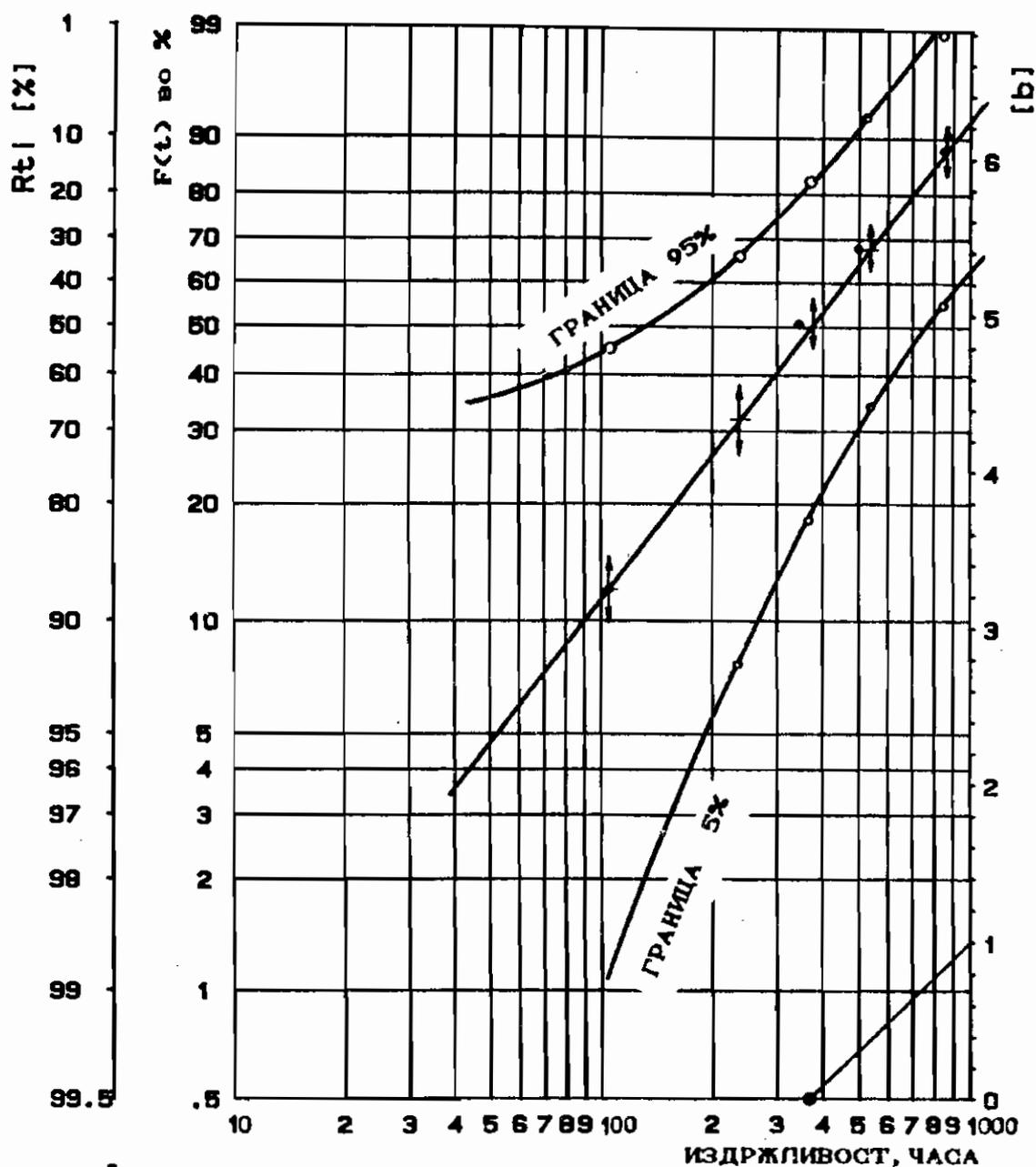
Со цел подобро да се објасни подрачјето на довербата на случајните променливи, е нацртана сл.2.14. На неа, во координатниот систем $t - F(t)$ е прикажана линијата нацртана врз основа на информациите добиени при испитување на еден извадок (испрекинатата линија). Со полна линија е дадена зависноста на t и $F(t)$ која што се однесува на целата партија производи – теоретска линија. Околу оваа линија, со црта точка, се цртани границите на довербата кои што го ограничуваат подрачјето на довербата. За одредени вредности на независно променливата t е нацртана промена на густината на доверителната веројатност $f(F(t)/t)$



Сл. 2.14 Подрачје на доверба на случајна променлива големина

Подрачјето на довербата има смисла да се одредува за релативно мали извадоци, за извадоци со помалку од 50 единици. За таа цел се изготвени табели кои ги содржат вредностите на ранговите на пет – процентната и девеесет и пет – процентната граница (ниво) на довербата за извадоци од 5 до 50 единици (види табела во прилогот 1). Овие граници обично се викаат горна – 95% и долна – 5%, граница на довербата. Со вака дефинирани граници постои 10%-тен ризик во тврдењето дека интервалот на довербата ја содржи распределбата на партијата (основниот скуп).

На Вејбуловата веројатносна хартија (сл. 2.15), користејќи ги податоците за издржливоста на петте елемента, во извадок составен од пет елемента, е повлечена правата на издржливоста на испитуваниот извадок. Под претпоставка дека издржливоста на испитуваните елементи и се покорува на Вејбуловата распределба, секое поголемо отклонување на некој податок од правата линија, може да се смета за грешка во регистрирањето на соодветниот податок. Затоа сите точки кои не паѓаат на правата, хоризонтално се проектираат на неа и од проектираните точки долу и горе се нанесуваат вредностите на 5 и 95% –тиото ниво на границите на довербата.



Сл. 2.15 Одредување на границите на довербата на Вејбуловата хартија на веројатноста

За извадок од $n = 5$ единици, вредностите на тие нивоа и ранговите на медијаните се извадени од табелата во прилогот 1 и се дадени во табелата бр. 2.5

Од дијаграмот на сл. 2.15 може, на пример, да се изведе заклучокот дека од 6 до 61% од испитуваните производи ќе имаат издржливост помала од 200 часа. Тврдењето е со 90% доверителна веројатност. Тоа значи, доколку од посматраната партија производи се земат поголем број извадоци, тогаш просечно во 90% случаи, во извадоците ќе има 6-61% производи чија издржливост

Табела бр. 2.5

| реден број -j | Ранг на медијаната, % | 5%-но ниво | 95%-но ниво |
|---------------|-----------------------|------------|-------------|
| 1 | 12,94 | 1,02 | 45,07 |
| 2 | 31,35 | 7,64 | 65,74 |
| 3 | 50,00 | 18,92 | 81,08 |
| 4 | 68,61 | 34,26 | 92,36 |
| 5 | 87,05 | 54,93 | 98,98 |

ке биде помала од 200 часа. Многу големата широчина на интервалот на довербата е последица од малиот обем на испитуваниот извадок.

Од дијаграмот, исто така, може да се прочита, дека 28% од испитуваните производи нема да ја достигнат издржливоста 200 часа. Ова се тврди со веројатност од 50%.

Ова беше пример кога за појдовен (влезен) податок беше земена вредност на апсцисната оска x (200-часа работа). Но одредени информации се добиваат и за вредностите на $y = F(x)$ - оската.

На пример, ако за појдовна големина се земе $F(x) = 50\%$, тогаш од дијаграмот може да се прочита дека 50% од производите на партијата ќе имаат издржливост од 140 до 770 часа. Ова се тврди со доверителна веројатност од 90%. Тоа значи: доколку би се направил голем број извадоци со по пет парчина може да се очекува дека во 90% случаи, 50% од парчината во извадокот ќе ја имаат наведената издржливост.

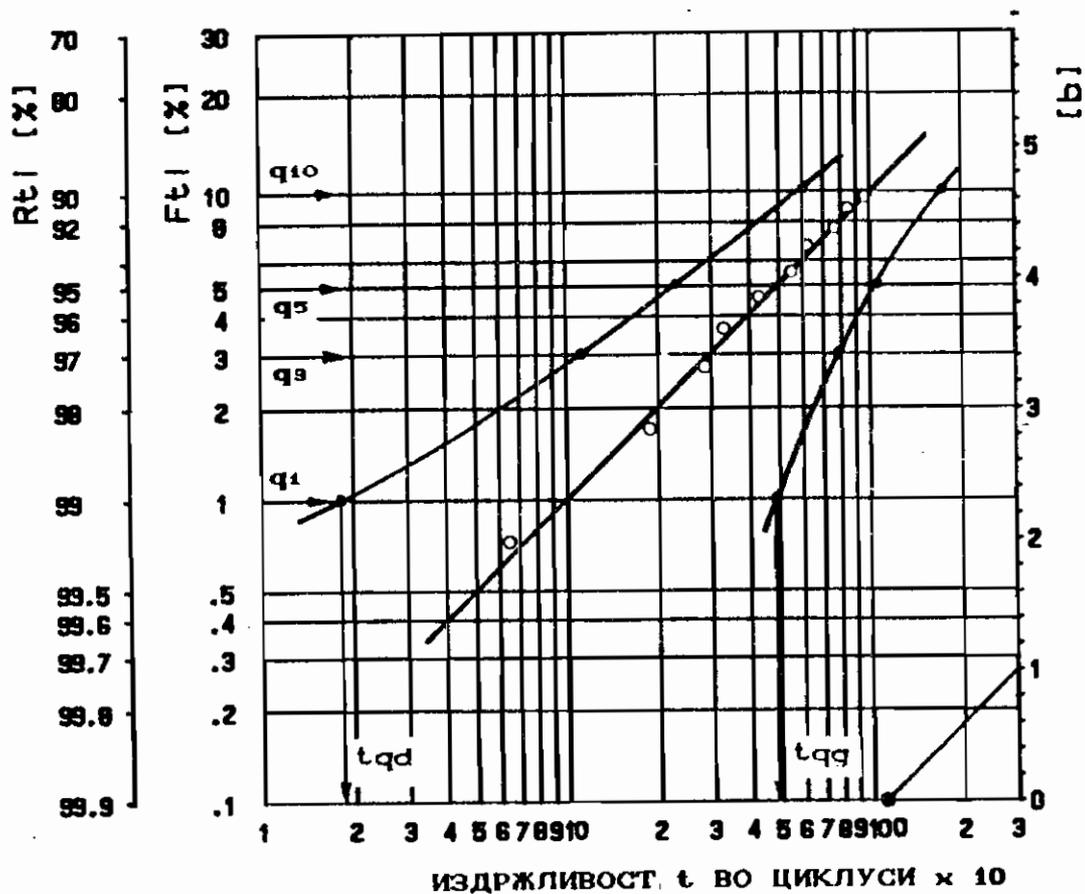
Ако на пример, се земе точката на горната граница на довербата (95%), која што одговара на издржливост од 200 часа, може со доверителна веројатност од 5% да се каже дека 40% од производите на партијата ќе ја надминат издржливоста од 200 часа, а веројатноста е 95% дека 60% од производите на партијата нема да издржат 200 часа работа.

2.2.3.1. Подрачје на доверба за ниска кумулативна зачестеност

Во случај на ниска кумулативна зачестеност на појавата на отказите 90%-ното подрачје на довербата се формира според методологија која ќе биде опишана во следниов пример (2.18; 2.20).

Од една партија производи е земен извадок од $n = 100$ парчина. Нивната експлоатација (испитување) е следена до моментот на појавата на отказот (t_j) на 10-те први парчина од

| q % | tq | Fq | tqg | tqd |
|-----|------|-----|-----|-------|
| 1 | 96 | 5,0 | 48 | 19,0 |
| 3 | 300 | 2,6 | 780 | 115,0 |
| 5 | 500 | 2,1 | 105 | 238,0 |
| 10 | 1030 | 1,7 | 175 | 606,0 |



Сл. 2.16 Граници на доверба за ниска кумулативна зачестеност

Со спојување на точките што се однесуваат на долната односно горната граница на довербата се добиваат кривите што ја дефинираат областа на довербата со доверлива веројатност 90%. (види сл. 2.16)

2. 2. 3. 2. Распределба и подрачје на доверба за извадок со нецелосни информации

При одредување на надежноста на одредени производи е можно некои од испитуваните производи да бидат повлечени од испитувањето, од причина што немаат врска со појава на отказ во

нив. На пример, тоа може да се случи доколку пробниот лабораториски стол се расипал или возилото што е испитувано претрпело несрекен случај. [2.3; 2.17; 2.18]

Во таков случај добиените податоци се обработуваат со помош на среден реден број на неисправните елементи од посматраниот извадок. Ако се испитува извадок од пет елемента до појава на отказот, тогаш редниот број на појавените откази ќе има цели редни броеви од 1 до 5. Беше покажано како во таков случај се одредува кумулативната зачестеност (види т 2.2.2.2).

На следниов пример ќе биде покажано како се одредува редниот број (j) кога некои од производите се повлечени од испитување / експлоатација.

На пример се испитува извадок од четири производа. Резултатите од следењето на испитуваните производи се дадени во следната табела, каде што со F е означен отказот, а со S –повлекување на производот од испитување.

| Производ | Отказ или повлекување | Време на испитување-часа |
|----------|-----------------------|--------------------------|
| 1 | Отказ (F_1) | 90 |
| 2 | Повлекување (S_1) | 102 |
| 3 | Отказ (F_2) | 105 |
| 4 | Отказ (F_3) | 147 |

Од табелата произлегува дека еден од производите откажал по 90 часа работа, вториот е повлечен од испитување по 102 часа работа, а останатите два производа откажале при 125 односно 147 часа работа.

Доколку производот кој што е повлечен од испитување, би се испитувал до појава на отказот тогаш може да се појави еден од следните три случаи.

| I | II | III |
|---------------------|---------------------|-------------------|
| F_1 | F_1 | F_1 |
| $S_1 \rightarrow F$ | F_2 | F_2 |
| F_2 | $S_1 \rightarrow F$ | F_3 |
| F_3 | F_3 | $S \rightarrow F$ |

Со други зборови, производот кој што е повлечен од испитување можеби ќе имал помала или поголема издржливост од издржливоста на производот 3, па дури и поголема издржливост од производот 4.

Бидејќи производот 1 во сите комбинации прв откажува тој отказ носи реден број $j_1 = 1$. Меѓутоа, вториот отказ (F_2) во два случаји, случаите II и III, ќе носи реден број $j = 2$, а во еден случај, случајот I, ќе носи реден број $j = 3$. Според тоа, за вториот отказ треба да се одреди среден реден број и тој ќе биде:

$$j_2 = \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{3} = 2,33$$

Сега може да се одреди рангот на медијаната за вториот отказ и тој е :

$$F(t_2) = \frac{j_2 - 0,3}{n + 0,4} = \frac{2,33 - 0,3}{4 + 0,4} = 0,461$$

Образецот за пресметка на средниот реден број $j(t_j)$ е:

$$j(t_j) = j(t_{j-1}) + \{ \text{прираст} \cdot P(t_j) \}$$

каде што е:

$j(t_{j-1})$ – предходен реден број

~~$n(t_j)$ – количество последени производи~~

$P(t_j)$ – прираст на редниот број

Прирастот на редниот број се одредува според обрасците

$$P(t_j) = \frac{n + 1 - j(t_{j-1})}{1 + nP} \quad \text{или} \quad P(t_j) = \frac{n + 1 - j(t_{j-1})}{1 + (n - nk)}$$

n – количество производи во извадокот

nP – количество производи што останале во испитување

nk – количество производи што го завршиле испитувањето

На пример средниот реден број на вториот отказ, пресметан според горните обрасци е:

$$j_2 = 1 + (1,33) = 2,33$$

$$P_2 = \frac{4 + 1 - 1}{1 + (4 - 2)} = \frac{4 + 1 - 1}{1 + 2} = \frac{4}{3} = 1,33$$

За дадениот пример, според веќе познатите обрасци е пресметан средниот реден број на отказите и ранговите на медијаните и дадени се во табелата:

| Време на испитува (t_j) часа | Среден ред. број (j) | Ранг на медијаната $F(t_j)$ |
|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 90 | 1,00 | 0,159 |
| 125 | 2,33 | 0,461 |
| 147 | 3,67 | 0,766 |

Според овие вредности можат да се нанесат три точки во Вејбуловата веројатносна хартија.

Постапката за одредување на параметрите на распределбата и подрачјето на довербата при испитување на надежност со повлекување на поедини производи од извадокот од испитувањето ќе биде презентирана преку примерот даден во продолжение.

Посматран е извадок од 20 возила со цел да се одреди надежноста на диференцијалот вграден во нив. [2.20].

Во табелата бр. 2.6 е регистриран патот што возилата го поминале до моментот на појавата на отказот во диференцијалот, односно до моментот кога тие биле повлечени од посматрање.

Табела бр. 2.6

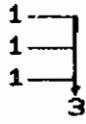
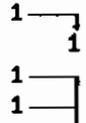
| Поминал пат [km] | Отказ (F) Повлекување (S) | Поминал пат [km] | Отказ (F) Повлекување (S) |
|------------------|------------------------------|------------------|------------------------------|
| 4.800 | S ₁ | 60.000 | F ₅ |
| 5.600 | S ₂ | 65.000 | S ₇ |
| 6.800 | F ₁ | 69.000 | F ₆ |
| 18.600 | S ₃ | 70.100 | S ₈ |
| 24.000 | F ₂ | 76.300 | S ₉ |
| 29.000 | F ₃ | 85.000 | S ₁₀ |
| 32.300 | S ₄ | 100.000 | F ₇ |
| 38.800 | S ₅ | 148.000 | F ₈ |
| 40.000 | S ₆ | 157.000 | S ₁₁ |
| 52.500 | F ₄ | 160.000 | S ₁₂ |

Добиените податоци се подготвуваат за пресметките кои што подоцна следуваат според шемата дадена во табела бр. 2.7.

За да се покаже какво влијание на подрачјето на довербата има случајот кога се земаат предвид само производите во отказ, какво е влијанието кога се земени во предвид и производите во отказ и оние што се повлечени од посматрање, најнапред примерот ќе биде изработен само со осумте неисправни производи во отказ, а потоа ќе бидат земени предвид и дванаесетте повлечени производи.

Доколку се земат предвид само производите во отказ, од табелата во прилогот 1, за $n = 8$ се отчитуваат ранговите на

Табела бр. 2.7

| Реден број j | Поминат пат (km) | Количество производи | |
|-----------------|------------------|----------------------|---|
| | | Во отказ | Повлечени |
| 1 | 4.800 | 1 |  |
| | 5.600 | | |
| | 6.800 | | |
| 2 | 18.600 | 1 |  |
| 3 | 24.000 | 1 | |
| 4 | 29.000 | 1 |  |
| | 32.300 | | |
| | 33.800 | | |
| | 40.000 | | |
| 5 | 52.500 | 1 | |
| 6 | 60.000 | 1 | |
| 7 | 65.000 | 1 |  |
| | 69.000 | | |
| | 70.100 | | |
| | 76.300 | | |
| 8 | 85.000 | 1 | |
| | 100.000 | 1 |  |
| | 148.000 | | |
| | 157.000 | | |
| | >160.000 | | |

медијаната на распределбата на појавата на отказите и се повлекува правата на распределбата, онака како што беше направено во т.2.2.2.2. Правата на распределбата на издржливоста во диференцијалите е прикажана на сл.2.17.

Со вредностите за горната и долната граница на довербата, земен од табелата во прилогот 1, а спрема веќе опишаната постапка во т.2.2.3 на истата слика се нацртани границите на 5% и 95% доверба.

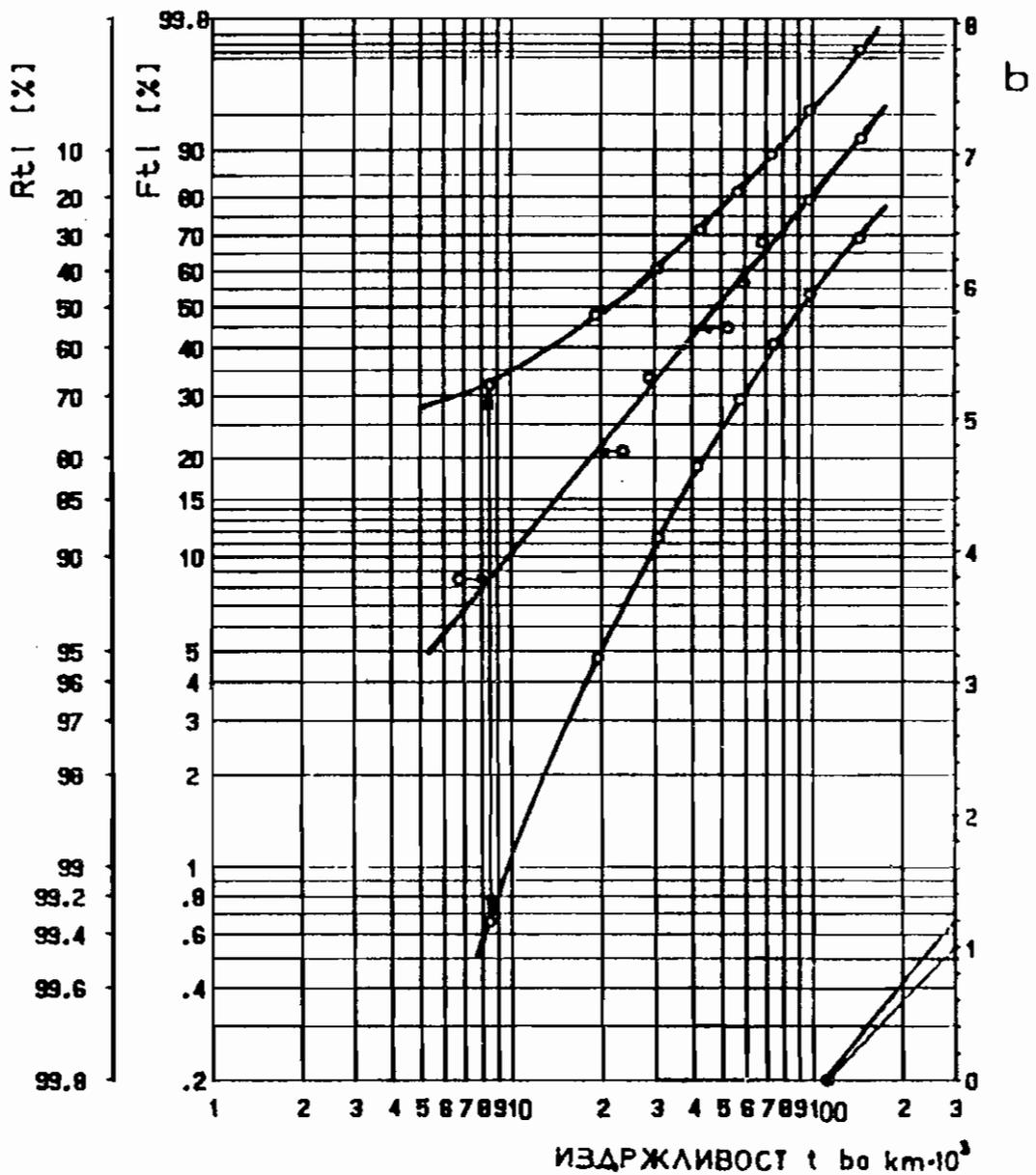
Меѓутоа, ако се опфатат резултатите од целиот извадок, производите во отказ и повлечените производи, распределбата и границите на довербата се црта според следната методологија.

Најнапред се пресметуваат средните редни броеви на неисправните производи и ранговите на медијаните.

Средните редни броеви се:

$$j_1 = j_0 + P_1 ; \quad j_0 = 0 ; \quad P_1 = \frac{(20 + 1) - 0}{1 + (20 - 3)} = 1,16$$

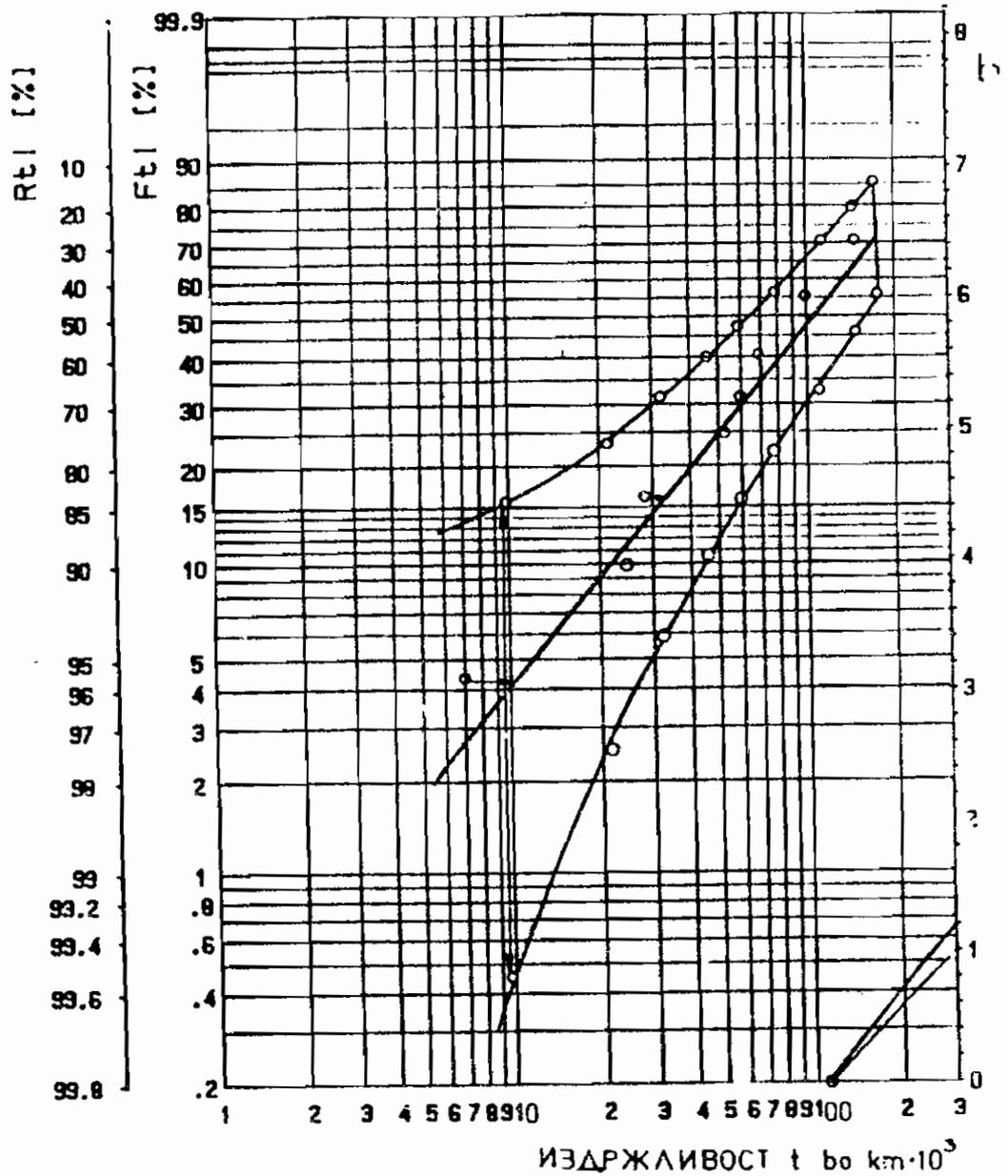
$$j_1 = 0 + 1,16 = 1,16$$



Сл. 2.17 Распределбата и подрачјето на довербата на издржливоста на диференцијалите.

Табела бр. 2. 8

| Ред. бр. j | Поминат пат до отказот [km] | Колич. произв. во отк. $nf(t_j)$ | Колич. на повлечени производи $ns(t_j)$ | Прираст на ред. број P_j | Среден реден број $j(t_j)$ | Рангови на медијана $F(t_j)\%$ |
|--------------|-----------------------------|----------------------------------|---|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 1 | 6800 | 1 | 2 | 1,16 | 1,16 | 4,20 |
| 2 | 24000 | 1 | 1 | 1,24 | 2,40 | 10,3 |
| 3 | 29000 | 1 | | 1,24 | 3,64 | 16,3 |
| 4 | 52500 | 1 | 3 | 1,58 | 5,22 | 24,1 |
| 5 | 60000 | 1 | | 1,58 | 6,80 | 31,9 |
| 6 | 69000 | 1 | 1 | 1,78 | 8,58 | 40,3 |
| 7 | 100000 | 1 | 3 | 3,10 | 11,68 | 55,8 |
| 8 | 148000 | 1 | | 3,10 | 14,78 | 71,0 |



Сл. 2.18 Распределба на појавата на отказите и подрачје на довербата

$$j_2 = j_1 + P_2 ; \quad j_1 = 1,16 ; \quad P_2 = \frac{(20 + 1) - 1,16}{1 + (20 - 5)} = 1,24$$

$$j_2 = 1,16 + 1,24 = 2,4$$

$$j_3 = j_2 + P_3 ; \quad j_2 = 2,4 ; \quad P_3 = \frac{(20 + 1) - 2,24}{1 + (20 - 6)} = 1,24$$

$$j_4 = 2,4 + 1,24 = 3,64 , \quad \text{и на ист начин до } j_n.$$

Пресметката на рангот на медијаните $F(t_j)\%$ се врши според познатиот образец

$$F(t_j) = \frac{j(t_j) - 0,3}{n + 0,4} 100\%$$

За овој пример тие се:

$$F_1 = \frac{j_1 - 0,3}{n + 0,4} 100\% = \frac{1,16 - 0,3}{20 + 0,4} 100\% = 4,2\%$$

$$F_2 = \frac{j_2 - 0,3}{n + 0,4} 100\% = \frac{2,40 - 0,3}{20 + 0,4} 100\% = 10,3\%$$

$$F_3 = \frac{j_3 - 0,3}{n + 0,4} 100\% = \frac{3,64 - 0,3}{20 + 0,4} 100\% = 16,3\%$$

и понатаму на ист начин се пресметува до F_8 .

Пресметаните средни редни броеви и ранговите на медијаните за сите производи во отказ, се дадени во табелата бр. 2.8 и според нив е нацртана распределбата на појавата на отказите на диференцијалот (сл. 2.18)

За да се одреди 90% подрачје на доверба, потребно е со интерполација да се одредат 5% и 95% вредности. За таа цел се користат соодветните вредности на 5 и 95 % -тни рангови за $n = 20$ од табелата во прилогот 1, како и вредностите на пресметаните средни редни броеви од табелата бр. 2.8 (види табела бр. 2.9). Во третата колона се 5%-тните вредности на целите редни броеви меѓу кои што се наоѓа средниот реден број, а во четвртата колона се децималните делови на средниот реден број.

Табела бр. 2.9

| Ред. број j | Среден ред. бр. $j(t_j)$ | 5% вредности на целите броеви | Децимал. дел на $j(t_j)$ | 5% вредн. за $j(t_j)$ | 95% вредн. за $j(t_j)$ |
|------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1 | 1,16 | 0,3 1,8 | 0,16 | 0,54 | 15,18 |
| 2 | 2,40 | 1,8 4,2 | 0,40 | 2,76 | 24,28 |
| 3 | 3,64 | 4,2 7,1 | 0,64 | 5,36 | 32,20 |
| 4 | 5,22 | 10,4 14,0 | 0,22 | 11,20 | 41,31 |
| 5 | 6,80 | 14,0 17,7 | 0,80 | 16,96 | 49,76 |
| 6 | 8,58 | 21,7 25,9 | 0,58 | 24,14 | 58,58 |
| 7 | 11,68 | 34,7 39,4 | 0,68 | 37,90 | 72,72 |
| 8 | 14,79 | 49,2 54,4 | 0,79 | 53,31 | 85,22 |

Пресметка на интерполираните 5% вредности се:

$$\text{Реден број } j = 1: (1,8 - 0,3) 0,16 + 0,3 = 0,54$$

$$j = 2: (4,2 - 1,8) 0,40 + 1,8 = 2,76$$

.....

$$j = 8: (54,4 - 49,2) 0,79 + 49,2 = 53,31$$

На ист начин се наоѓаат и интерполираните вредности на 95% граница на доверба. При тоа се користат целобројните вредности од табелата во прилогот 1, за $n = 20$.

Со пресметаните вредности за 5% и 95% гранични вредности се црта подрачјето на довербата (види сл. 2.18).

Споредувајќи ги подрачјата на довербата на сл. 2.17 и сл. 2.18 се уочува дека со земањето предвид на исклучените елементи подрачјето на довербата, особено нејзиниот горен дел, станува потесно, а и правата на распределбата е спуштена во областа на пониските вредности на $F(n)$.

Од добиените резултати може да се препорача, при процена на распределбата на отказите на одреден производ, да се земат предвид неисправните и повлечените производи на испитуваниот извадок. На тој начин се добиваат поквалитетни информации за надежноста на производот.

2. 2. 4 Подрачје на доверба на параметарот на обликот b

Вредноста на параметарот на обликот добиена од резултатите на испитувањето на извадокот е само една од можните вредности што се добиваат при испитување на извадоците. Тие вредности имаат одредено растурање, и можат да послужат за одредување на границите на довербата на параметарот b на партијата производи.

За случај на Вејбуловата распределба, границите на довербата на параметарот b на партијата производи се наоѓа според формулите:

$$b_d = \frac{b}{W_{1-\alpha/2}}$$

$$b_g = \frac{b}{W_{\alpha/2}}$$

W е статистичка вредност која што се зема од табелата во прилогот 3 (2.12), во зависност од избраните граници на довербата, односно широчината на областа на довербата, $\alpha/2$ до $1-\alpha/2$, вкупното количество производи во извадокот n и количеството производи што во текот на испитувањето откажале (r).

Доколку вредноста на параметарот на обликот добиена од испитувањето на извадокот има долна гранична вредност $b_d > 1$, тогаш може со веројатност $P = 1-\alpha$ да се каже дека се во прашање откази настанати поради абене или замор на производите. Со иста

толкава веројатност може да се каже дека се во прашање откази карактеристични за почетокот на работата на производите, доколку е $b_g \leq 1$.

Пример: Од испитувањето на извадок од $n = 10$ производа, при што во текот на испитувањето се појавила отказ во $r = 8$ производи, одреден е параметарот на обликот $b = 1,6$. Со доверлива веројатност $P = 0,90$ да се одредат границите на довербата на параметарот на обликот.

Од табелата во прилогот 3, за $n = 10$ и $r = 8$ се наоѓаат вредностите :

$$W_{\alpha/2} = W_{0,05} = 0,47$$

$$W_{1-\alpha/2} = W_{0,95} = 1,43$$

Користејќи ги напред наведените обрасци се одредува

$$b_d = 1,6/1,43 = 1,1$$

$$b_g = 1,6/0,47 = 3,4$$

Со веројатност 0,90 може да се тврди дека вредноста на параметарот на обликот на партијата испитувани производи е меѓу 1,1 и 3,4.

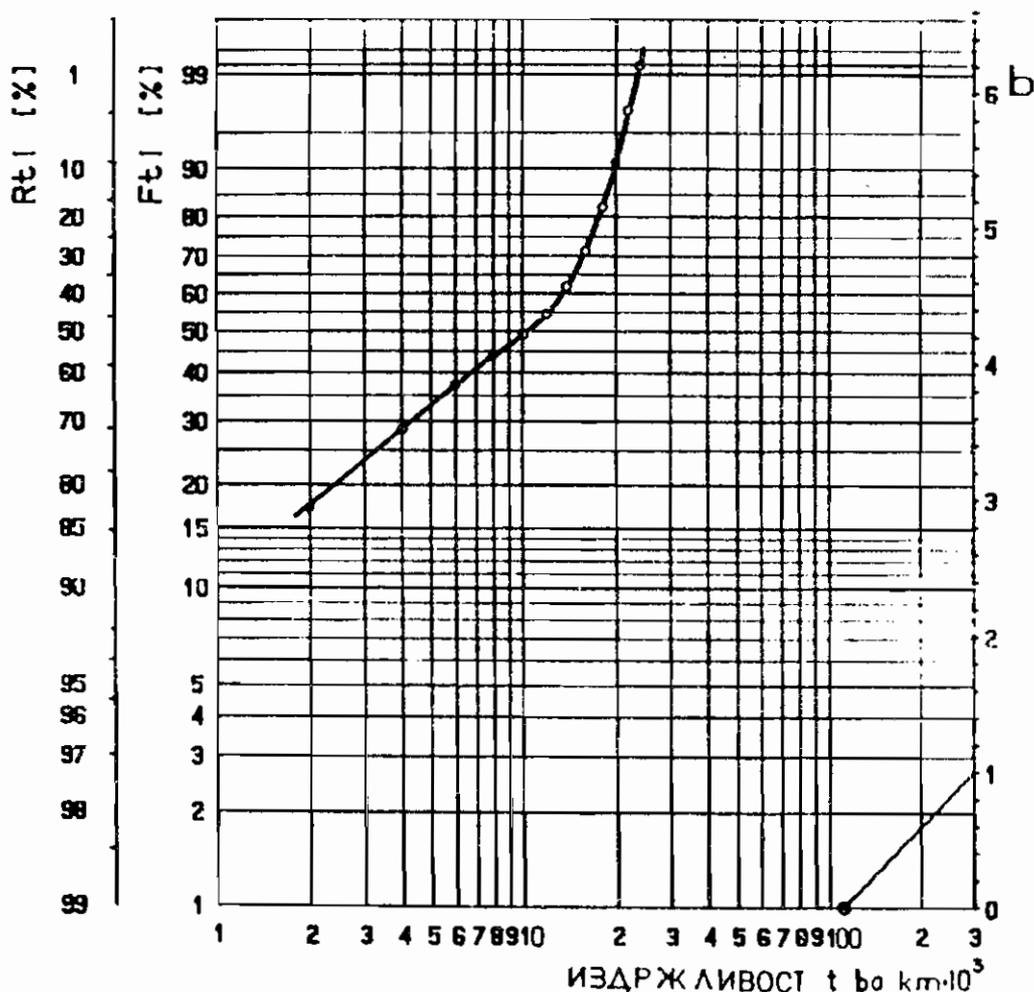
2.2.5 Мешовита распределба

Мешовита распределба се сретнува во случаи кога причините за појава на отказите на производите во извадокот се различни, т.е. во случај во извадокот да постојат производи со различни издржливости различен параметар на обликот b . При постоење на мешовита распределба во Вејбуловата веројатносна хартија не може да се повлече права линија, туку низ точките на веројатносната хартија може да се повлече крива линија на распределба на отказите (види сл. 2.19) (2.20).

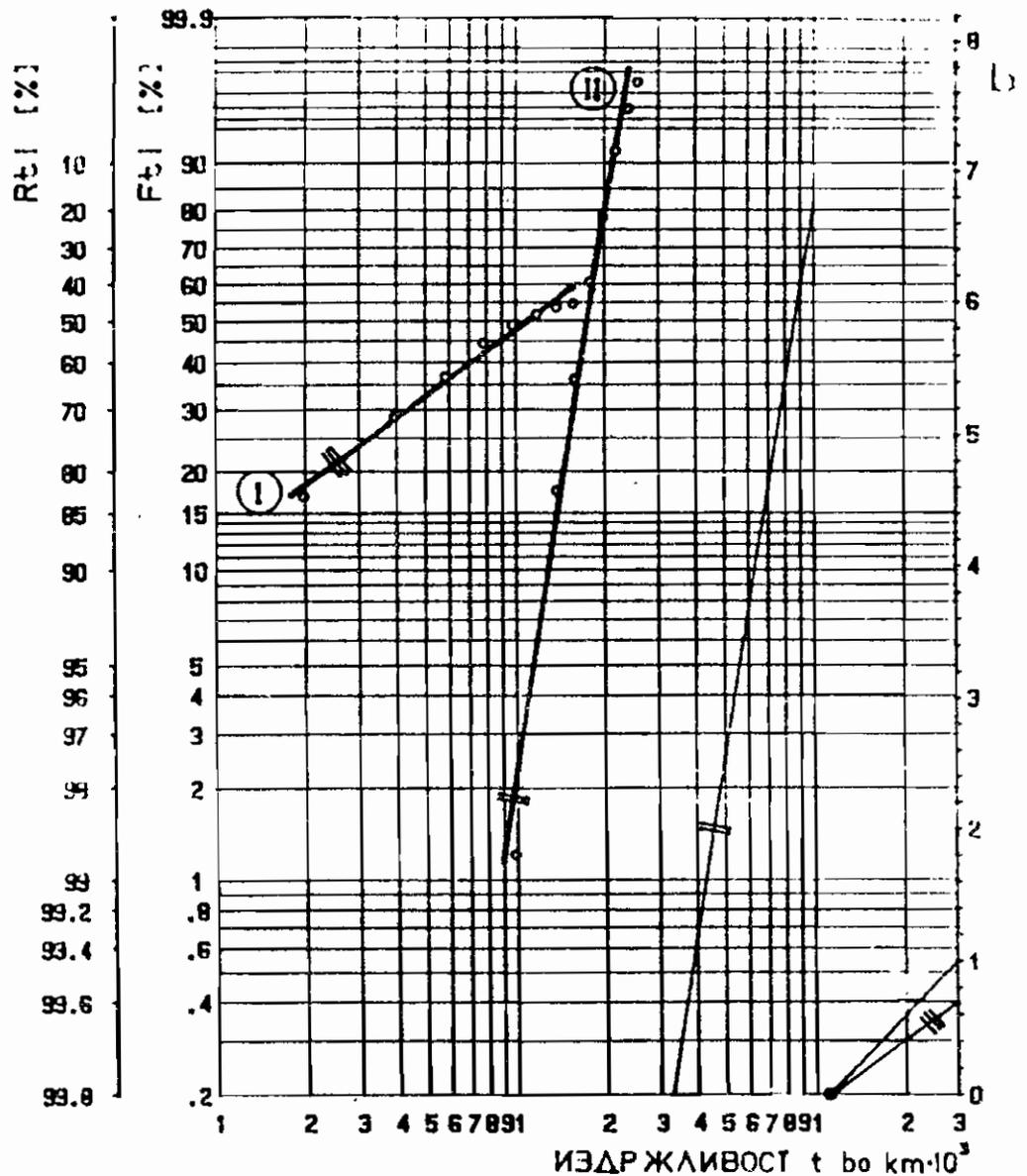
Крива линија на распределбата на појавата на отказите некогаш се добива и во случаите кога постои време без појава на откази. (види т. 2.2.6.) Ваквите случаи тешко се разликуваат од случаите на мешовита распределба, доколку не постои физичко објаснување за појавата на отказите од вакъв вид.

Мешовитата распределба може да се разложи на нејзините составни делови. Тоа може да се изврши ~~прецизно~~ со повторно сортирање на испитуваните елементи на извадокот според видот на отказите, т. е. со создавање хомогени групи на елементи кои што потоа поединечно се обработуваат (види сл. 2. 20) (2. 20).

При оваа постапка елементите на извадокот што сочинуваат хомогена група се третираат како неисправни елементи а останатото количество елементи во пресметките се земаат како исправни елементи на испитуваниот извадок. Пресметките се вршат како во примерот во т. 2. 3



Сл. 2.19 Мешовита распределба на 130 неисправни (прегорени, напукнати и изабени) фриക്ഷиони спојки (2. 20)



Сл. 2. 20 Мешовита распределба од сл. 2.19 расчленета на две поединечни распределби: I-70 прегорени и напукнати фрикциони спојки; II-60 изабени фрикциони спојки.

2. 2. 6 Тропараметарска Вејбулова распределба

Доколку податоците внесени во Вејбуловата веројатносна хартија одговараат на крива линија, конвексна кон горе (види сл. 2.21), може да се претпостави дека станува збор за тропараметарска Вејбулова распределба, т.е. распределба кај која што постои време без појава на отказ t_0 . Оваа крива може да се опише со трите параметра b , t_0 и T (види т. 2. 2).

додека во еден производ од групата настапи отказ. Се бележи времето или бројот на циклусите до појава на првиот отказ во групата од k - производи. Останатите $k - 1$ производи понатаму не се испитуваат.

- Истата постапка потоа се повторува на преостанатите групи, и се добиваат вкупно m вредности за минималната трајност на производите од секоја група.

- Отказите се означуваат со реден број соодветно на големината на достигнатата минимална издржливост, а потоа се одредува нивниот среден реден број $j(t_j)$ и рангот на медијаната $F(t_j)$. Добиените точки се нанесуваат во Вејбуловата веројатносна хартија и се повлекува правата на распределбата.

Средниот реден број $j(t_j)$ се одредува според формулата:

$$j(t_j) = j(t_{j-1}) + P(t_j)$$

каде што е:

$j(t_{j-1})$ - претходен среден реден број

$P(t_j)$ - прираст на редниот број, кој што се одредува

од изразот

$$P(t_j) = \frac{n + 1 - j(t_{j-1})}{1 + nr} \quad \text{или} \quad P(t_j) = \frac{n + 1 - j(t_{j-1})}{1 + (n - nk)}$$

n - количество производи во извадокот

nr - количество производи што останале во испитување

nk - количество производи што го завршиле испитувањето

Пример: Од партија производи е земен извадок од 54 парчиња ($n = 54$). Извадокот е поделен на $m = 9$ групи, со по $k = 6$ производи во секоја група. Резултатите од испитувањето според методот Sudden Death Testing како и пресметаните средни редни броеви и ранговите на медијаните се дадени во табелата бр. 2.10.

Табела бр. 2.10

| Ред. број j | Поминат пат до отказот $\{ km \}$ | Количество неисправни производи | Количество исправни производи | Среден реден број $j(t_j)$ | Ранг на медијаната $F(t_j)\%$ |
|---------------|-----------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| 1 | 10.000 | 1 | 5 | 1,00 | 1,29 |
| 2 | 14.000 | 1 | 5 | 2,10 | 3,31 |
| 3 | 18.000 | 1 | 5 | 3,33 | 5,57 |
| 4 | 18.000 | 1 | 5 | 4,73 | 8,14 |
| 5 | 20.000 | 1 | 5 | 6,35 | 11,12 |
| 6 | 23.000 | 1 | 5 | 8,30 | 14,71 |
| 7 | 25.000 | 1 | 5 | 10,76 | 19,23 |
| 8 | 28.000 | 1 | 5 | 14,16 | 25,48 |
| 9 | 32.000 | 1 | 5 | 19,09 | 36,19 |

Според напред наведените формули се добиваат средните редни броеви

$$j_1 = j_0 + P_1; \quad j_0 = 0; \quad P_1 = \frac{54 + 1 - 0}{1 + (54 - 0)} = \frac{55}{55} = 1,0$$

$$j_1 = 0 + 1 = 1$$

$$j_2 = j_1 + P_2; \quad j_1 = 1; \quad P_2 = \frac{54 + 1 - 1}{1 + (54 - 6)} = \frac{54}{49} = 1,1$$

$$j_2 = 1,0 + 1,1 = 2,1$$

$$j_3 = j_2 + P_3; \quad j_2 = 2,1; \quad P_3 = \frac{54 + 1 - 2,1}{1 + (54 - 12)} = \frac{52,9}{43} = 1,23$$

$$j_3 = 2,1 + 1,23 = 3,33$$

а на ист начин до j_6

Рангот на медијаната $F(t_j)$ се пресметува според следнава приближна формула

$$F(t_j) = \frac{j(t_j) - 0,3}{n + 0,4} 100\%$$

Во овој пример тој е:

$$F_1 = \frac{j_1 - 0,3}{n + 0,4} 100\% = \frac{1,0 - 0,3}{54 + 0,4} 100\% = 1,29\%$$

$$F_2 = \frac{j_2 - 0,3}{n + 0,4} 100\% = \frac{2,1 - 0,3}{54 + 0,4} 100\% = 3,31\%$$

$$F_3 = \frac{j_3 - 0,3}{n + 0,4} 100\% = \frac{3,33 - 0,3}{54 + 0,4} 100\% = 5,57\%$$

а на ист начин до F_6

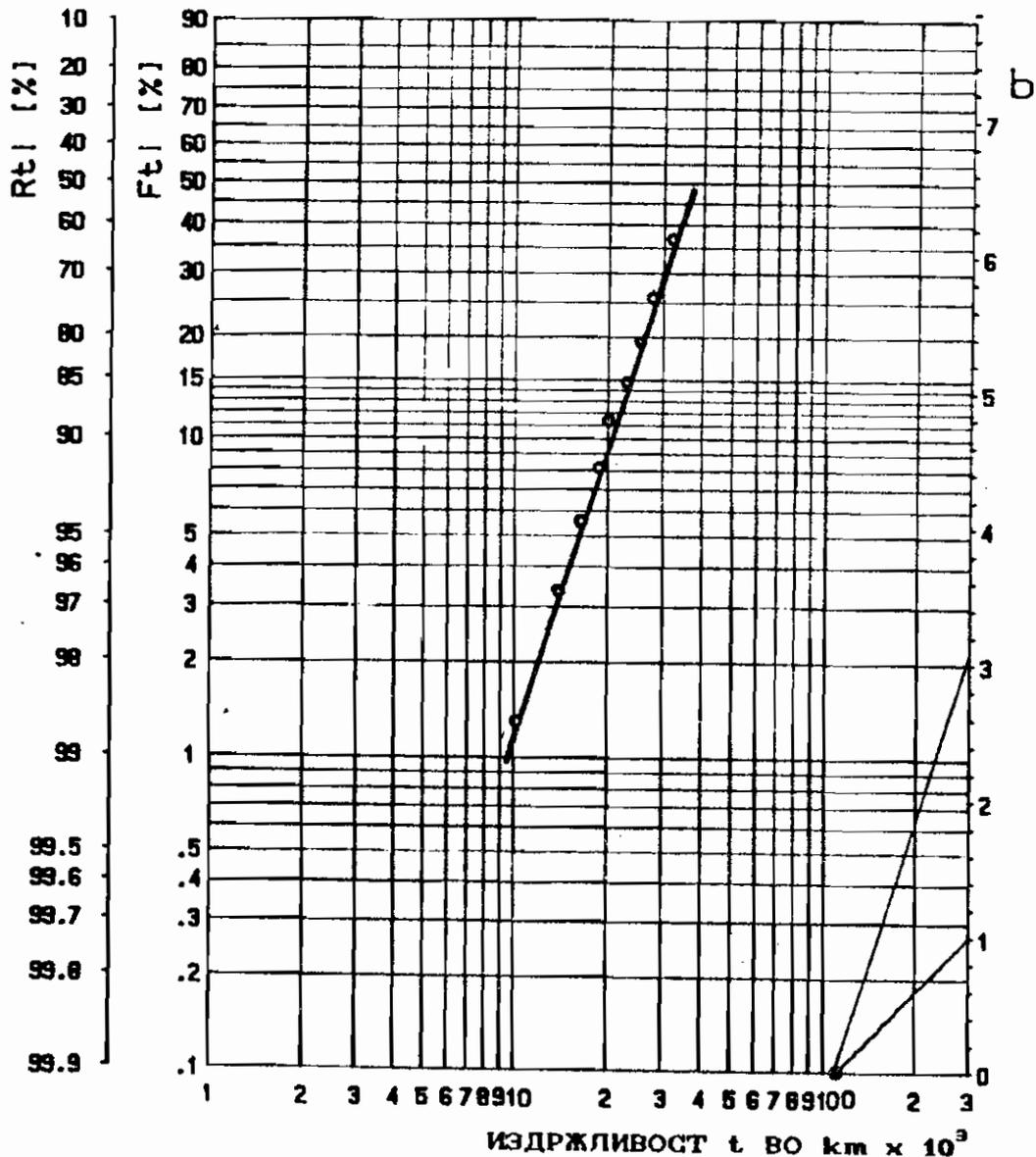
Пресметаните рангови на медијаните со соодветните поминати километри до појавата на отказ ги дефинираат точките на Вејбуловата веројатносна хартија низ кои се повлекува правата на распределбата на појавата на отказите – сл. 2.22.

Во продолжение ќе биде презентирана една метода со која се доаѓа до резултатот многу побрзо отколку во претходниот случај. Математичките основи на оваа постапка дадени се во [2.11]. Методата ќе биде презентирана со помош на податоците за појавата на отказите од предходниот пример [2.20].

За првите девет откази, наредени во ред според моментот на појавата на отказот, од табелата во прилогот 1, се отчитуваат

ранговите на медијаната. Ранговите на медијаната за $n = m = 9$ се : 7,4% ; 18% ; 28,6% ; 39,3% ; 50% ; 60,7% ; 71,4% ; 82,0% ; 92,6%.

Сега можат да се нанесат точките на распределбата на првите откази во Вејбуловата веројатносна хартија и да се повлече нивната права на распределбата.



Сл. 2.22. Вејбулова распределба добиена според методот Sudden Death Testing

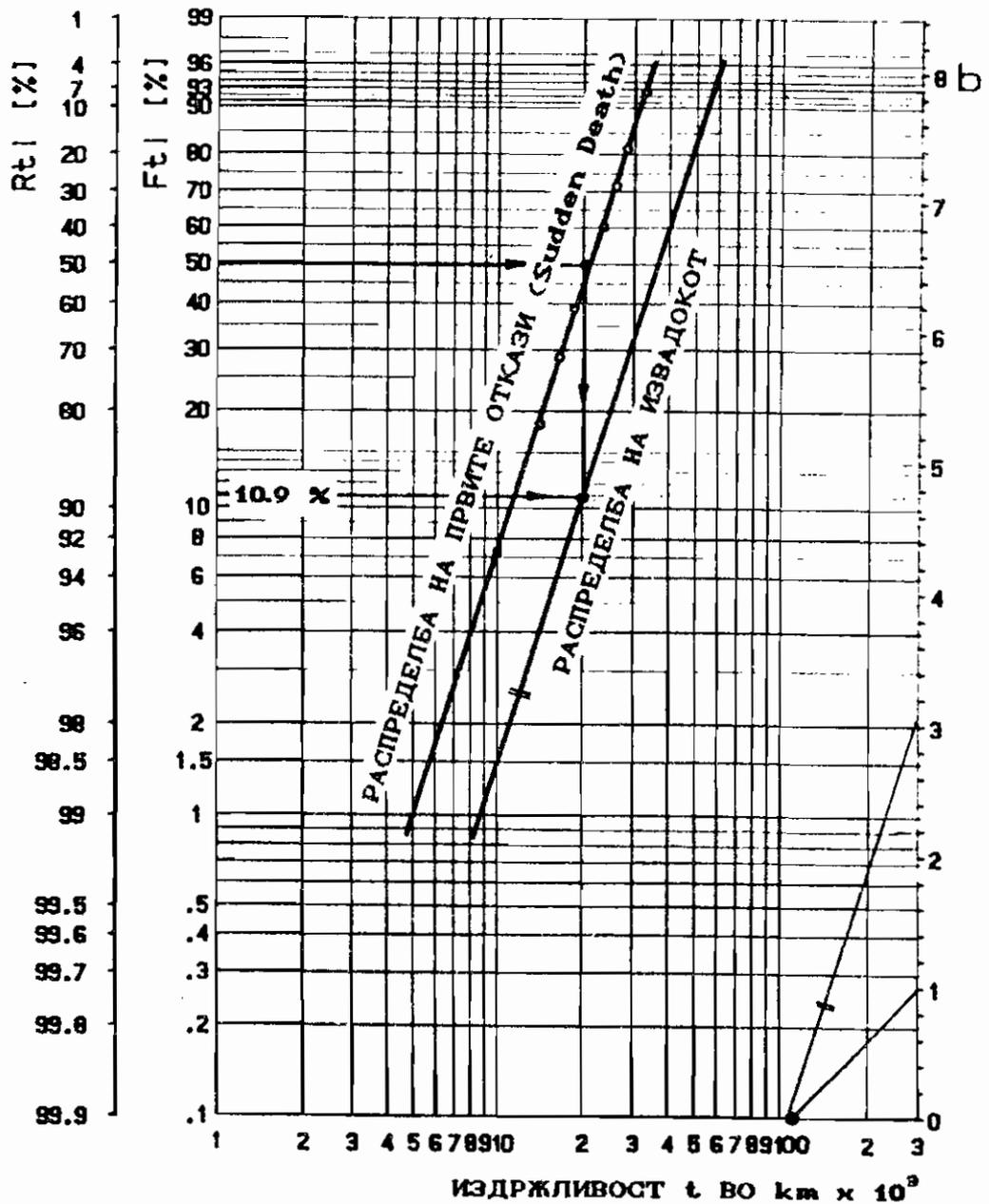
Секој од овие први откази се репрезентира преку рангот на медијаната:

$$F = \frac{1 - 0,3}{k + 0,4}$$

За нашиот пример со $k = 6$ едновременно испитувани производи во една група, рангот на медијаната ќе биде:

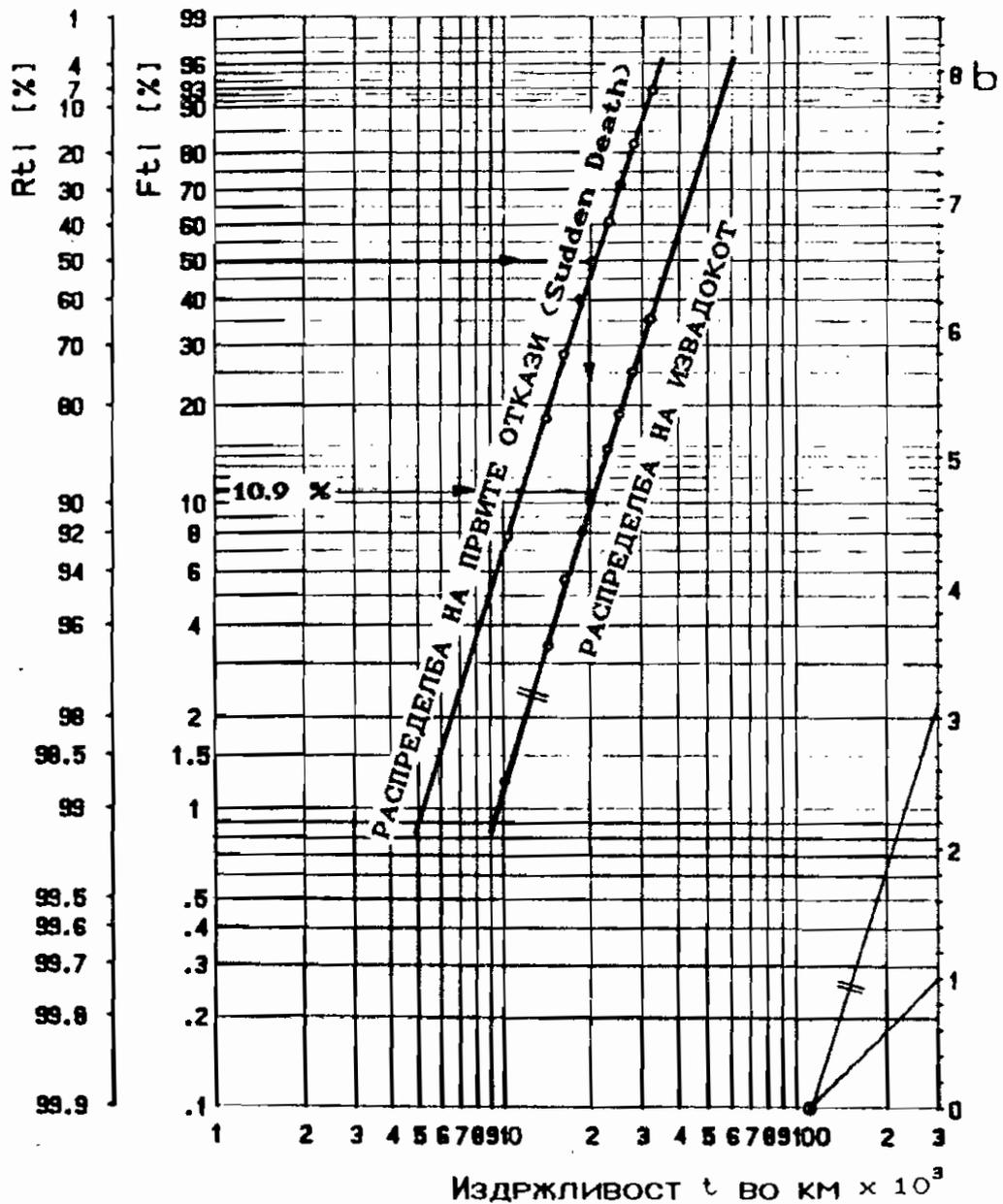
$$\frac{1 - 0,3}{k + 0,4} 100\% = \frac{1 - 0,3}{6 + 0,4} 100\% = 10,9\%$$

Репрезентативната права на отказите се добива на следниот начин:



Сл. 2. 23. Вејбулова распределба добиена според скусена постапка Sudden Death Testing

Низ пресечната точка на линијата 50% со правата на распределбата на првите откази (види сл. 2.23) се повлекува вертикална линија. Правата линија, повлечена низ пресекот на оваа вертикала со линијата 10,9%, паралелно со правата на распределбата на првите откази е репрезентативна права на отказите.



Сл. 2. 24 Споредување на резултатите од сл. 2. 22 и 2. 23

На овој начин веројатноста на појавата на првите откази се пренесува на целиот извадок. При тоа се претпоставува дека се

работи за хомоген извадок – каде што нема појава на кривини или прекршувања на линијата на распределбата.

За да се види колку е добро сложување на резултатите добиени според првата и втората постапка, точките од сл. 2. 22 се пренесени на сл. 2. 23 (види сл. 2. 24).

2. 3. 2 Примена на Sudden Death Testing при експлоатациони истражувања на надежноста

При постоење на податоци за отказите на производите во експлоатација логично е и во овој случај да се тргне од поделба на основниот извадок на еднакви групи. Овакви групи се формираат врз основа на производството на истражуваниот производ во тек на одреден временски период, на пример врз основа на негово едномесечно производство. Големината на групата посматрани производи се одредува според изразот:

$$k = \frac{n - nf}{nf + 1} + 1$$

n – количество производи во извадокот (на пример едномесечно производство)

nf – количество неисправни производи

Во продолжение, на конкретен пример, ќе биде покажана примената на оваа метода.

Количество од $n = 5000$ производи од едномесечно производство е испорачано на купувачите. Во текот на експлоатацијата се појавени $nf = 16$ неисправни производи. Регистриран е бројот поминати километри до појавата на секоја од тие откази и тој е: 1500; 2300; 2800; 3400; 3900; 4200; 4800; 5000; 5300; 5500; 6200; 7000; 7600; 8000; 9000; 11000 km.

За $n = 16$ од табелата од прилогот 1 се отчитуваат кумулативните зачестености (рангот на медијаната) и тие се: 4,4% ; 10,3% ; 16,4% 83,6% ; 89,7% и 95,8% .

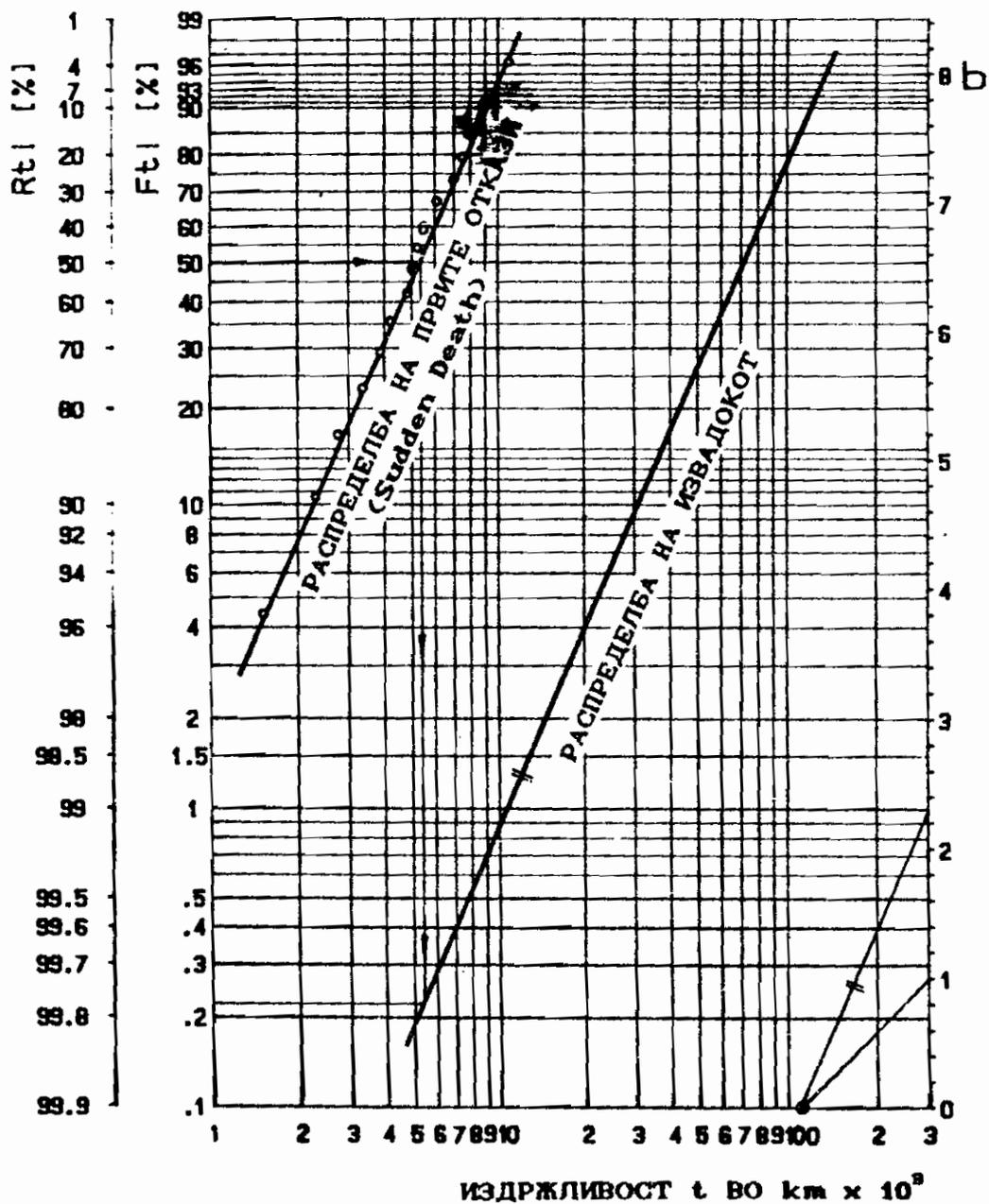
Со податоците за поминатите километри до појавата на отказите на 16-те производи и нивните соодветни вредности на кумулативните зачестености, на Вејбуловата хартија на веројатноста, се виртуваат точките, а потоа се повлекува и линијата на распределбата на првите откази. (види сл. 2. 25)

За да се повлече линијата на распределбата на отказите за целата посматрана едномесечна продукција, потребно е да се

одреди бројот на производите во фиктивните групи следени производи во експлоатација. Тој број, според напред дадената формула е:

$$k = \frac{5000 - 16}{16 + 1} + 1 = 294,2 = 294 \text{ производи.}$$

Значи има 294 исправни производи помеѓу поодделните откази и тоа пред првиот отказ; помеѓу првиот и вториот; вториот и третиот и т.н. и после шеснаесетиот отказ.



Сл. 2. 25 Вејбулова распределба на отказите при експлоатациони истражувања на надежноста

Како и во претходната точка, секој прв отказ во количината од $n = 5000$ производи се презентира со рангот на медијаната

$$\frac{1 - 0,3}{k + 0,4} 100\% = \frac{1 - 0,3}{294 + 0,4} 100\% = 0,23\%$$

Правата на распределбата на отказите во извадокот е повлечена на веќе објаснетиот начин во точка 2.3.1 (види сл. 2.25).

2.4. ОДРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА ВО ГАРАНТНИОТ ПЕРИОД

Веќе беше истакнато дека во случај на исклучување на производите од испитување, односно следење во експлоатација, битно е покрај информациите за производите во отказ, да постојат и информации за исправните (исклучените) производи. Со информациите за производите во отказ и исправните производи се добиваат попрецизни оценки за надежноста на производот, бидејќи и исправните производи "кријат" во себе информации за отказот.

Со вакво приод кон собирањето на информации можно е во релативно кус временски интервал да се добие информација со задоволителна оцена за надежноста на производот, бидејќи до скоро ист резултат се доаѓа со обработка на мал извадок ($n \leq 50$) од производи во отказ и исправни исклучени производи, како и со обработка на голем извадок ($n > 50$) од само неисправни (производи во отказ).

Производителите, преку сервисните служби, за време на гарантниот период на производот, добиваат целосни податоци за производи во отказ, а на исправните производи им го знаат само приближниот број. За да се добијат колку е можно поточни оценки за надежноста на производот, на производителот му се потребни информациите и за исправните производи. Такви информации се содржат во распределбата на интензитетот на експлоатацијата на посматраниот производ во текот на гарантниот период.

Познато е дека од различни причини, производите во масовната употреба не се искористуваат подеднакво во гарантниот и по гарантниот рок. Поради тоа, кога се посматраат производите во гарантниот период, може да се направи распределба на нивната искористеност во тој период. Кај возилата таа распределба ќе биде изразена преку километри поминат пат, а кај останалите машини во работни часови во гарантниот период.

Кога е позната распределбата на интензитетот на искористеноста на производот во гарантниот период, може да се одреди процентуалната застапеност на производите во поодделни интервали на ангажираноста на производот, а ако е познато вкупното количество производи во гарантниот период, може да се одреди колкав е бројот на производите во кој било интервал на ангажирањето (експлоатацијата).

Количеството исправни производи во определен интервал на ангажирање на производот се одредува така што со помош на распределбата се одредува вкупното количество производи во тој интервал и од тоа количество се одзема бројот на производи во отказ во истиот интервал.

Интервалите на кои што се дели распределбата на интензитетот на искористеноста на производот можат да бидат рамномерни. Кога количеството на производите во отказ е мало во однос на вкупно следеното количество производи, како прв интервал може да се земе моментот до појавата на првиот отказ, вториот од тој момент до моментот на појавата на вториот отказ и т. н.

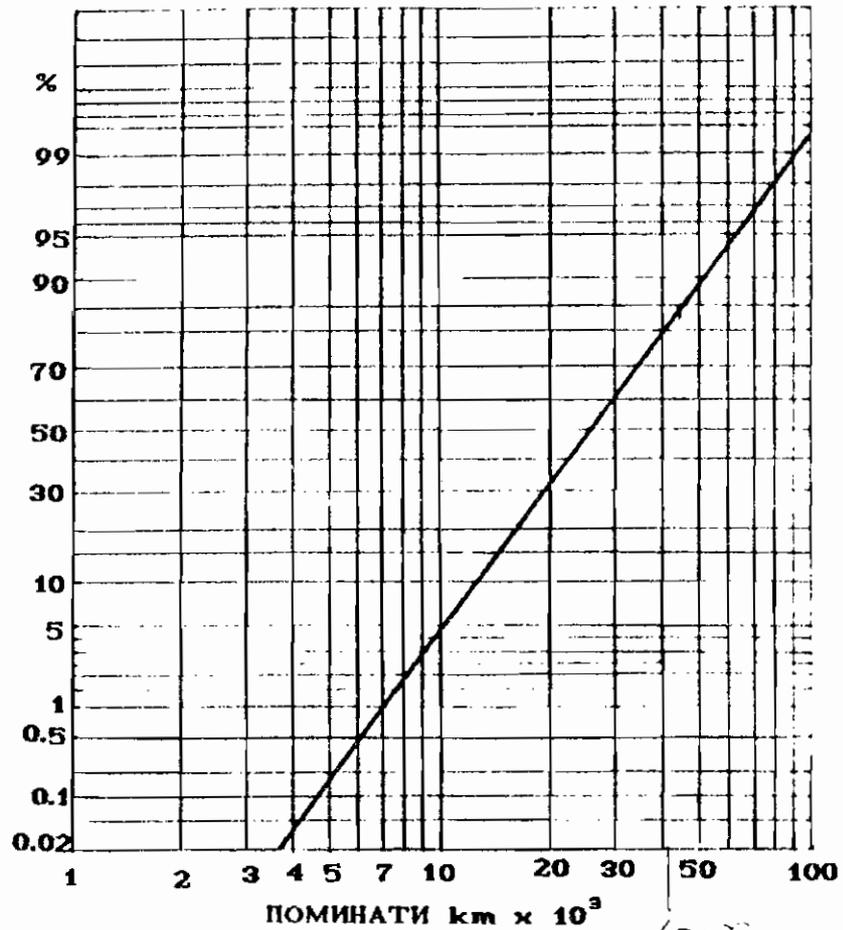
Постапката за оцена на надежноста на производите или нивните елементи во текот на гарантниот период (рок) ќе биде презентирана на следниов пример (2.20).

Пуштени се $n = 3780$ мали транспортни возила во експлоатација. Гарантниот период на возилата е една година. Регистрирани се откази на определен дел (елемент) од возилата во текот на гарантниот период. Гарантниот период е поделен на определен број класи, и регистрирано е количеството делови во отказ секоја класа (види табела бр. 2.11)

Табела бр. 2.11

| Класи на поминатиот пат t_j [km] | Количество делови во отказ $n_f(t_j)$ |
|---------------------------------------|--|
| 0 - 4000 | 5 |
| 4000 - 8000 | 2 |
| - 12000 | 2 |
| - 16000 | 2 |
| - 20000 | 1 |
| 20000 - 24000 | |
| - 28000 | 1 |
| - 32000 | 2 |
| - 36000 | 3 |
| 36000 - 40000 | 1 |

Позната е распределбата на поминатиот пат на малите транспортни возила во тек на првата година на експлоатацијата и е дадена на сл. 2. 26.



Сл. 2. 26 Распределба на поминатиот пат на малите транспортни возила во тек на првата година на експлоатација.

Од распределбата на сл. 2. 26 може да се прочита дека 80% од возилата ќе поминат помалку од 40.000 km во текот на првата година во експлоатација.

Во овој случај, во гарантираниот рок се појавиле откази на $n_f = 19$ возила, што значи дека $n_e = 3761$ возило не претрпело отказ во гарантниот рок.

Првата класа на поминатиот пат има горна граница 4000 km, и за таа вредност на апсцисната оска одговара кумулативна зачестеност од околу 0,035% (види распределбата на сл. 2. 26).

Според тоа, во класата до 4000 km има 0,035% од 3761 исправни возила, а тоа изнесува $n_5 = 1$ возило, т.е. едно возило не поминало годишно повеќе од 4000 km.

Поради идеализирање на распределбата на поминатиот пат, во долните области на распределбата се појавуваат определени неточности, кои што сепак немаат значително влијание врз вкупниот резултат.

Следната класа е до 8000 km, а на тој поминат пат одговара кумулативна зачестеност 1,7%. Бидејќи класата е од 4000 до 8000 km процентот на исправните возила во класата е $1,7\% - 0,03\% = 1,665\%$. $3761 = 63$ возила. На ист начин се пресметува и количеството исправни возила во преостанатите класи возила. Бидејќи во класата од 20000 до 24000 km не постои појава на отказ таа се претопува во следната класа, во која што има возила во отказ во класа со интервал од 20000 до 28000 km. Пресметаното количество исправни возила, т.е. возила со исправни, конкретно следени делови, е дадено во табела бр. 2.12

Табела бр. 2.12

| Класи на поминат пат t_j [km] | Кумулативна зачестеност % | Процент на исправни делови | Количество на исправни делови $n_5(t_j)$ |
|---------------------------------|---------------------------|----------------------------|--|
| 4000 | 0,035 | 0,035 | 1 |
| 8000 | 1,7 | 1,665 | 63 |
| ... 12000 | 8,6 | 6,9 | 260 |
| ... 16000 | 20,0 | 11,4 | 429 |
| ... 20000 | 33,5 | 13,5 | 508 |
| ... 28000 | 57,0 | 23,5 | 884 |
| ... 32000 | 67,0 | 10,0 | 376 |
| ... 36000 | 74,0 | 7,0 | 263 |
| ... 40000 | 80,0 | 6,0 | 226 |

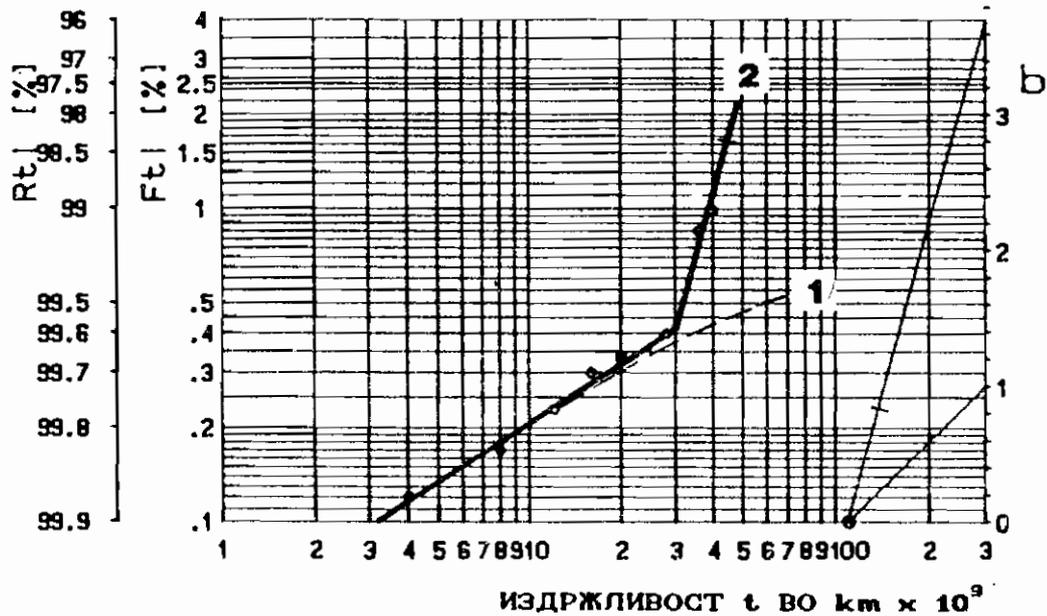
Сега е можно користејќи ги обрасците од т. 2.2.3.2. да се пресмета рангот на медијаната за дадените класи поминат пат (види табела бр. 2.13).

Со вредностите на првата и последната колона на табелата бр. 2.13 се црта распределбата на појавата на отказот на следените делови на возилото во Вејбуловата веројатносна хартија (испрекршената линија 2 на сл. 2.27)

Добиената испрекршена линија на распределбата укажува на постоење мешовита распределба. Нејзината пострма гранка е резултат на појава на откази поради абене. Дожку би се земале

Табела бр. 2.13

| класи на поминат пат t_j km | Количина делови во отказ $n_f(t_j)$ | Количество исправни делови | Среден рен број $j(t_j)$ | Ранг на медијаната $F(t_j)$ |
|-------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| ... 4000 | 5 | 1 | 5,00 | 0,12 |
| ... 8000 | 2 | 63 | 7,03 | 0,17 |
| ... 12000 | 2 | 260 | 9,22 | 0,23 |
| ... 16000 | 2 | 429 | 11,72 | 0,30 |
| ... 20000 | 1 | 508 | 13,22 | 0,34 |
| ... 28000 | 1 | 884 | 15,54 | 0,40 |
| ... 32000 | 2 | 376 | 21,58 | 0,56 |
| ... 36000 | 3 | 263 | 33,08 | 0,86 |
| ... 40000 | 1 | 226 | 38,04 | 0,99 |
| > 40000 | | 751 | | |
| | $n_f=19$ | $n_e=3761$ | | |
| | $n=3780$ | | | |



Сл. 2.27. Распределба на појавата на отказите

предвид само деловите во отказ во гарантниот рок, би се добила права на распределбата на појавата на отказите исцртана со непрекинатата линија 1. Ваквиот тек на распределба е погрешна, затоа што не е одраз на вистинската состојба во експлоатацијата.

Дека во некои случаи, при оцената на надежноста на посматраните производи, може да се извлече погрешен заклучок, доколку не се земат предвид начинот на појавата на отказот, покажува и следниов пример.

Добиени се резултати од следење во експлоатација на $n = 65$ фрикциони плочки за кочници. Во текот на нивното следење се појавил отказ на $n_f = 24$ плочки, а од следењето е исклучена $n_e = 41$ плочка.

Бидејќи се работи за извадок од $n > 50$, обично испитувачот обработката на добиените резултати ја врши со класирање. И во овој случај се направени 5 класи според поминатиот пат на фрикционите плочи во експлоатација. Според веќе познатите обрасци пресметан е средниот реден број и рангот на медијаните. (види табела бр. 2.14) а потоа, во Вејбулова веројатносна хартија е повлечена и правата на распределбата на отказите (види сл. 2.28).

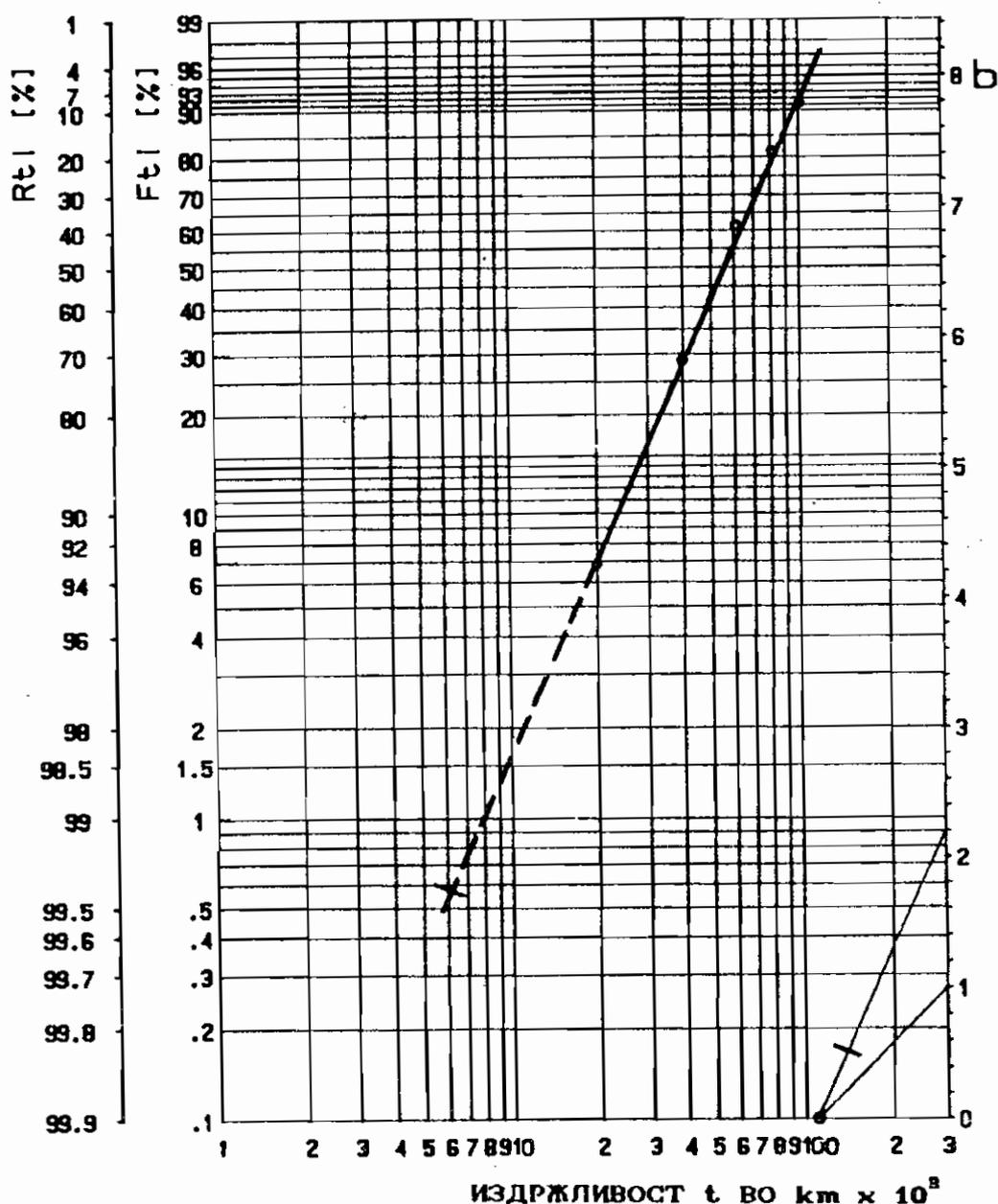
Табела бр. 2.14

| Реден број j | Класи на патот, t_j $\text{km} \times 10^3$ | Количество делови во отказ $n_f(t_j)$ | Количество исправни делови $n_e(t_j)$ | Среден реден број $j(t_j)$ | Рангот на медијаната $F(t_j)\%$ |
|----------------|--|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| 1 | 0–20 | 3 | 17 | 4,04 | 5,71 |
| 2 | 20–40 | 10 | 4 | 18,79 | 28,27 |
| 3 | 40–60 | 8 | 14 | 39,77 | 60,35 |
| 4 | 60–80 | 2 | 6 | 52,88 | 80,40 |
| 5 | 80–100 | 1 | | 59,44 | 90,43 |
| | | 24 | 41 | | |
| | | 65 | | | |

Добиената распределба од следените делови се чини дека е во ред, но поради специфичноста на плочките за кочење резултатот не е во ред.

Имено поради постепеното абене на плочките секогаш постои едно јасно изразено време (пат) без појава на отказ t_0 , па распределбата во Вејбуловата веројатносна хартија треба да се покаже како закривена линија.

Таква линија, меѓутоа се добива ако обработката на резултатите се врши според редоследот на појавата на сите откази, при што се респектирани и деловите кои што се исклучени од следење. Тоа се гледа од распределбата на појавата на



Сл. 2. 28. Распределба на појавата на отказите според класирани резултати

откази, при што се респектирани и деловите кои што се исклучени од следење. Тоа се гледа од распределбата на појавата на отказите на кочните плочки прикажана на сл. 2. 29. Линијата е нацртана според вредностите од табелата бр. 2. 15.

Овде очигледно доаѓа до израз влијанието на формирањето на класите на податоците врз резултатот на истражувањето.

дството кои што се присутни во еден голем процент на производи – т. н. "недостатоци со голема зачестеност".

При испитување на мал број производи обично не е можно да се оцени распределбата на појавата на отказите на неговите склопови или елементи. Сепак, распределбата на отказите може да се открие на оние елементи кои се засталени во поголем број засталени во производот што се испитува, па така се добиваат поголем број информации за таквите елементи при испитување на мал број производи.

Секогаш при планирањето на испитувањето се поставува прашањето, како е можно од испитувањето да се извлече што повеќе потребни информации. За откривањето на "недостатоците со голема зачестеност" не е потребен голем број испитувања. Треба да се има предвид фактот дека отказите на елементите ретко се случуваат по исто време на испитување, туку обично постои одредено расејување на моментот на нивната појава. Поради тоа, доколку испитувањата се подолготрајни, поголема е веројатноста за откривање на недостатоците на производот. Од напред изнесеното произлегува дека испитувањето може да опфати мал број производи но нивното испитување треба да трае подолго време.

Времетраењето на испитувањето треба да е подолго од очекуваната издржливост на производот. При таквите испитувања треба да се настојува да се откријат и причините за појавата, на отказите на деловите (склоповите) на испитуваниот производ. Сознанијата од долготрајните полигонски или експлоатациони испитувања потоа се аплицираат во лабораториски испитувања на поголем број испитни примероци. Врз основа на резултатите од лабораториските испитувања се открива распределбата на појавата на отказите според која се цени дали надежноста (издржливоста) на елементот задоволува или, треба да се преземат конструктивни или технолошки мерки за нивно подобрување.

Доколку при долготрајните експлоатациони или полигонски испитувања не настани отказ, постои голема веројатност дека производот ја поседува очекуваната надежност.

При испитувањето на извадок од n – елементи, земен од партија производи чија надежност е $R(1)$, веројатноста дека ќе бидат исправни токму k производи се одредува според законот на биномната распределба [2.13]:

$$P = \binom{n}{k} \cdot R^k \cdot (1 - R)^{n-k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!} R^k \cdot (1 - R)^{n-k}$$

Така на пример, доколку е надежноста на некој производ $R(t) = 0,94$, според горната формула може да се одреди колкава ќе биде веројатноста во извадок од $n = 5$ производи токму $k=3$ производи да бидат исправни:

$$P = \frac{5!}{3!(5-3)!} 0,94^3 \cdot 0,06^2 = 0,03 = 3 \%$$

Законот за биномната распределба може да се искористи и при одредувањето на големината на извадокот при испитување на производ со дефинирана надежност и определена веројатност дека планираниот настан ќе се случи.

Така, количеството производи кое треба да го издржи испитувањето без појава на отказ, за да се докаже надежноста на $R(t_0)$ со веројатност P , – се одредува според следнава формула :

$$n = \frac{\ln(1 - P)}{\ln(R(t_0))}$$

Формулата е добиена од законот за биномната распределба за $k = 0$. На пример, со веројатност $P = 60\%$ за да се потврди надежноста $R(t_0) = 90\%$ на партија производи, според горната формула се пресметува, дека за тоа е потребен извадок од $n = 9$ парчина кои во текот на испитувањето, до моментот t_0 , нема да претрпат отказ. За поголема веројатност во тврдењето дека е $R(t_0) = 90\%$, на пример за веројатност $P = 90\%$, потребно е извадок од $n = 22$ парчина да го издржи испитувањето.

Доколку, врз основа на искуство, се дефинираат параметрите на очекуваната распределба на издржливоста на производот што ќе се испитува, постои можност да се намали обемот на извадокот за испитување, но затоа е потребно времетраењето на испитувањето да биде подолго од времето t_0 за кое што се однесува надежноста на производот $R(t_0)$.

Ако за време на испитувањето на извадок, чии што обем е n , не треба да се случи ниту еден отказ тогаш важат следниве релации [2.1]:

$$P = 1 - R(t_0)^{n \cdot L_v^b} ; \quad L_v = \frac{t_p}{t_0} = \left[\frac{\ln(1 - P)}{n \cdot \ln R(t_0)} \right]^{1/b}$$

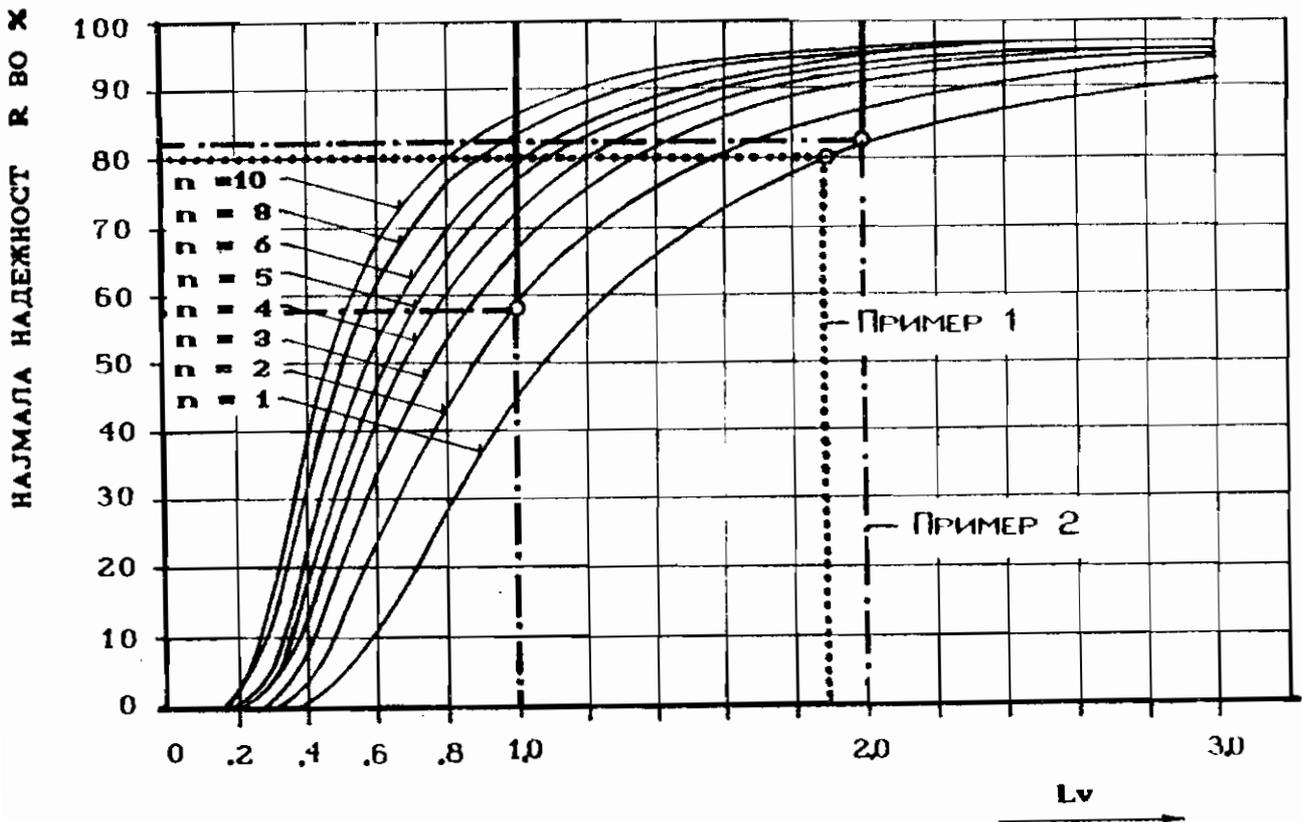
каде што е:

P – веројатност дека планираниот настан ќе се случи,

L_v – однос меѓу времето на испитувањето (t_p) и времето на потребната издржливост на производот (t_0),

b – параметар на обликот на распределбата.

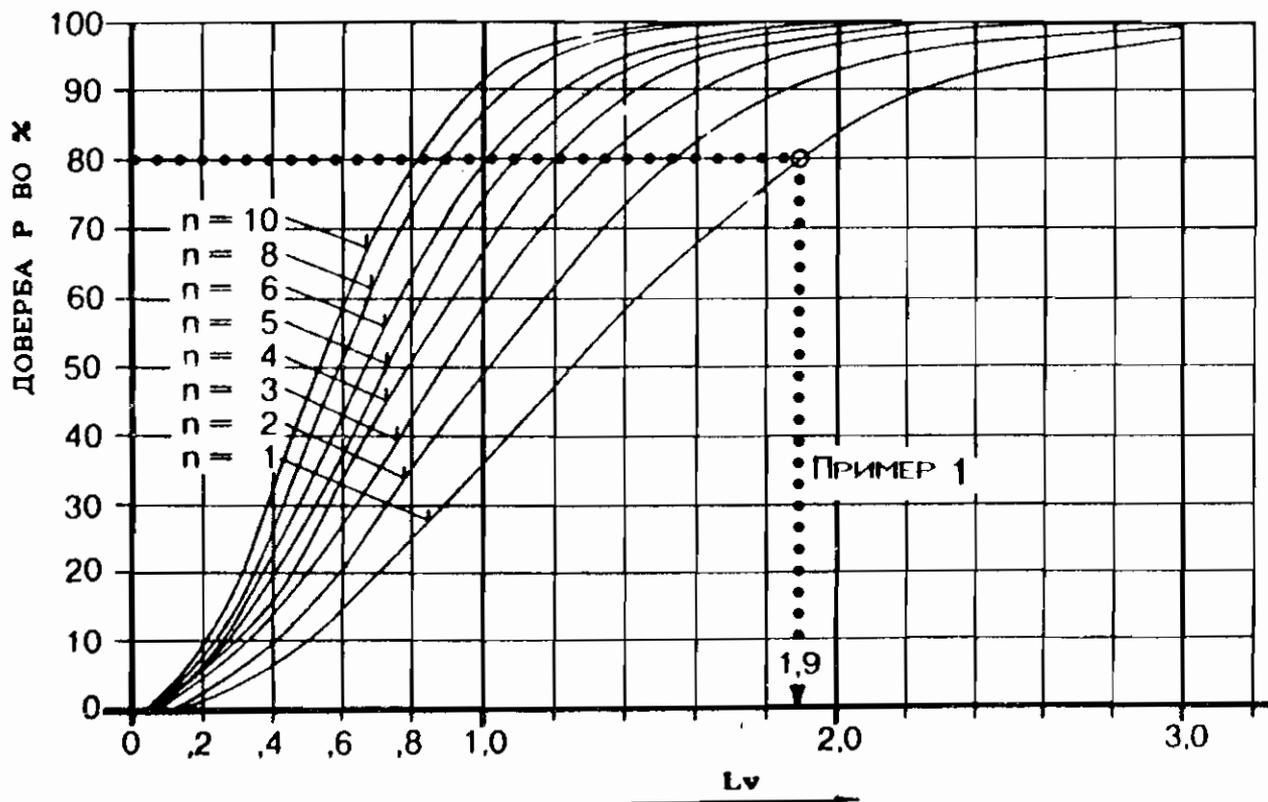
На сликите бр. 2. 29 и бр. 2. 30 се нацртани дијаграмите " $R - L_v$ " при $P = 0,80$ и " $P - L_v$ " при $R = 0,80$, за случај распределбата на издржливоста на производот да е со параметар $b = 2,0$ под услов во текот на испитување да не се појави отказ ($k = 0$). (2. 20).



Сл. 2. 29. Надежност во зависност од времетраењето на испитувањето при $P = 0,80$ и $b = 2,0$

Примената на оваа постапка претежно служи за одредување надежноста на производите во стадиумот на развојот и при истражувањето на настанатите проблеми во производот. Оваа постапка не би требало да се применува при тековната контрола на производот.

Продолженото испитување мора, да биде оправдано и од стручна страна и, според стекнатото искуство, не би требало да е двојно подолго од очекуваната издржливост на производот. Преголемо продолжување на испитувањето би довело до погрешни резултати.



Сл. 2. 30. Веројатност дека нема да се појави отказ во зависност од траењето на испитувањето при $R = 0,80$ и $b = 2,0$

Ваквото докажување на надежноста на производот произлегува од претпоставката дека секој конструктивен или производствен недостаток, кој што ја намалува надежноста, се открива при продолженото испитување и тоа при само едно испитување. Затоа секоја појава на отказот во текот на испитувањето е значајна.

Во продолжение ќе бидат дадени два примера од кои ќе се види примената на дијаграмите на сл. 2. 29 и 2. 30 при проверката на надежноста на производот со испитување на извадок со ограничен број пробни парчина.

Пример 1. За еден производ е предвидена издржливост од 40.000 km без појава на отказ. Усвоен е параметарот на обликот $b = 2$. Да се одреди количеството пробни парчина потребни за најекономично испитување со кое ќе се потврди 80%-тна надежност на производот со доверба $P = 80\%$.

Решението е можно со користењето на дијаграмот на слика 2.29 или слика 2.30. И двете можности водат кон ист резултат. Најекономично е испитувањето со $n = 1$ пробно парче (производ). Од дијаграмите јасно се гледа како за зададените вредности се одредува вредноста на абсцисата $L_v = 1,9$. Според тоа испитувањето треба да трае $1,9 \times 40.000 = 76.000$ km.

Значи, најекономично испитување, со цел да се докаже надежноста на производот $R = 80\%$ при $P = 80\%$, е испитување на еден производ на патека долга 76.000 km.

Пример 2. На располагање стојат две испитни парчиња, кои при испитувањето треба да поминат вкупно 80.000 km. Очекуваната минимална издржливост изнесува 40.000 km. Се цени дека параметарот на обликот е $b = 2$, а потребната доверба во резултатот од испитувањето е $P = 80\%$.

Да се одреди која е поповолна варијанта на испитувањето:

1. едно парче да се испитува 80.000 km или
2. двете парчиња да се испитуваат по 40.000 km (вкупно 80.000 km).

Со помош на дијаграмот на сл. 2.29 за првиот случај, со $n = 1$ и $L_v = 80.000/40.000 = 2$, се докажува надежност од $R \geq 81,5\%$, а за вториот случај, со $n = 2$ и $L_v = 40.000/40.000 = 1$ се докажува надежност $R \geq 59\%$.

Бидејќи трошокот на испитувањето за поминување на патеката при двете испитувања е еднаков, треба да се даде предност на онаа постапка на испитувањето со која се докажува поголема минимална надежност. Во овој случај тоа е постапката со една проба $n = 1$ и испитување на 80.000 km.

Уште еднаш треба да се нагласи дека настанатиот отказ при ваквите испитувања не треба да се третира како случаен или поединечен. Тоа во најголем број случаи би бил погрешен заклучок. Поголема е веројатноста дека во таквите случаи станува збор за конструктивна грешка или за грешка во производството, која постои во сите или во еден голем број производи на испитуваната партија.

2. 6. ПОДАТОЦИ ЗА НАДЕЖНОСТА НА ПРОИЗВОДИТЕ ВО ЕКСПЛОАТАЦИЈА

До почетокот на сериското производство податоци за надежноста на производот се добиваат при лабораториски или полигонски испитувања на релативно мал број производи. Условите на таквите испитувања и покрај можностите што ги даваат современите испитни уреди и методи не можат во целост да се приближат на експлоатационите услови, каде што до целосен израз доаѓаат најразлични влијателни фактори на надежноста на производот. Освен тоа, до почетокот на сериското производство производите не се произведуваат со сериска технологија што исто така има влијание на надежноста на производот.

Според тоа, правата слика за надежноста на производот може да се добие од собраните податоци за појавата на отказот во експлоатацијата. Приливот на информациите за отказите во експлоатацијата е нерамномерен.

За време на гарантниот рок, кога трошоците за настанатите откази се на сметка на производителот, податоците за настанатите откази се скоро целосни. За собирање на информациите за настанатите откази по истекот на гарантниот рок се користи случаен извадок од производи. При тоа се води сметка извадокот да ги задоволи барањата во однос на неговата репрезентативност и бројност.

Евидентирањето на податоците е можно да се врши рачно, доколку нивното количество не е големо, а во спротивен случај се користат електронските сметачи [2.8].

2. 6. 1. Податоци за надежност за време на гарантниот рок

Собирањето на податоците во гарантниот рок има смисла само доколку нивното вреднување се врши според постапката прикажана во т. 2. 4. Со примена на таква постапка можат да се добијат веродостојни заклучоци за надежноста на производот во експлоатација.

Податоците кои што се собираат треба да дадат одговор на определени однапред поставени прашања, односно да овозможат решавање на појавените проблеми. Затоа не постои прецизен список на податоци кои што треба да се собираат, но постои само нивна глобална поделба на идентификациони податоци и податоци од експлоатација.

Идентификационите податоци овозможуваат да се изврши идентификација на производите произведени во определен производен период и такви податоци се:

- производител
- серија, модел, тип на производот
- датум на производство
- број на производот
- место на производство

Податоците од експлоатација се потребни за да може да се изврши анализа на отказот на производот. Такви податоци се на пример:

- време на експлоатација до појава на отказот,
- датум на доаѓањето во работилница (сервис)
- датум на завршување на оправката
- вид на отказот
- цена на оправката (работна рака и материјал)
- употребени резервни делови
- услови на експлоатација на производот
- причина за појава на отказот и др.

Податоците за настанатите откази се темелат, на известувањата од сервисните работилници или сопствениците на производот. Тие често пати не се доволни за откривање на причината за отказот. Затоа е потребно при појава на чести откази и откази за чие што отстранување се потребни поголеми средства, да се откријат вистинските причини за нивната појава.

Постапките за откривање на причините за отказот зависат пред сè од самиот отказ. За таа цел стојат на располагање разни методи и средства како што се:

- анализа на рекламацијата во сервисната работилница
- анализа на условите под кои настанала отказот
- анализа на оштетените делови од страна на нивниот производител
- репродуцирање на оштетувањето во лабораториски услови
- проверка на материјалот

Анализата на податоците за настанатиот отказ, која дава одговор на прашањата, каде, како и кога настанал отказот, заедно со анализата на оштетените елементи овозможува откривање на причините за неговата појава. Со отстранување на причините за појавата на отказот се зголемува надежноста на производот, со што е исполнета и целта на сите претходни активности.

2.6.1.1. Правовремено откривање на отказите

Големо значење при собирањето и обработката на добиените податоци за отказите во гарантниот рок, има ажурноста. Систематизираните податоци овозможуваат правовремено откривање на отказите на кои што треба производителот да реагира. За таа цел е воведен коефициент на трендот на отказот (2.20), кој се однесува за i -тиот месец на експлоатација:

$$T_{ri} = \frac{R_i/K_i}{R_{i-5}/K_{i-5}}$$

R_i – количество рекламации за определен отказ во текот на i – тиот месец.

K_i – количество производ произведени во текот на i – тиот месец.

R_{i-5} – количество рекламации за истиот отказ во текот на 5 – те претходни месеци

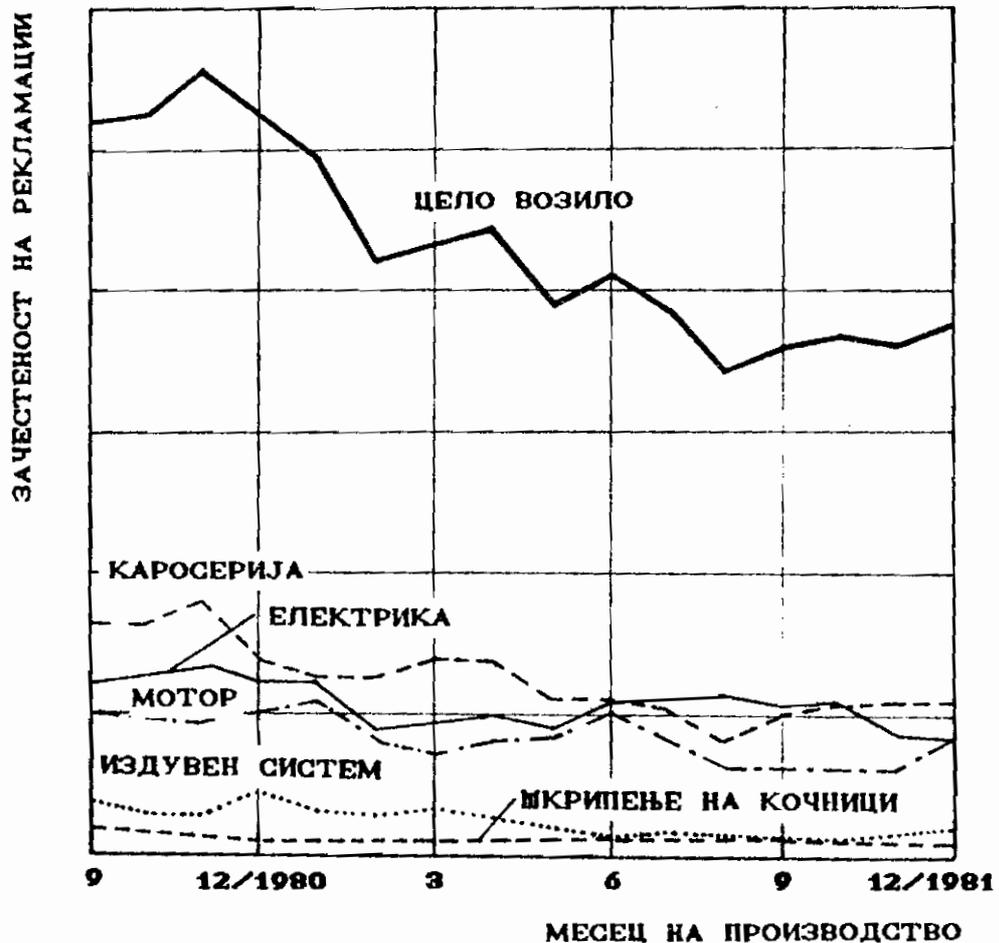
K_{i-5} – количество производ произведени во текот на 5 – те претходни месеци.

Врз основа на вака пресметаните трендови се прави тренд-листа, за сите рекламирани откази на производ. Од тренд-листата може лесно да се изврши рангирање на отказите според големината на пресметаниот коефициент на трендот. Сепак, секој висок коефициент на трендот не мора да значи и голема зачестеност на рекламациите. При вреднувањето на добиените резултати треба да се води сметка за времето кое производот го поминал во складиштето пред да биде продаден, доцнењето на информацијата од сервисната работилница, проблемите при отклонувањето на отказот во сервисната работилница, затоа што сите овие "застој" влијаат на стварното време на експлоатацијата на производот.

При производство на нов производ или во случај да постоечкиот производ да претрпува значителни измени, обично е доволно да се направи ранг листа на зачестеноста на отказите. Во овој случај е препорачливо, информациите од експлоатација да се собираат секоја недела. На тој начин е овозможено брзо реагирање на непожелното однесување на производот во експлоатација од аспект на појавата на отказите.

Напред опишаните постапки се однесуваат на благовремено донесување заклучоци за квалитетот на производите врз основа на

сите собрани податоци од експлоатација. Меѓутоа, за уште повеќе да се забрза увидот во квалитетот на новиот производ може да се користи анкетирањето на случајно одбраните корисници на производот или преку посебен информативен систем на сервисната служба.



Сл. 2. 31. Графички преглед на зачестеноста на рекламациите по месеци

Цената на чиненето за отстранувањето на настанатите откази во гарантираниот рок исто така е важна информација која треба да биде опфатена во информативниот систем.

За подобрување на надежноста на производот важно е да се знае кои се најчестите и најскапите откази во експлоатација. Важните прегледи се прават месечно за да се има увид во нивната промена во текот на времето. Прегледите можат да се прават во вид на табели, или графички, што е многу поелегантно. Еден графички преглед на зачестеноста на рекламациите во зависност од месецот на производството е прикажан на сл. 2. 31.

2. 6. 1. 2. Оценка на надежноста на производот во гарантниот рок

Оцена на надежноста и во овој случај може да се изврши со помош на Вејбуловата веројатносна хартија (види т. 2. 2.). Графичкото претставување на распределбата на појавите на отказите дава јасен увид во надежноста на производот во гарантниот рок и овозможува да се изврши определено прогнозирање на појава на отказите и во период по завршување на гарантниот рок.

Меѓутоа, сите производи во гарантниот период не се експлоатираат со ист интензитет. Поради тоа кај поинтензивно експлоатираните производи, некои откази ќе се јават во гарантниот рок, а кај послабо експлоатираните производи истите тие откази ќе се јават по истечување на гарантниот рок.

Кога би се ценела надежноста на производот во гарантниот рок само врз основа на регистрираните откази во начело би се добиле погрешни резултати. Точен тек на линијата на распределбата на појавата на отказите се добива ако во пресметките се земат предвид и исправните производи (елементи или склопови). Таква постапка е прикажана во т. 2. 4.

2. 6. 2. Податоци за надежноста по истек на гарантниот рок

Собирањето на информациите по истекот на гарантниот рок на производот обично не се врши како и во гарантниот рок. За оваа цел обично се следат производите кај поголемите корисници на производите чија што надежност се оценува. Кога се, на пример, во прашање возилата, за таа цел погодни се големите возни паркови (транспортни претпријатија, такси превозници и сл.). Воопштувањето на вака добиените резултати треба да се преиспита.

Оцената на надежноста може да се изврши земајќи ги податоците исклучиво од производите во отказ. Тоа е можно со следене доволно голем извадок на елементи чија издржливост е помала од издржливоста (векот) на производот. На пример, такви елементи кај возилата би биле пневматиците (гумите), свеќичките, облоги за кочниците и сл.

Со испитувања е докажано дека за точна оцена на надежноста/издржливоста на партијата производи не е потребен

извадок поголем од 350 производи. Распределбата на појавата на отказите, т.е. правата линија во Вејбуловата веројатносна хартија, добиена врз основа на повеќе од 350 откази не дава додатни информации, па според тоа извадок во кој сите испитни парчиња претрпуваат отказ во текот на експлоатацијата не треба да содржи повеќе од 350 парчиња.

Екстраполација на резултатите добиени во еден експлоатационен период не е дозволена, бидејќи таквите резултати важат само за тој период. Извесно, незначително екстраполирање преку последната добиена вредност може да се врши само доколку е познат обликот на распределбата.

Табела бр. 2.16

| Ред. бр. | Граници на класите $km \times 10^3$ | Евидентна листа | Фреквенција f_j | Збир на откази G_j | Кумулатив на фрек. $F_j \%$ |
|----------|--|-----------------|----------------------|-------------------------|--------------------------------|
| 1 | 20-30 | :: | 4 | 4 | 1,1 |
| 2 | 30-40 | :: | 7 | 11 | 3,1 |
| 3 | 40-50 | ::: | 13 | 24 | 6,7 |
| 4 | 50-60 | :::: | 25 | 49 | 13,6 |
| 5 | 60-70 | ::::: | 41 | 90 | 25,0 |
| 6 | 70-80 | :::::: | 50 | 140 | 38,8 |
| 7 | 80-90 | ::::::: | 62 | 202 | 56,0 |
| 8 | 90-100 | ::::::: | 56 | 258 | 71,6 |
| 9 | 100-110 | ::::::: | 46 | 304 | 84,4 |
| 10 | 110-120 | ::::::: | 37 | 341 | 94,6 |
| 11 | 120-130 | ::::: | 13 | 354 | 98,3 |
| 12 | 130-140 | :: | 6 | 360 | 100,0 |

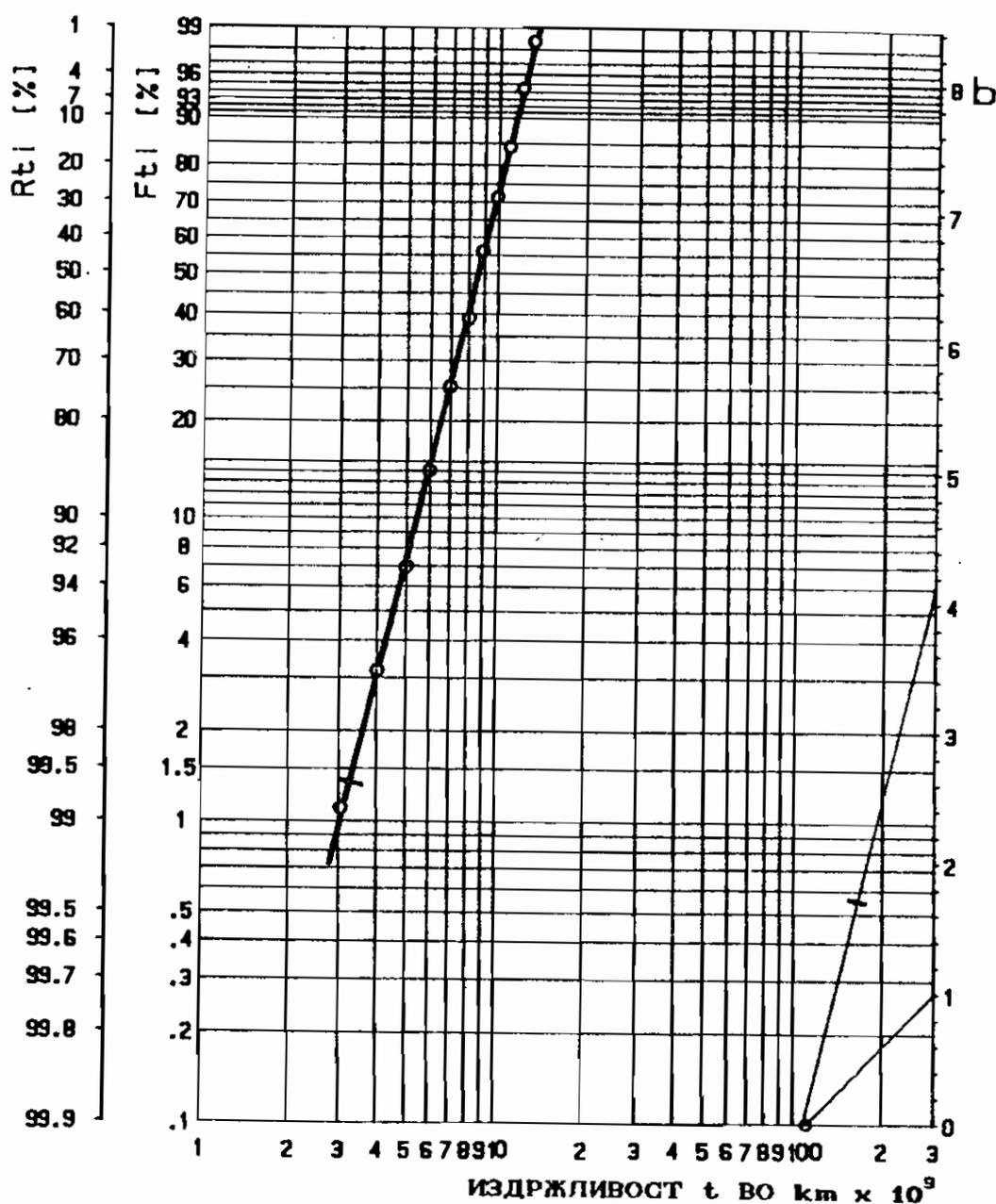
Доколку извадокот содржи повеќе од 50 парчиња, обработката на добиените податоци се врши со класирање како што е тоа покажано во следниов пример:

Во експлоатација е вршено следење на $n = 360$ парчиња, и е регистриран поминатиот пат до појавата на отказ. Сите откази се групирани во 12 класи (види табела бр. 2.16)

Во Вејбуловата веројатносна хартија на апсцисата се нанесува горната граница на класата, а на ординатата соодветната кумулативна фреквенција на отказ F_j

$$F_j = \frac{G_j}{n} 100 \%$$

Низ, на таков начин добиените точки се повлекува правата на распределбата на појавата на отказите (види сл. 2.32)



Сл. 2. 32. Распределбата на $n = 360$ откази.

Од дијаграмот се одредуваат параметрите на распределбата според т. 2. 2. 2. и тие се $b = 4,1$; $T = 96000$ км и $\bar{t} = 87000$ км

За значително помали извадоци ($n \leq 50$), при одредувањето на распределбата на појавата на отказите, се применува методот со рангот на медијаните. Ранговите на медијаните според големината на извадокот се отчитуваат од табела во прилогот 1 или приближно се пресметуваат според методологијата изложена во т. 2. 2. 2. 2.

Нивото на довербата на добиените параметри на рас- пределбата на појавата на отказите на мал извадок $n \leq 50$ е значително помало, отколку во случај кога се работи за големи извадоци.

При следенето на отказите на производите во експлоатација може да се случи да се добие т.н. негативен извадок, со кој ќе се добијат погрешни или нереални заклучоци. Таков извадок на пример, може да се состои од производи во отказ, чиј момент на појавата на отказ не е коректно регистриран или пак не се земени предвид различните услови на работата на производот во експлоатација.

До погрешни заклучоци се доаѓа и во случај посматраниот извадок да не е репрезентативен – производите се произведени со различни технологии, нееднакви материјали и сл.

Меѓутоа надежноста на партијата производи може коректно да се оцени и врз основа на репрезентативен извадок, за кој постои евиденција и за производите во отказ и за исправните производи во тек на определен експлоатационен период. Такви случаи често се сретнуваат во пракса (2.4; 2.17, 2.20).

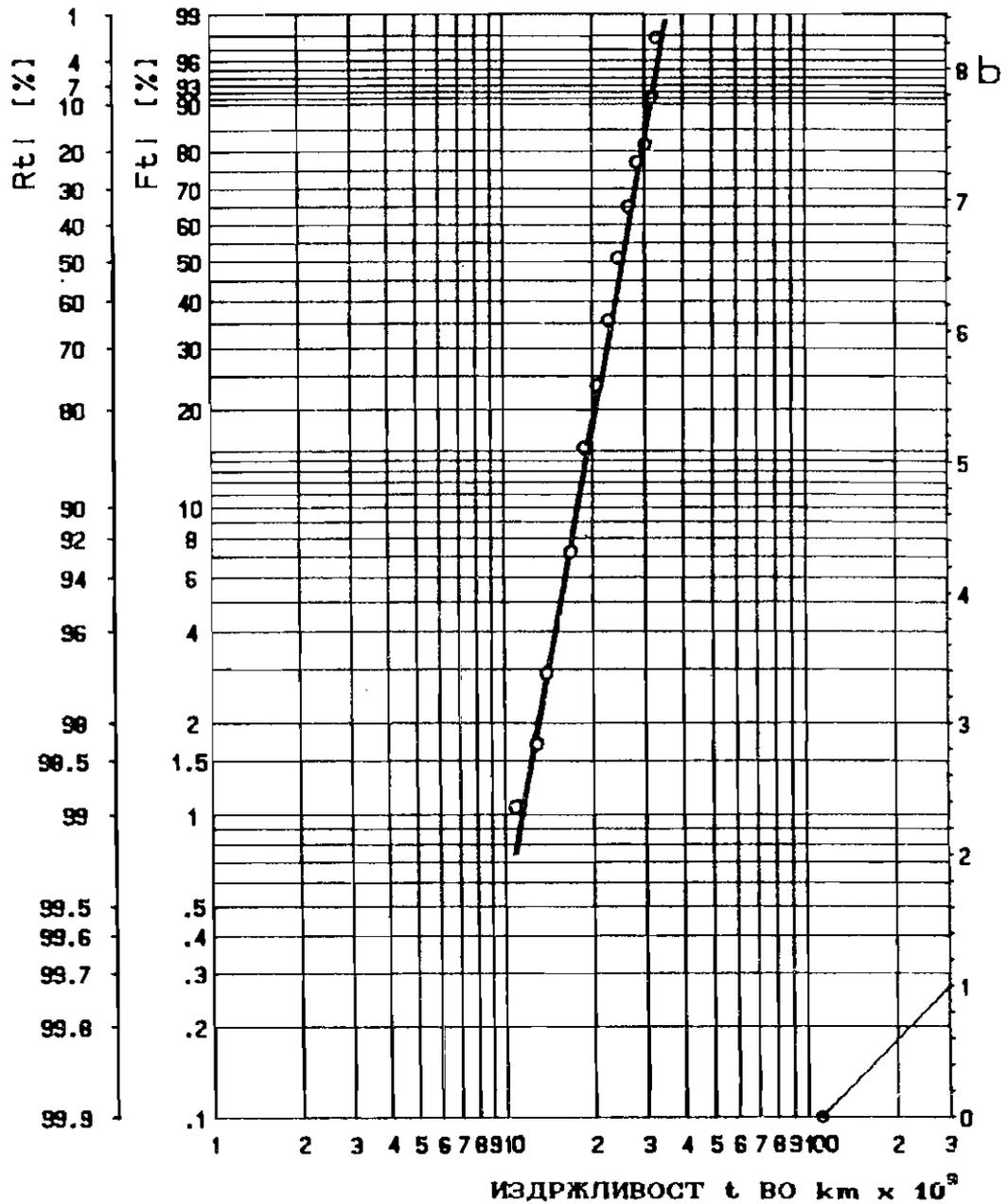
На пример, во експлоатација е следен извадок од $n = 189$ производи. Во текот на 34 месеци се регистрирани $n_f = 101$ неисправни производи, а $n_s = 88$ исправни производи повремено се повлекувани од експлоатација, поради разни причини.

Врз основа на евиденцијата на производите во експлоатацијата е оформена табелата бр.2.17, а одредувањето на

Табела бр. 2.17

| Време на отказите t_j , месеци | Количество производи во отказ $n_f(t_j)$ | Количество исправни производи $n_s(t_j)$ | Среден ре- ден број $j(t_j)$ | Ранг на медијаната $F(t_j), \%$ |
|----------------------------------|--|--|------------------------------|---------------------------------|
| 11 | 2 | 24 | 2,28 | 1,05 |
| 13 | 1 | 10 | 3,50 | 1,69 |
| 14 | 2 | 2 | 5,97 | 2,99 |
| 17 | 6 | 10 | 13,92 | 7,19 |
| 19 | 11 | 7 | 29,29 | 15,30 |
| 21 | 10 | 7 | 44,17 | 23,16 |
| 23 | 15 | 7 | 68,21 | 35,85 |
| 25 | 17 | 4 | 96,96 | 51,03 |
| 27 | 14 | 2 | 121,54 | 64,01 |
| 29 | 12 | 6 | 146,43 | 77,15 |
| 31 | 3 | 4 | 154,12 | 81,21 |
| 33 | 5 | 4 | 172,06 | 90,68 |
| 34 | 3 | 1 | 185,51 | 97,79 |

средниот ренен број и рангот на медијаните е извршено според методологијата дадена во т. 2. 2. 3. 2. На сл. 33 е нацртана распределбата на надежноста на производот, при што се земени предвид и исправните и неисправните производи.



Сл. 2. 33 Распределба добиена од податоците за исправните производи и производите во отказ

Како што веќе беше наведено, услов за коректна оцена на надежноста на производот е коректното информирање за отказите на производите во експлоатација. Во продолжение ќе биде прикажан еден начин на добивање на податоците за отказите кои што се случуваат вон гарантниот рок.

2. 6. 3. Податоци за надежноста добиени со анкетирање

Собирањето на информациите за надежноста на производот по истекување на гарантниот рок може да се врши и со анкетирање на неговите корисници. Ваквиот начин на собирањето на податоците во пракса се покажал како добар, особено при оцена на надежноста на новите производи.

Анкетирањето се врши со анкетни листови. Изгледот и содржината на еден анкетен лист може да биде како оној прикажан на слика 2. 34, [2. 20]. Анкетирањето се врши преку персоналот на сервисната служба, во самата сервисна работилница т.е. при личен контакт со корисникот или анкетните листи се праќаат по пошта. Во секој случај, целта е да се добијат податоци од репрезентативен извадок преку кој ќе може да се цени надежноста на партијата производи.

При анкетирањето, исто така се значајни податоците за тоа дали елементот или склопот кој што е предмет на истражувањето исправно работел во изминатиот експлоатационен период. На тој начин оформениот извадок дава поквалитетни можности за оцена на основниот збир производи.

2. 7. СПОРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА НА ПРОИЗВОДИТЕ

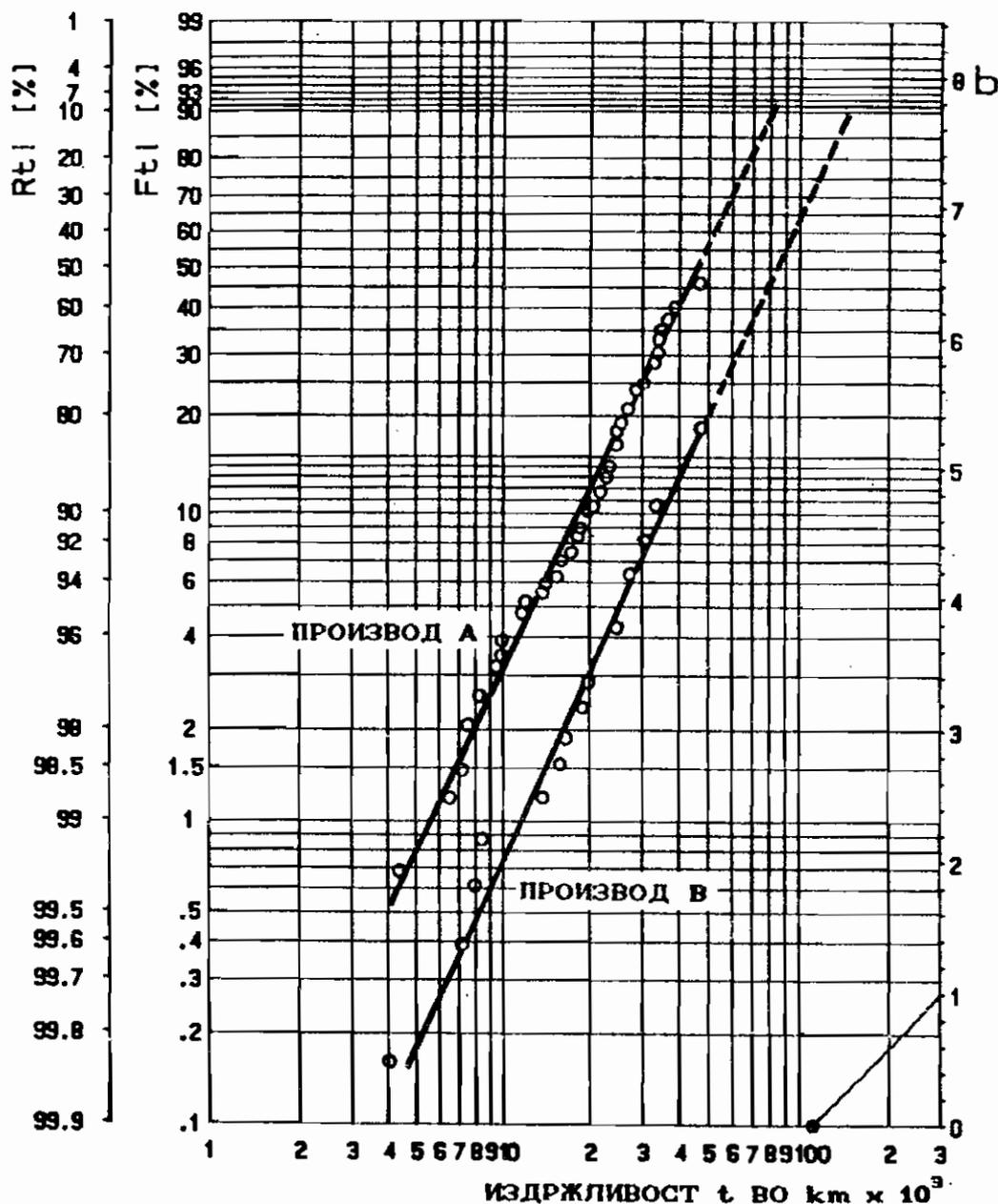
Споредувањето на надежноста се врши меѓу елементите, агрегатите и машините. Целта на споредувањето е да се открие влијанието на различните конструктивни или технолошки измени, или влијанието на различните експлоатациони услови врз надежноста на производот. Споредбени испитувања на надежноста се вршат и со цел да се утврди разликата во надежноста меѓу производите на различни производители.

При споредбените испитувања на надежност мора да биде запазен ист режим на испитување. Режимот на испитувањето има битно влијание на механизмот и на интензитетот на појавата на отказот. Тој се дефинира преку интензитетот на оптоварувањето, брзината на промената на оптоварувањето, околината (температурата, влажноста, агресивноста) и со други фактори.

Во продолжение ќе биде прикажан начинот на споредувањето на надежноста меѓу производите, користејќи ги Вејбуловите распределби од испитуваната на нивната надежност. Одговорот на прашањето, која од конструкциите е подобра, или која технолошка

посталка е подобра, се добива преку статистичкото вреднување на резултатите од испитувањето.

Може да се случи, при споредбено испитување на надежноста на два производа да се добијат две паралелни прави на дијаграмот на Вејбуловата распределбата. Таков е случајот прикажан на сл. 2. 35, а се однесува на надежноста на производи изработени од два различни материјали – материјал А и



Сл. 2. 35. Споредување на надежноста на производите изработени од два различни материјали.

материјал В. Врз основа на дијаграмот не може однапред да се каже дали со примена на материјалот В наместо материјалот А се добива значително подобрување на надежноста на производот. Паралелноста на линиите на распределбата покажуваат дека механизмот на појавата на отказот во делот изработен од материјал А е ист со механизмот на појавата на отказот во делот изработен од материјалот В. (види т. 2. 9).

Веројатноста на тврдењето дека надежноста на конструкцијата В е еднаква или поголема од надежноста на конструкцијата А може да се одреди по пресметковен пат [2. 20].

Најнапред, според следната равенка се пресметува помошната функција "у" со која се одредува веројатноста на тврдењето дека $R_A(u) \geq R_B(u)$:

$$y = \frac{\sqrt{1-q} \cdot (t_{q,B}^2 - t_{q,A}) \cdot \left(\ln \frac{1}{1-q} \right)}{2 \cdot \sqrt{q \cdot t_{q,A} \cdot t_{q,B} \cdot \left(\frac{t_{q,A}}{b_A \cdot \sqrt{n_A}} + \frac{t_{q,B}}{b_B \cdot \sqrt{n_B}} \right) \left(\frac{t_{q,B}}{b_A \cdot \sqrt{n_A}} + \frac{t_{q,A}}{b_B \cdot \sqrt{n_B}} \right)}}$$

q – посматрана процентуална област на откази

$t_{q,A}$ – издржливост на производот А при q – % откази

$t_{q,B}$ – издржливост на производот В при q – % откази

b_A – параметар на обликот на Вејбуловата распределбата на производот А

b_B – параметар на обликот на Вејбуловата распределба на производот В

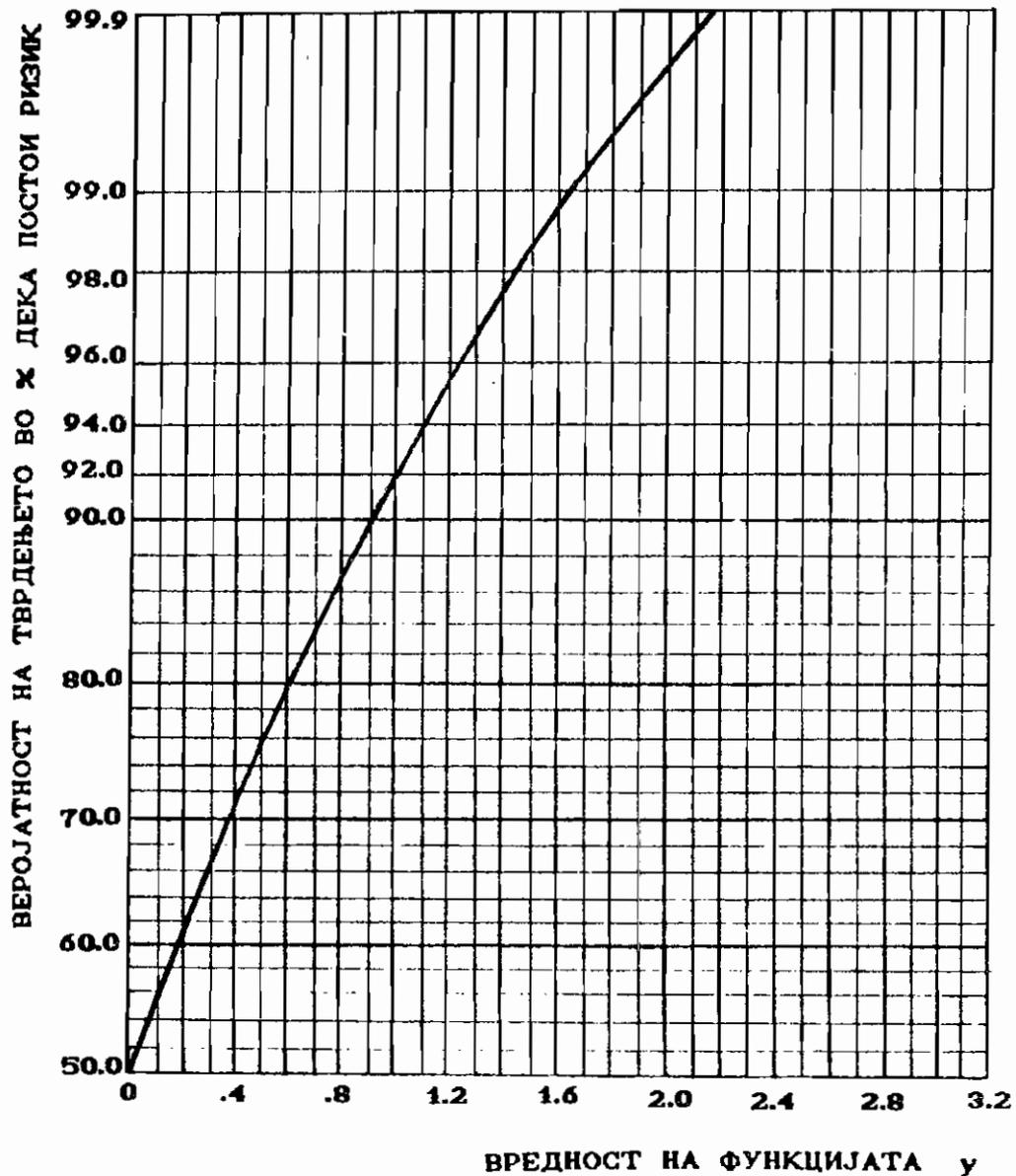
n_A – количество испитувани производи А

n_B – количество испитувани производи В

За пресметаната вредност "у", од дијаграмот на сл. 2. 36 се отчитува веројатноста на тврдењето дека надежноста на производот В е поголема од надежноста на производот А.

Постапката за споредување на надежноста на два производа ќе биде илустрирана на следниов пример:

Испитувана е издржливоста на осум парчиња од производот А ($n_A = 8$) и седум парчиња од производот В ($n_B = 7$). Резултатите од испитуваната се нанесени во Вејбулова веројатносна хартија и се повлечени правите на распределбата на издржливоста на производот А и производот В (види сл. 2. 37).

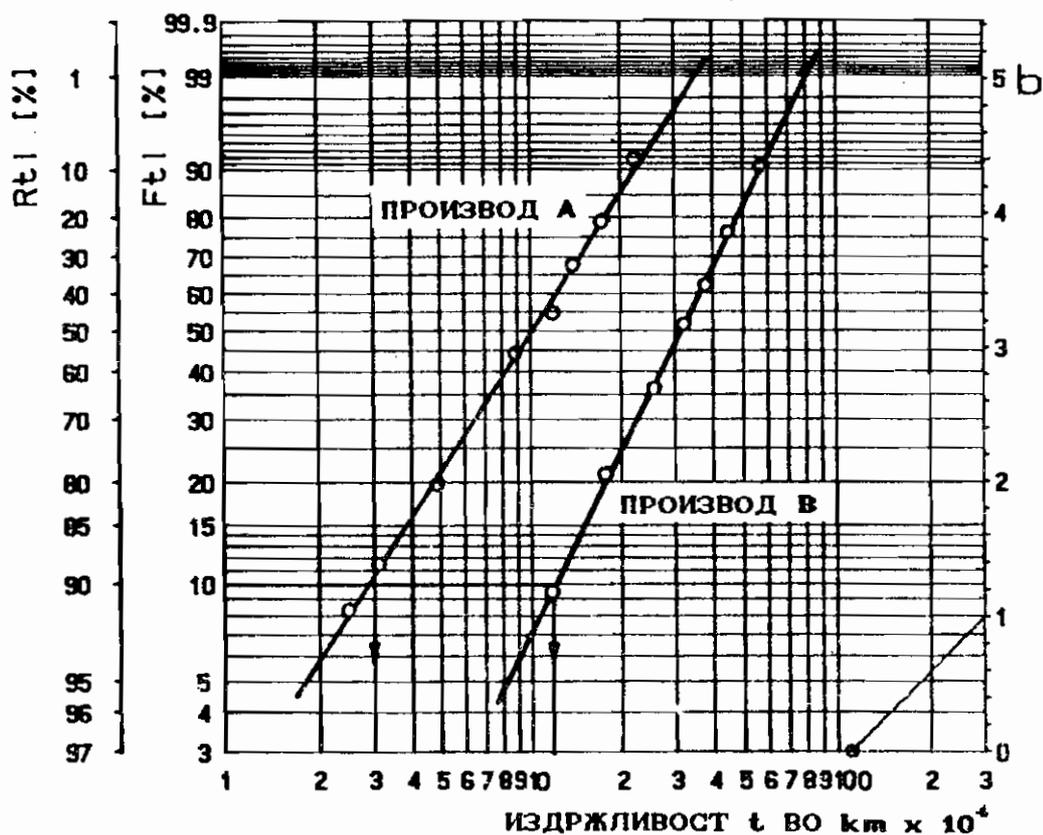


Сл. 2. 36. Дијаграм на одредувањето на веројатноста за постоење разлики во надежноста на два производа

Од дијаграмот на Вејбуловата распределбата се одредува параметарот на обликот за производот А и В : $b_A = 1,5$; $b_B = 2$.

Доколку се споредуваат издржливостите на производите до моментот кога 10% од нив се неисправни ($q = 0,10$), од дијаграмот се отчитуваат вредностите на таквите издржливости за производот А и за производот В: $t_{10,A} = 30.000 \text{ km}$; $t_{10,B} = 120.000 \text{ km}$.

Сега може да се одреди помошната функција :



Сл. 2. 37. Резултати од испитувањето на издржливоста на два производа

$$y = \frac{\sqrt{1-0,10} \cdot (120000^2 - 30000^2) \left[\ln \frac{1}{1-0,10} \right]}{2 \cdot \sqrt{0,10 \cdot 30000 \cdot 120000 \cdot \left[\frac{30000}{1,5\sqrt{8}} + \frac{120000}{2 \cdot \sqrt{7}} \right] \left[\frac{120000}{1,5\sqrt{8}} + \frac{30000}{2 \cdot \sqrt{7}} \right]}}$$

$$y = 1,11$$

За оваа вредност на "y" од дијаграмот сл. 2. 36 се очитува веројатноста на тврдењето дека надежноста на производот B е поголема од надежноста на конструкцијата A и таа изнесува 94,2%.

Тоа значи, со веројатност 94,2% може да се тврди дека издржливоста t_{10} на партијата од производите B е поголема од соодветната вредност t_{10} на партијата од производите A. Или со други зборови: во 94 од 100 случаи производот B, во однос на издржливоста t_{10} , е подобар од производот A.

2. 8. ПРОВЕРКА НА НАДЕЖНОСТА НА ПРОИЗВОДОТ

Проверката на надежноста на производите ја вршат самите производителите и/или купувачите. Пред да се изврши проверката (докажувањето) на надежноста мораат јасно да бидат дефинирани податоците за надежноста на производот и условите под кои треба таа да се проверува, односно докажува.

Надежноста се дефинира со минималната издржливост на производот и со веројатноста на појавата на отказите при таквата издржливост. Со други зборови се дефинира една точка во мрежата на Вејбуловата веројатносна хартија, според која, како што ќе биде подоцна покажано, се цени дали надежноста на производите задоволува или не. Но, надежноста може да биде дефинирана, и со распределбата на отказите која што треба да ја има производот чија што надежност се проверува.

Исто така треба јасно да се дефинира што се подразбира под неисправен производ, односно кои се тие параметри според кои ќе се одредува отказа на производот и кои се нивни гранични вредности. Ова прашање е во директна врска со податокот за издржливоста на производот. Со пречекорување на граничната вредност на која било релевантна големина која е во врска со квалитетот на производот, испитувањето на производот се запира, и се регистрира издржливоста на производот до појавата на отказот.

Проверката на надежноста на производите треба да е што е можно побрза. Затоа таа се врши во лабораториски услови на уреди кои ги симулираат релевантните оптоварувања на кои што производот е изложен во експлоатација. Често пати од исти причини и нивото на оптоварувањето се зголемува, но се води сметка при тоа да не се наруши механизмот на појавата на отказот, што би довело до погрешна оценка за надежноста на производ.

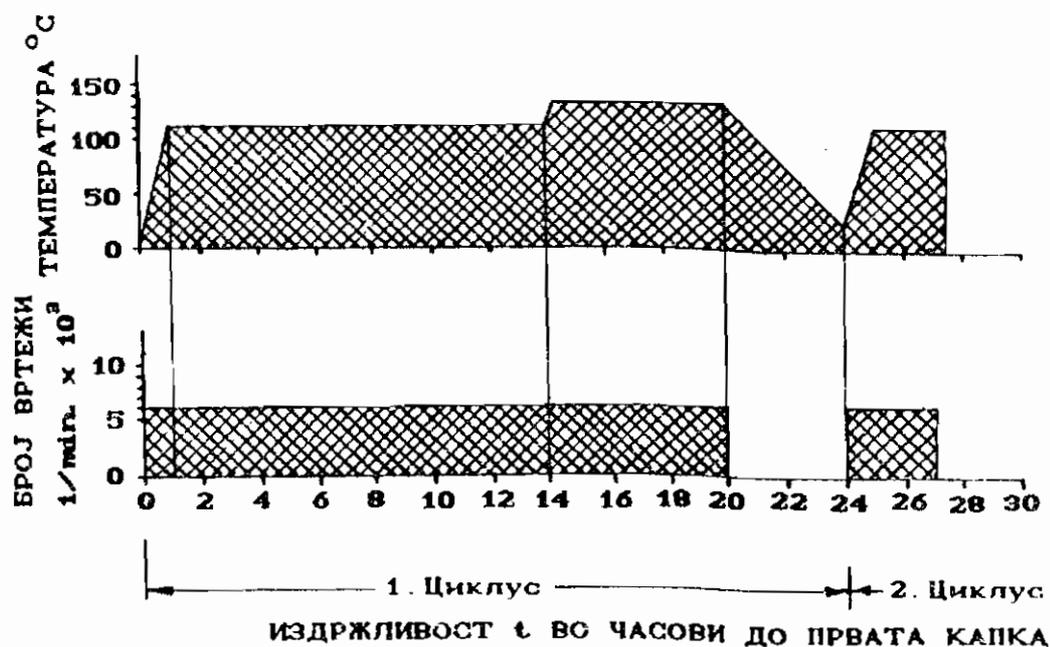
Добиените резултати од испитувањето на извадокот од производот чија што надежност се проверува, се споредуваат со потребната (зададената) надежност која производот треба да ја има. Ова се врши со помош на Вејбулова веројатносна хартија, што ќе биде покажано на следните примери. [2. 20]

Пример: Потребно е да се докаже надежноста на одредена заптивка за вратило (семеринг). Веројатноста на појава на

отказот треба да биде $F = 3\%$ при најмалку 1000 часа работа. За докажување на надежноста, која во овој случај изнесува $R = 1 - F = 0,97 = 97\%$, се користи извадок од 16 семеринга.

Дефиниција за отказ: Семерингот е во отказ во моментот кога ќе се појават првите капки масло на вратилото на кое што се испитува семерингот.

Уред за испитување: Семеринзите треба да се испитуваат на пробен стол според DIN 3761.



Сл. 2. 38. Шема на оптоварувањето на семерингот при испитување на надежноста

Начин на испитување: Подготовката и вградувањето на семеринзите се врши според DIN 3761, а шемата на оптоварувањето на семерингот до појавата на првите капки е дадена е на сл. 2. 38.

Вреднувањето на резултатите од испитувањето треба да се изврши со помош на Вејбулова веројатносна хартија.

Податокот за нивото на довербата во добиените резултати од испитувањето, со дефинирање на границите на довербата во овој случај не е потребен, бидејќи е зададен бројот на производите во извадокот и е познато барањето за надежноста.

Резултатите од испитувањето (линијата А на сл. 2. 39) покажуваат дека надежноста на семерингот не ги задоволува барањата – веројатноста на појава на отказите при 1000 часа работа е 5% а треба да е 3%.

Бараната за надежноста се исполнети кога правата на распределбата на појавата на отказите се наоѓа од десната страна на точката со која е означена зададената (бараната) надежност.

По извршени подобрувања на семерингот, испитуваната се повторени (линијата В на сл. 2.39) и сега се исполнети зададените барања – веројатноста на појавата на отказот при 1000 часа работа на семерингот при 3% ненадежност е поголема од 1000 часа.

Меѓутоа, дефинирањето на надежноста може да се изврши целосно и еднозначно со дефинирање на законот на распределбата на отказите на производите чија надежност се проверува. Во тој случај, покрај податокот за минималната издржливост и соодветната надежност на производот се задава и параметарот на обликот на распределбата b (нагибот на правата на законот на распределбата на отказите), како и областа на довербата.

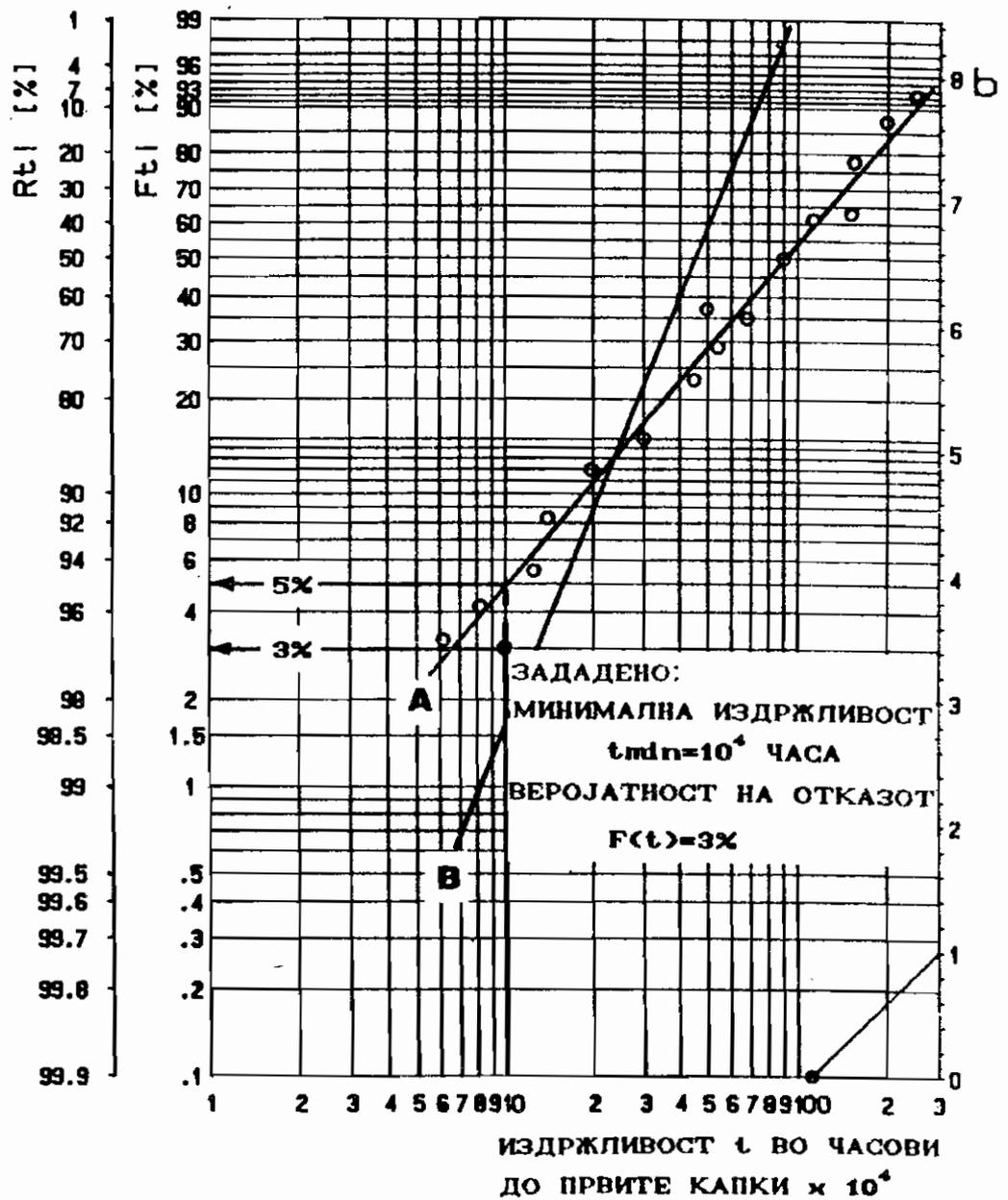
На пример, надежноста се дефинира на следниот начин: Надежноста на производот треба да е $R(t) = 0,91 = 91\%$ (ненадежноста е $F(t) = 0,09 = 9\%$) при издржливост од минимум $t \geq 12.000$ циклуса. Издржливоста t мора да биде задоволена во 95% од сите случаи. Тоа значи дека областа на довербата е 90%.

При вакво дефинирање на надежноста, количеството производи во извадокот го бира испитувачот, но тоа не смее да е помало од минималниот извадок, кој што за 95% – граница на доверба и за зададена $F(t)$ вредност се одредува од табелата во прилогот 1. Ова ќе биде покажано на два примера.

Пример 1: Проверката на потребната надежност преку распределбата на појавата на отказите на одреден извадок е прикажан на сликите 2.40 и 2.41.

Зададена надежност која што треба да се докаже е $R(t) = 0,92$ т.е. $F(t) = 0,08 = 8\%$ при $t = 200$ часа работа ($t_0 = 200$ часа). Параметарот на обликот на распределбата треба да е $b = 3$ а границата на довербата е 95%.

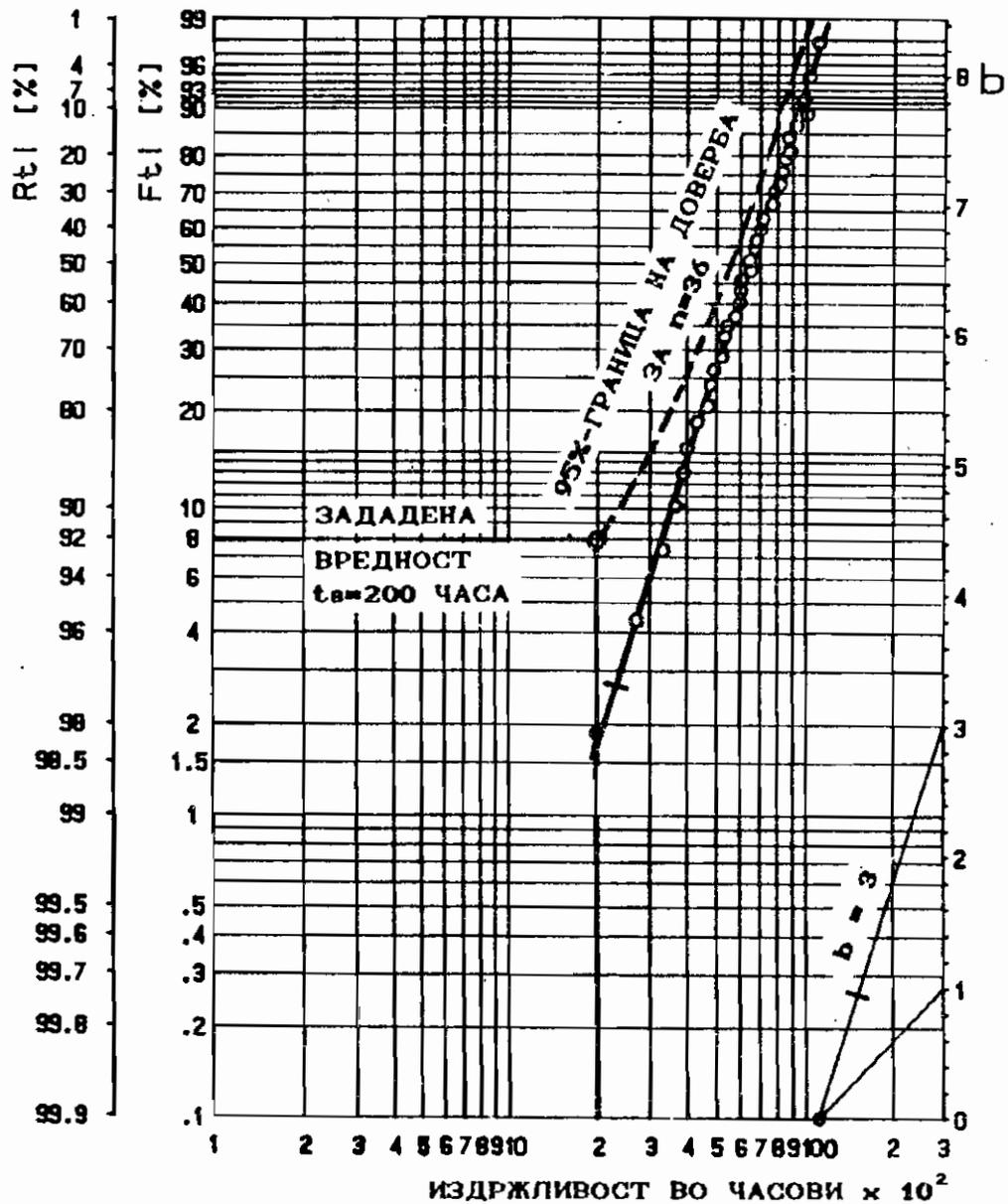
За 95%-тна граница на доверба и за $F(t) = 8\%$, од табелата во прилогот 1 се добива минималниот извадок, а тоа е извадок од $n = 36$ парчиња. Рангот на медијаната F_{ij} за првиот неисправен производ од $n = 36$ испитувани производи се чита од табелата во прилогот 1 и тој изнесува $F_{ij} = 1,9\%$. Се отчитуваат и останатите рангови на медијаните за $n = 36$ и се повлекува правата на распределбата на појавата на отказите на испитуваниот извадок.



Сл. 2. 39. Резултати од проверката на надежноста на семеринг

Од истата табела се отчитуваат вредностите на 95% граница на доверба за извадок $n = 36$. Точките се нанесуваат во Вејбуловата веројатносна хартија и се повлекува границата на доверба 95%. (види сл. 2. 40).

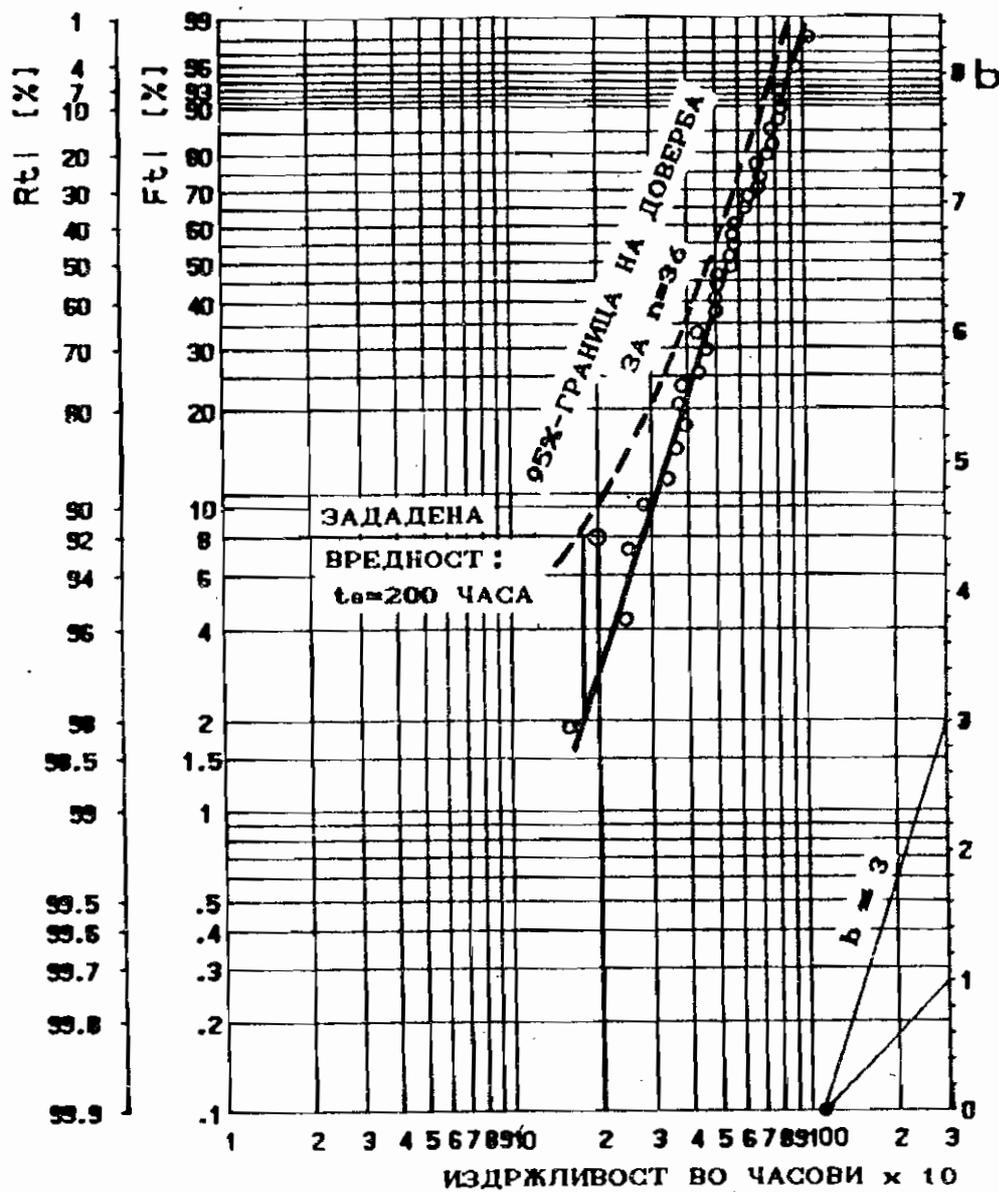
Зададената надежност е задоволена, ако 95% граница на довербата лежи десно од точката со која се означува потребната надежност, и ако е достигната вредноста на параметарот на обликот b .



Сл. 2. 40. Зададената надежност се уште е задоволена

Според резултатите од проверката на надежноста на извадокот од $n = 36$ производи, прикажана на сл. 2. 40, потребната надежност што производот треба да ја поседува, се уште е исполнета, бидејќи таа надежност лежи на 95% - граница на довербата, а параметарот на обликот $b = 3$.

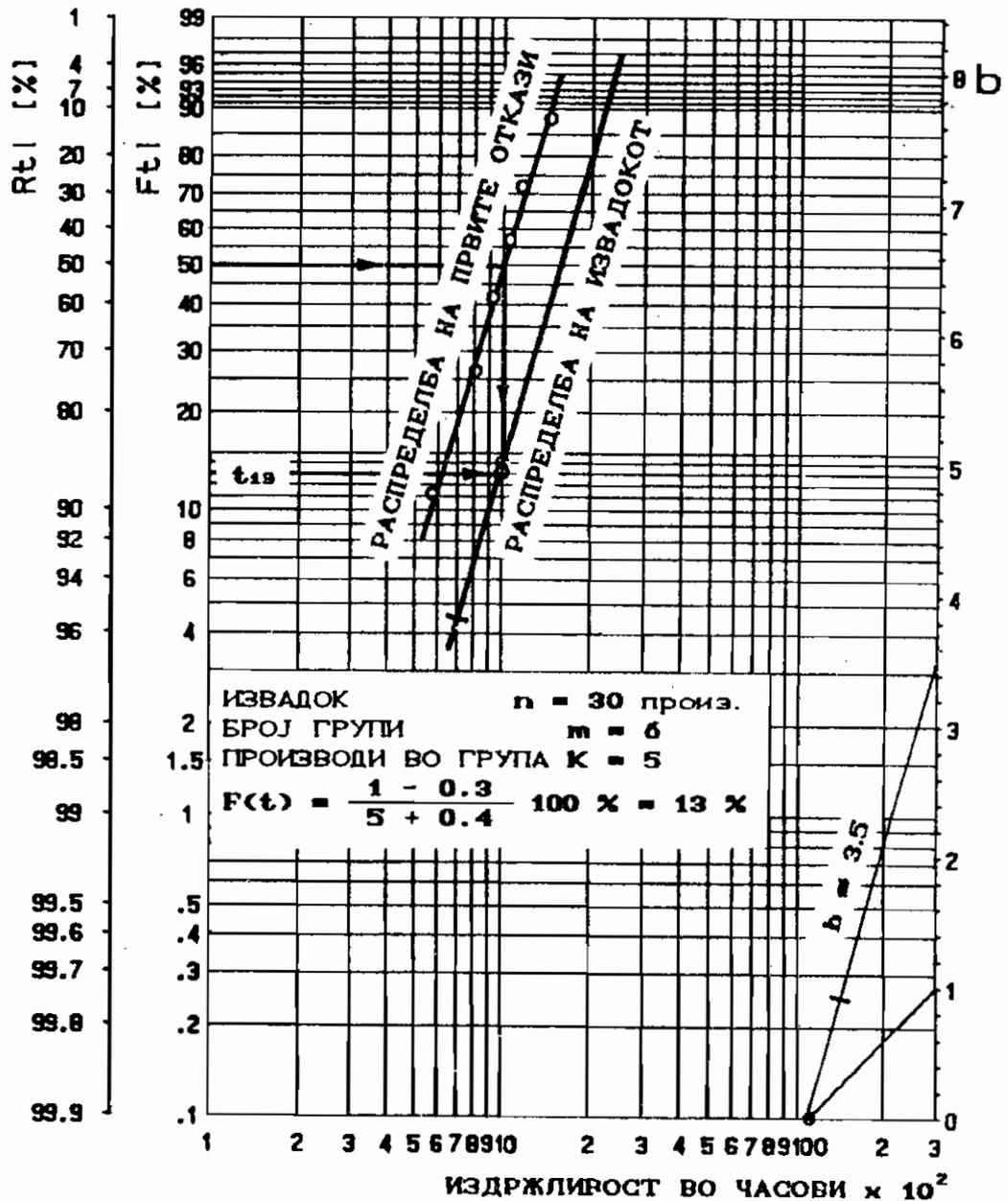
Меѓутоа, од резултатите на проверката на исто толкав извадок, покажани на сл. 2. 41, се гледа дека производот не ги



Сл. 2. 41. Зададената надежност не е задоволена

задоволува барањата од аспект на надежноста, иако вредноста на параметарот на обликот b задоволува. Производот не ги задоволува барањата бидејќи 95% граница на довербата лежи лево од точката со која е означена барањата (потребната) надежност. Тоа значи дека надежноста нема да биде задоволена во 95% случаи како што беше условено.

Пример 2: Со веројатност од 95%, 90% од испитуваните производи мораат да ја достигнат трајноста од 500 часа. Параметарот на обликот мора да биде $b \geq 3$.

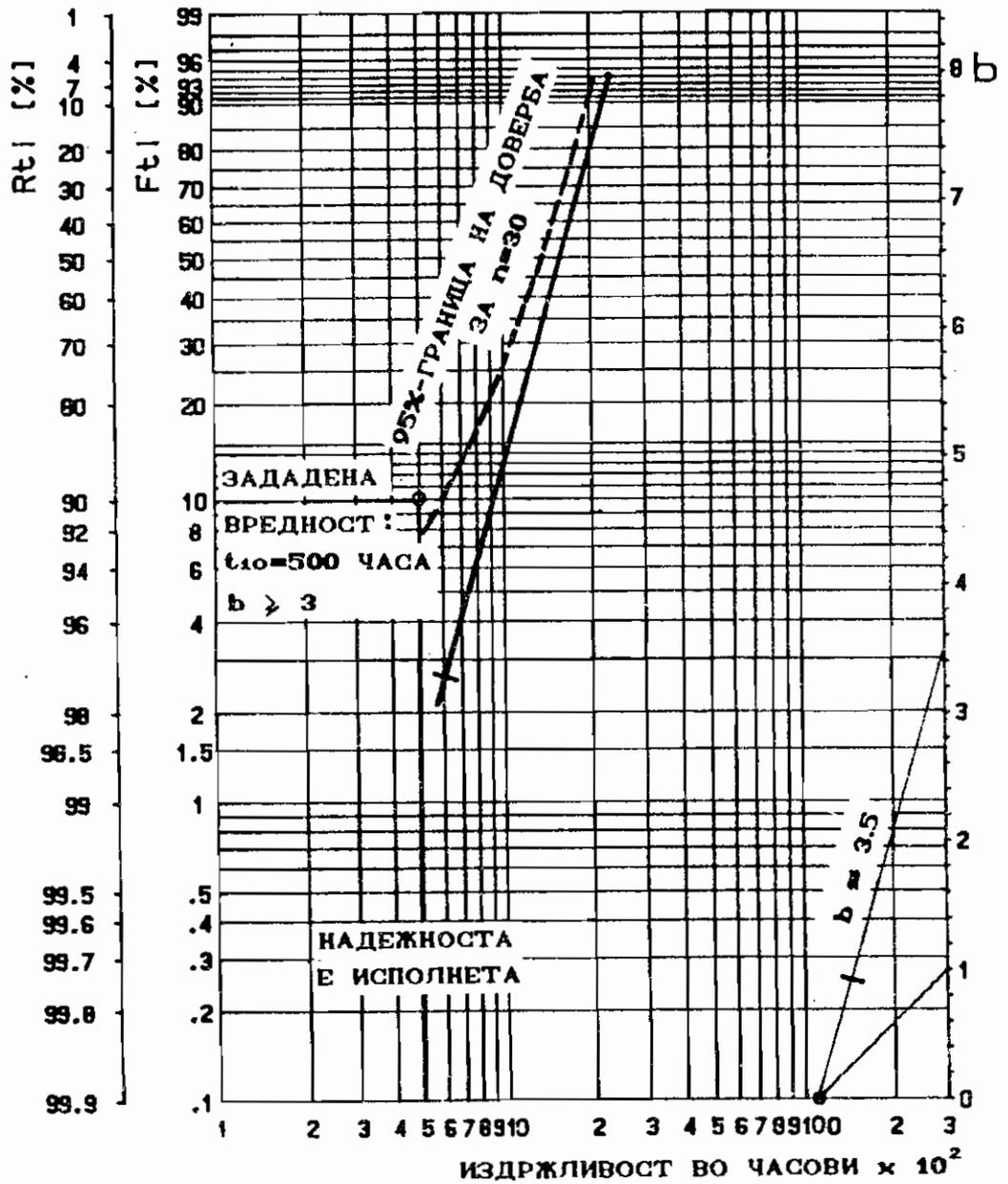


Сл. 2. 42. Резултати од испитувањето според Sudden Death Testing.

Задачата за проверка на надежноста на производот содржи соодветни податоци за начинот на оптоварувањето во текот на испитувањето и податоци за уредот на кој што се врши испитувањето.

Проверката на надежноста ќе се изврши според постапката Sudden Death Teasting – скратена верзија (види т.2. 3.1.)

Количеството производи во извадокот што ќе се испитува се одредува врз основа на зададената надежност $R(t) = 90\% = 0,9$



Сл. 2. 43. Вреднување на испитувањето со оглед на зададените вредности за надежноста

односно ненадежност $F(t) = 10\% = 0,10$ за време од 500 часа. Од табелата во прилогот 1, за 95% граница на доверба, за првата вредност на ненадежноста која се наоѓа околу вредноста 10%, се отчитува најмалото количество производи во извадокот и тоа изнесува $n = 29$ парчиња. Се усвојува извадок од 30 парчиња и се формираат 6 групи од по 5 парчиња.

Помалку од 5 групи не се формираат, затоа што во тој случај правата на распределбата на отказите не ќе може доволно точно да се повлече.

Вреднувањето на првите откази во шесте групи производи се врши според т. 2.3.1. – види сл. 2.42. Кривата на 95% граница на доверба е повлечена низ точките чии што вредности се прочитани од табелата во прилогот 1 и е дадена на сл. 2.43.

Надежноста на производот што се проверува задоволува бидејќи 95% граница на довербата е десно од зададената надежност ($F_{95} = 10\%$ и $t = 500$ часа), а добиената вредност на параметарот $b = 3,5$ е поголема од зададената.

2.9. ЗАБРЗАНО ИСПИТУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТ

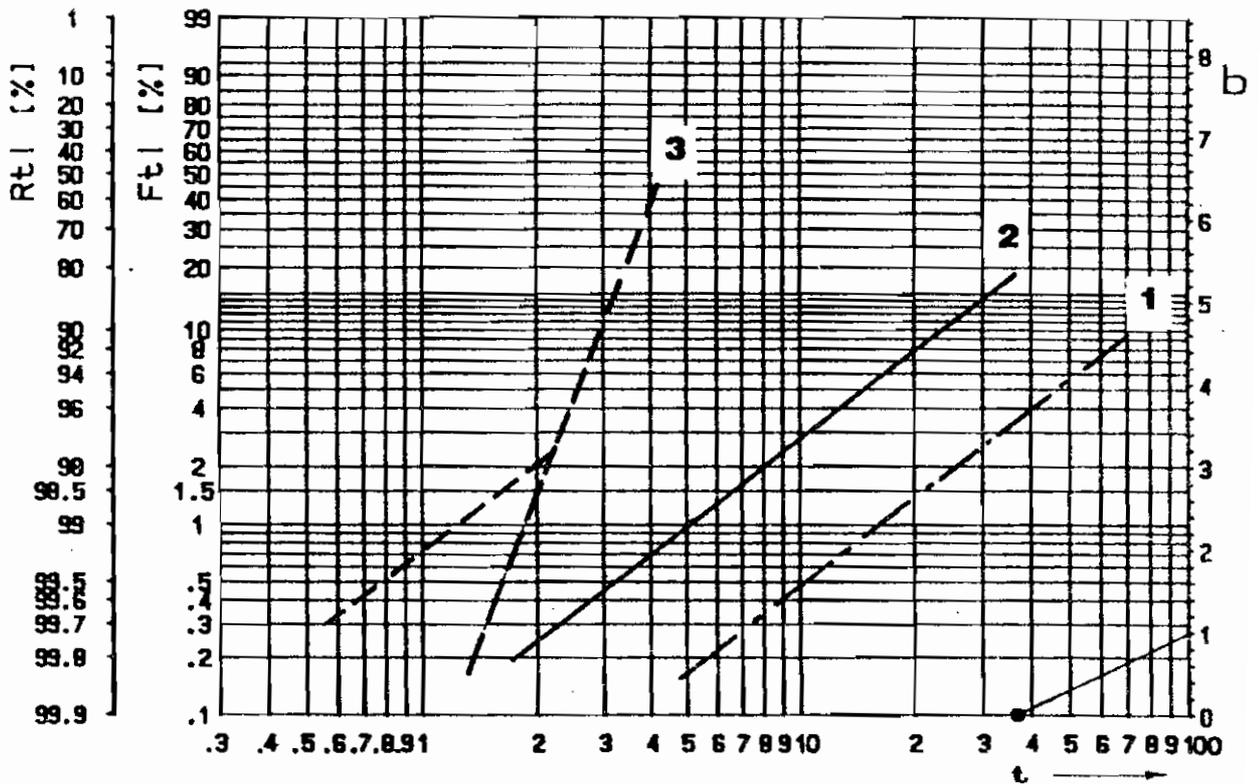
Темпото на развојот на современата техника бара брза проверка на новите конструктивни и технолошки решенија. Таквите проверки се вршат при испитување во лабораториски или полигонски услови (2.14; 2.16).

Еден од начините за скратување на долготрајните испитувања е да се зголеми бројот на производите кои што истовремено се испитуваат. Тие методи на испитување беа презентирани во т. 2.3. Овде ќе стане збор за меѓузависноста на резултатите од испитувањата на надежноста во лабораториски или полигонски услови со надежноста на производот во експлоатација.

Јасно е дека забрзано испитување во лабораториски и полигонски услови се постигнува со намалувањето или елиминирањето на застоите во работата на производот што се испитува. Меѓутоа, при таквите испитувања и режимот на оптоварувањето на производот е поинтензивен од режимот на оптоварувањето кој што е во нормални експлоатациони услови. Со тоа се забрзува појавата на отказите, но постои опасност со прекумерно интензивирање на режимот на испитувањето да се промени механизмот на појавата на отказот, што доведува до погрешни заклучоци.

Таков случај е прикажан на сл. 2.44, каде што се дадени три распределби на појавата на отказите на одреден производ. Распределбата 1 се однесува на распределба на отказите под нормално експлоатационо оптоварување, распределбата 2 се однесува на забрзано испитување со зголемен интензитет на оптоварување, а распределбата 3 се однесува исто така на забрзано испитување, но со прекумерно остер режим на оптоварување.

Паралелноста на распределбите 1 и 2 укажува на тоа дека со зголемувањето на интензитетот на оптоварувањето не е променет механизмот на појавата на отказите при нормалното и зголеменото оптоварување на производот. Но, механизмот на појавата на отказите, кои што се однесуваат на распределбата на отказите 3, не е ист со претходните два случаи и не овозможува да се воведи некоја корелација меѓу издржливоста на таквото забрзано испитување со издржливоста при нормална експлоатација.

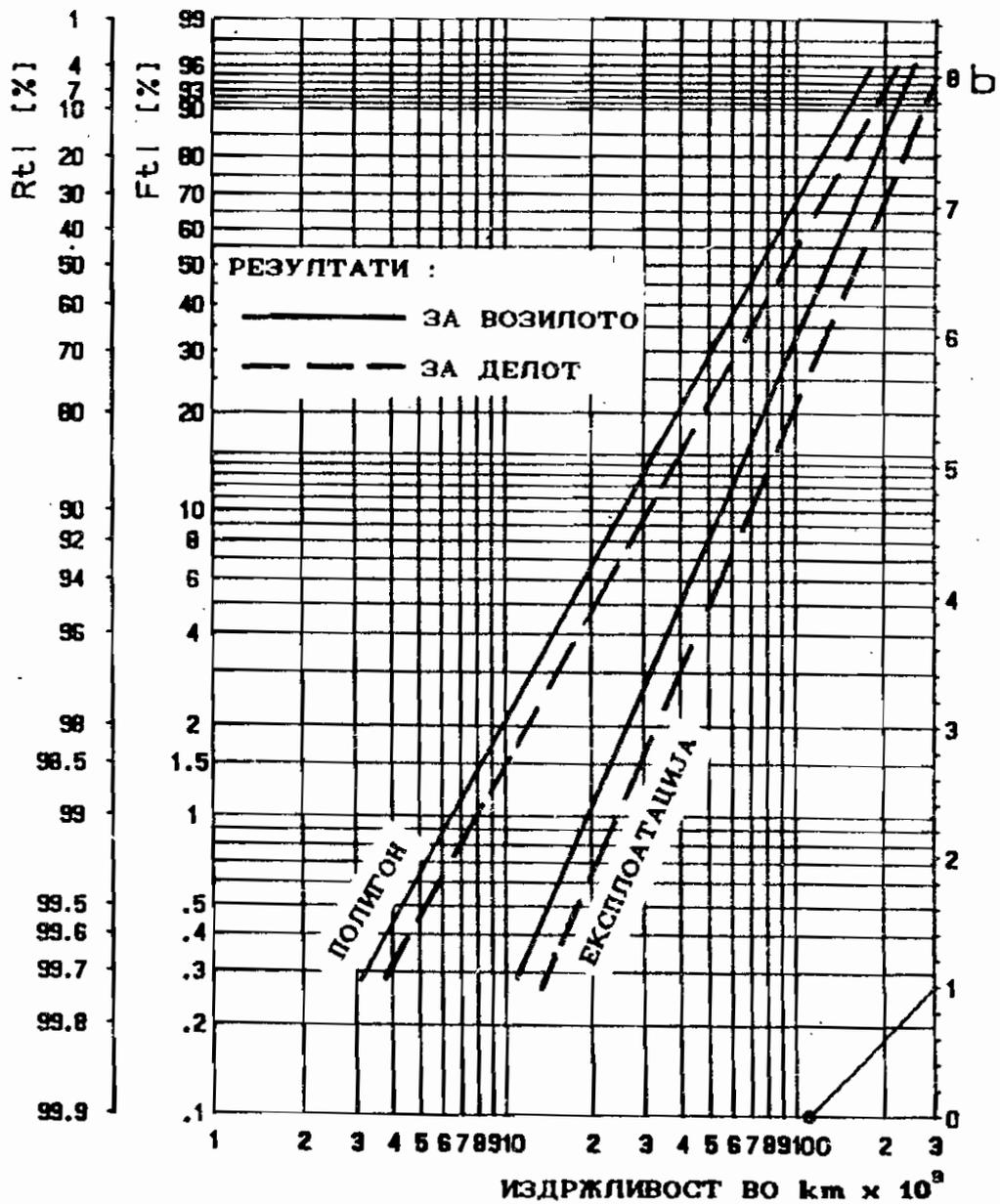


Сл. 2. 44. Распределби на отказите добиени при три различни режими на оптоварување:
 1—нормално експлоатационо оптоварување;
 2—забрзано испитување со зголемено оптоварување;
 3—прекумерно остар режим на оптоварување.

Прекумерното оптоварување при забрзаното испитување, покрај промената на наклонот на распределбата во однос на распределбата при нормалното оптоварување, може да се манифестира со појава на оштетувања (откази) кои што се нетипични за оштетувањата кои се јавуваат во експлоатација. Такви нетипични оштетувања се јавуваат и во случај кога на пробниот стол не се врши коректна симулација на работните

оптоварувања, т. е. не се симулираат релевантните компоненти на оптоварувањата на кои што производот е изложен во нормални експлоатациони услови.

Корелацијата меѓу издржливоста на производот при забрзаното испитување и издржливоста во експлоатација се изразува преку коефициентот на забрзаното испитување. Коефициент на забрзано испитување е однос на издржливоста на

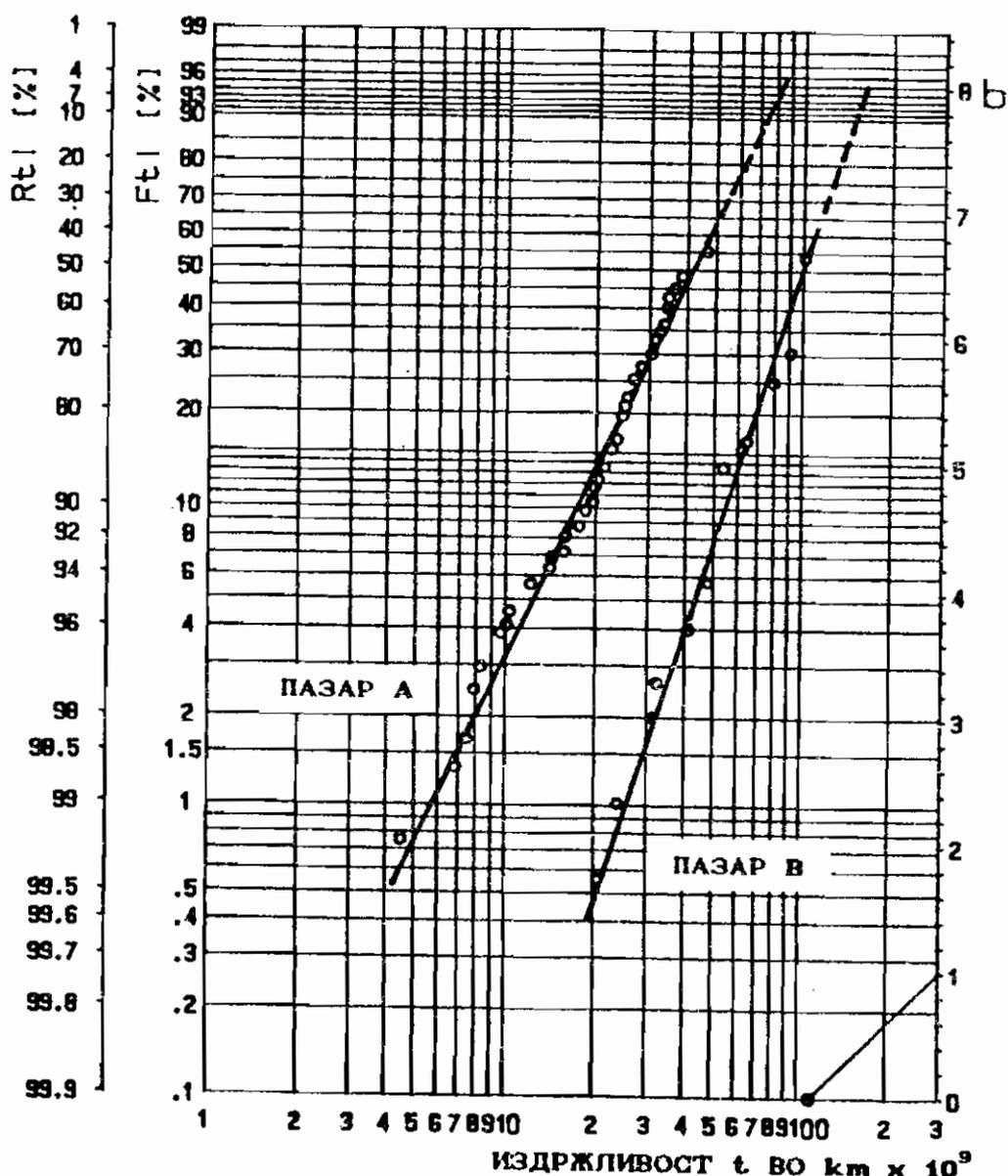


Сл. 2. 45 Распределба на отказите на возило и на еден негов дел (елемент) при полигонски испитувања и во експлоатација

производот во експлоатација спрема издржливоста при забрзаното испитување до појава на истите откази.

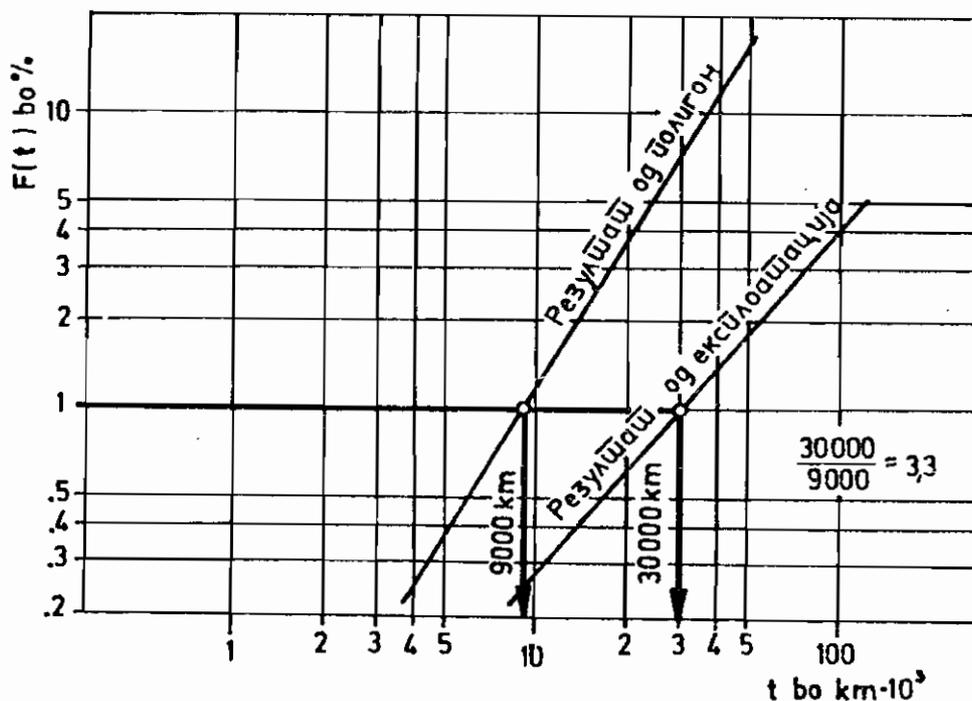
Паушално даден коефициент на забрзано испитување, како на пример 10.000 km испитување на возило на полигон одговара на 40.000 km во експлоатација (коефициентот е 4), нема никакво значене доколку не се наведат условите на испитувањата на возилото на полигон и условите на експлоатацијата.

На сл. 2. 45 се дадени распределбите на појавите на отказите на едно возило и на еден негов дел при испитување на полигон и во експлоатација.



Сл. 2. 46 Распределба на отказите во зависност од условите на експлоатација

Кога станува збор за коефициент на забрзано испитување на делови од машината треба да се назначи за кој дел тоа се однесува, затоа што истоимени делови со оглед на различните оптоварувања кои ги поднесуваат имаат различна издржливост. На пример издржливоста на предните и задните пневматици (гуми) на возилото не е иста, како што не е иста издржливоста на преден пневматик на лимузина, спортско возило и товарно возило.



Сл. 2. 47 Одредување на коефициентот на забрзаното испитување

Голема разлика во издржливоста може да настане поради разликата во условите на експлоатацијата на поодделни делови на машината. Таа разлика е уочлива од распределбите на отказите на еден дел од возилото кое се експлоатира на разни светски пазари (види слика 2. 46) (2. 201).

Доколку постои извесна непаралелност меѓу распределбите на појавата на отказите во лабораториските/полигонските и експлоатационите услови, коефициентот на забрзаното испитување може да се дефинира при определен процент на појава на отказите.

На слика 2. 47 е прикажан еден таков случај при кој што коефициентот на забрзаното испитување при $F(t) = 1\%$, изнесува $30000/9000 = 3,3$.

3. МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗА НА СИСТЕМИТЕ ОД АСПЕКТ НА ПОЈАВА НА НЕИСПРАВНОСТИ

3.1. ВОВЕД

Современите барања кои се поставуваат на производителите од страна на корисниците на техничките системи како што се на пример квалитет - во поширока смисла на зборот, надежноста, широкиот асортиман, барањата во врска со загадувањата на човековата околина итн., не можат да се исполнат со класичните методи на откривањето и отстранувањето на отказите, т.е. слабите места во системот.

Поради се покусиот рок за развојот на производот кој им стои на располагање на производителите, тие не се во можност сите настанати проблеми да ги решат со испитување кое обично трае долго време и е скапо.

Затоа се развиени различни методи кои овозможуваат да се анализира производот од аспект на веројатноста на појава на отказ, т.е. методи со чија помош се откриваат слабите места во системот. Такви методи се:

- анализа на надежноста,
- дрво на отказите,
- анализа на можностите за појава на отказите и последиците,
- анализа со помош на планирање на експериментот,
- Парето анализи,
- дијаграм на причини и последици и др.

Во продолжение ќе бидат презентирани напред наведените методи за анализа на системите од аспект на појава на отказите, нивните можности, предности и недостатоци.

3.2. АНАЛИЗА НА НАДЕЖНОСТА НА СИСТЕМИТЕ

Технички систем е збир на меѓусебно поврзани елементи во целина која што овозможува успешно извршување на одредена функција. Со терминот елемент се означува кој било состав

вен дел од системот, па зависно од анализата тоа може да биде потсистем, склоп, потсклоп или дел.

Со цел да се овозможи анализата на надежноста на системот, системот се раставува на неговите составни елементи при што се води сметка за начинот на поврзувањето на елементите во системот. Во продолжение е изнесен начинот на анализирањето на надежноста на системот чии елементи се поврзани редно, паралелно или комбинирано (3.18, 3.19, 3.37).

3.2.1 Системи со редно и паралелно поврзани елементи

Структурата на системите во машинството најчесто е редна (сл. 3.1. а). До отказ на системот со редни врски доаѓа доколку се појави отказ во било која од неговите компоненти.

Поради тоа, надежноста на системот со редно врзани компоненти е помала од надежноста на која било негова компонента. Врската меѓу надежноста на системот $R_s(t)$ и надежноста на неговите компоненти $R_i(t)$, кои што се редно поврзани во системот, е:

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot \dots \cdot R_n(t)$$

Така на пример, ако е позната надежноста на составните компоненти на менувачот на брзините по едногодишна експлоатација, според горната равенка, се одредува надежноста на менувачот по една година работа (сл. 3.1. б), односно надежноста на дизел моторот (сл. 3.1. в) по одредено време во експлоатација (3.3).

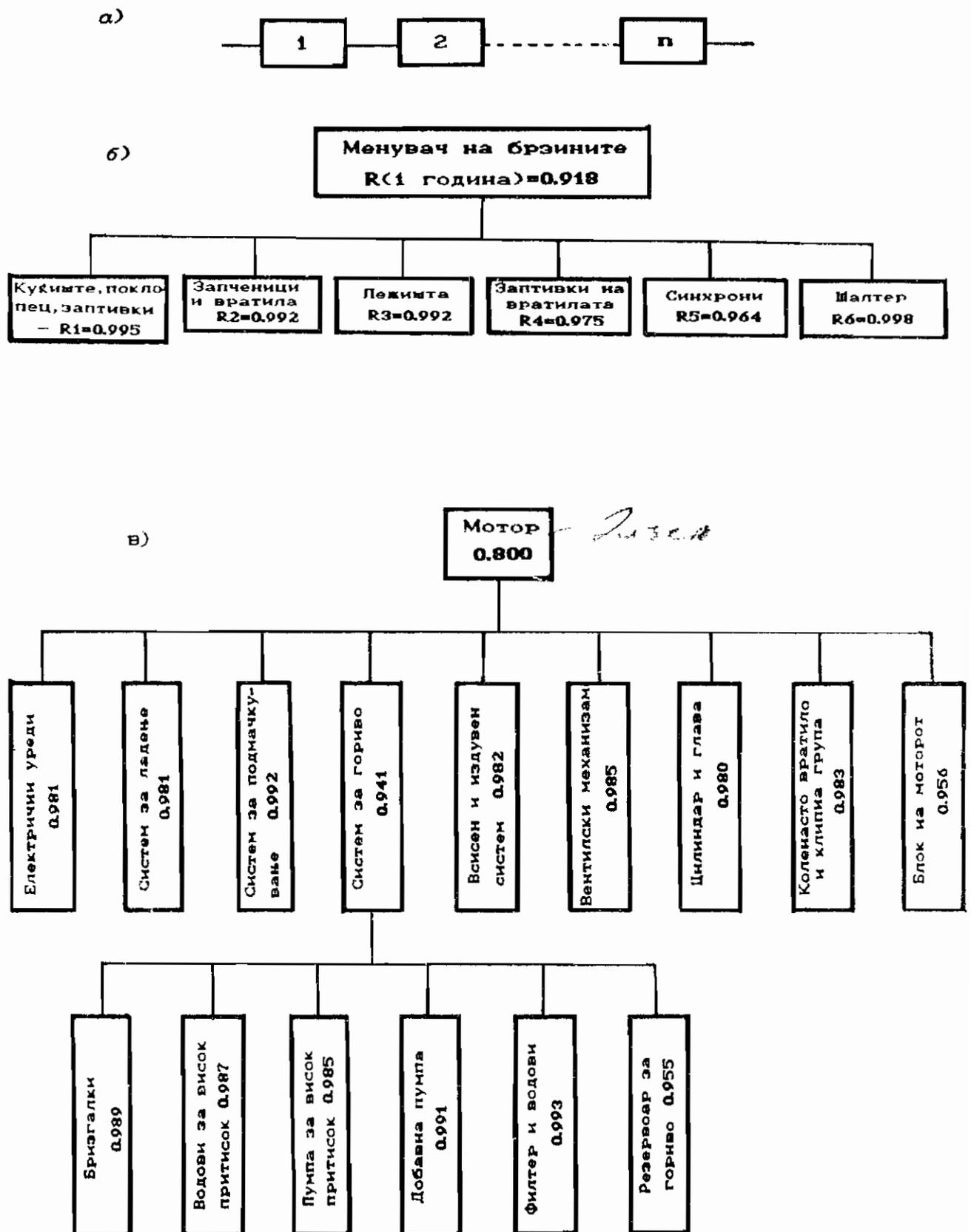
Ненадежната работа на систем со редно врзани компоненти се пресметува според следниот израз:

$$F_s(t) = \prod_{i=1}^n [1 - R_i(t)] = [1 - R_1(t)] \cdot [1 - R_2(t)] \cdot \dots \cdot [1 - R_n(t)]$$

или

$$F_s(t) = 1 - R_s(t)$$

Доколку се познати правите на појавата на отказите на компонентите во Вејбуловата веројатносна хартија, може да се одреди и распределбата на појавата на отказите на системот.



Сл. 3.1. Блок дијаграм на системи со редно поврзани елементи

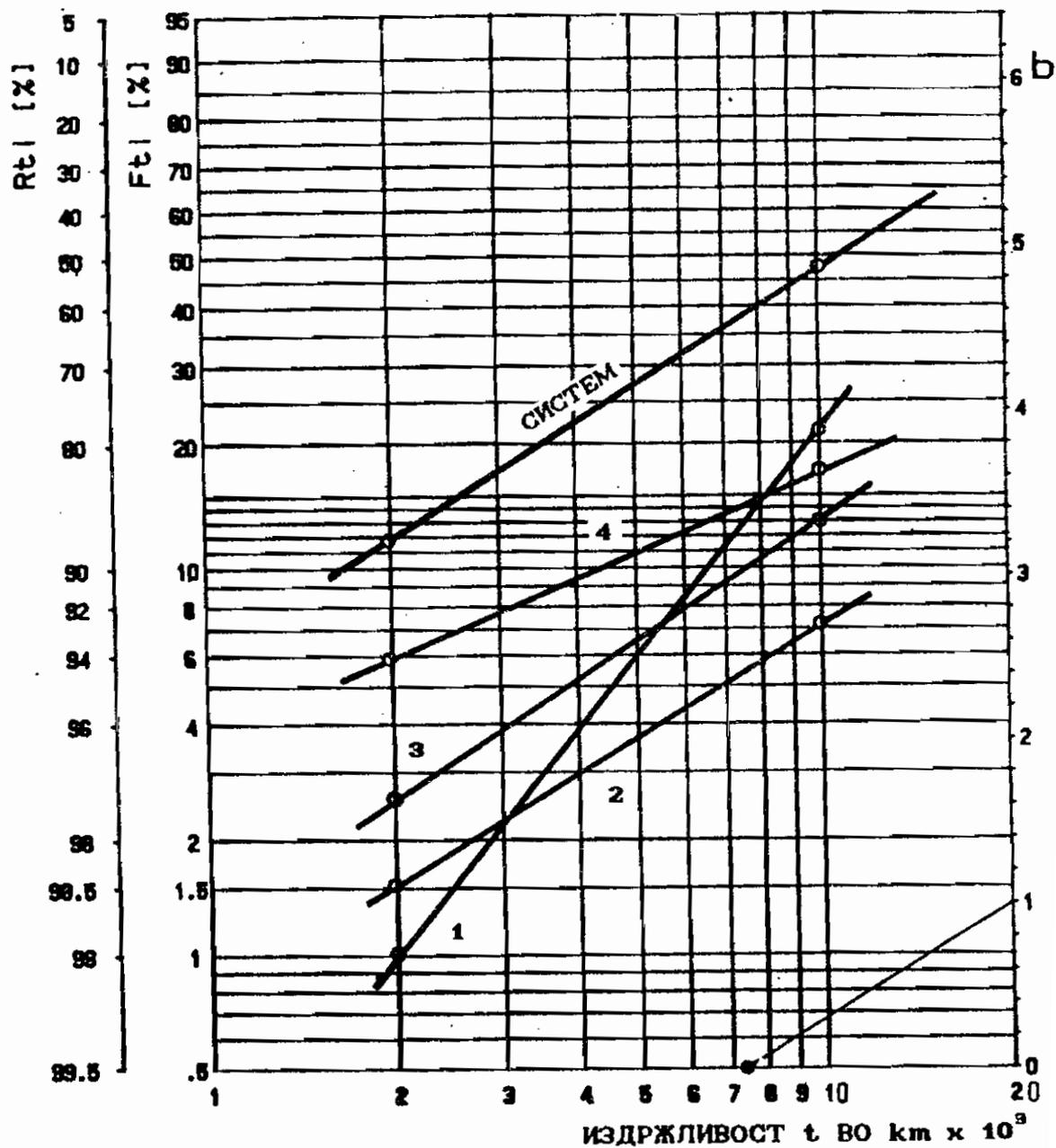
Таков пример е прикажан на сл. 3.2. Системот се состои од четири редно поврзани компоненти. За секоја од нив е одредена правата на појавата на отказот. За да се дефинира правата на отказот на системот, потребно е да се одредат две нејзини точки. Избрани се точките кои што имаат апциси 2000, односно 10 000 km. Ординатите на точките од системот што одговараат на овие апциси се пресметуваат и тие се:

$$R_s(2000) = (1 - 0.0112) \cdot (1 - 0.0155) \cdot (1 - 0.0250) \cdot (1 - 0.0620) = 0.8903$$

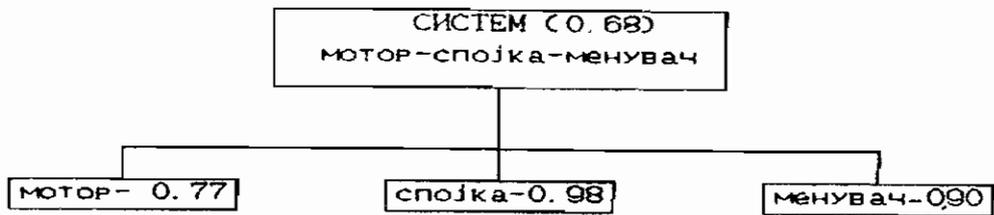
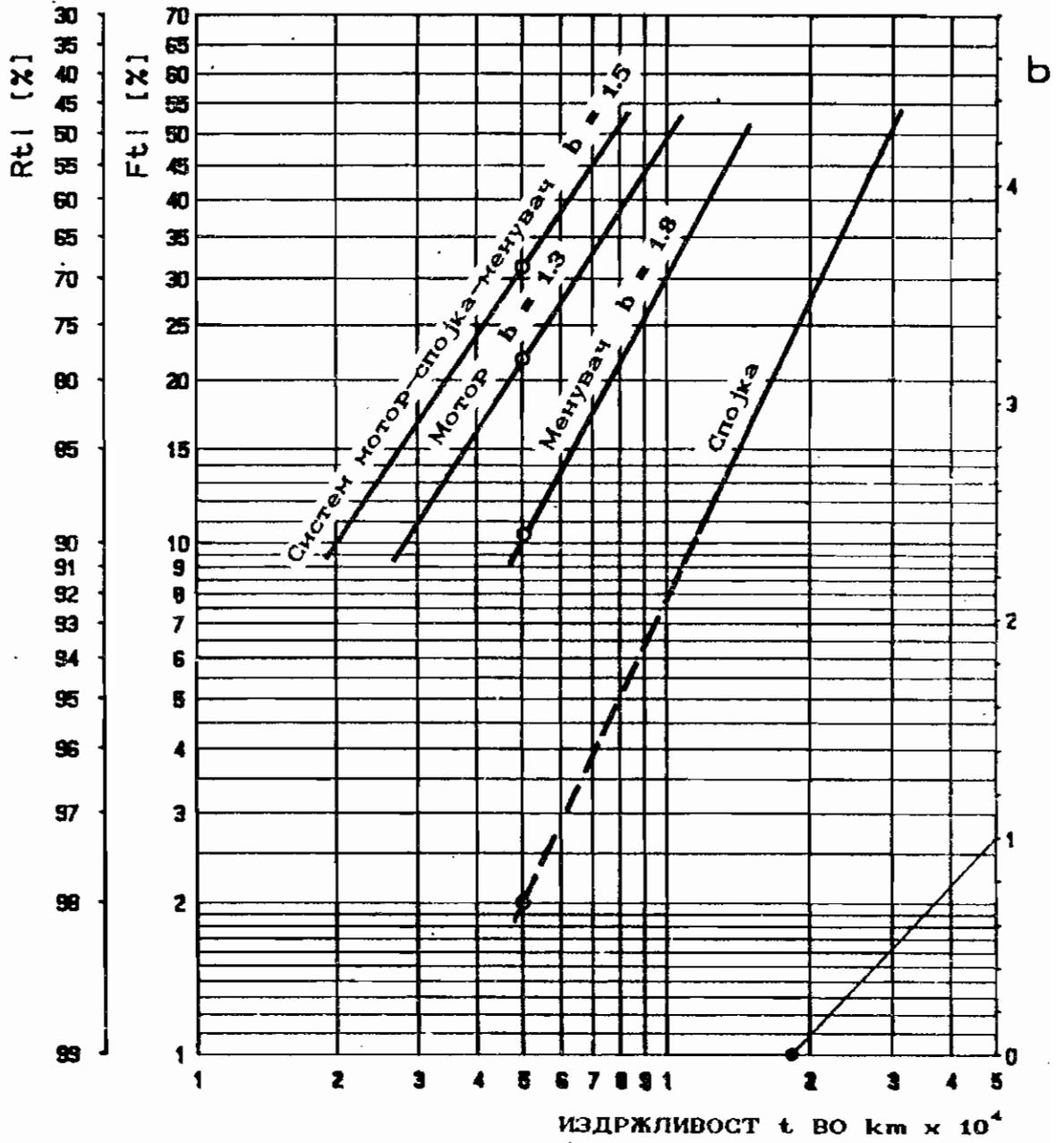
$$F_s(2000) = 1 - 0.8903 = 0.1097 = 10.97\%$$

$$R_s(10000) = (1 - 0.07) \cdot (1 - 0.127) \cdot (1 - 0.17) \cdot (1 - 0.22) = 0.5256$$

$$F_s(10000) = 100 - 52.56 = 47.44\%$$



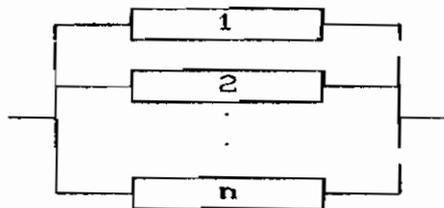
Сл. 3.2. Одредување на надежноста на системот со редно поврзани компоненти



Сл. 3.3. Одредување на надежноста на системот МОТОР-СПОЈКА-МЕНУВАЧ

На сл. 3.3 е даден пример за систем од три компоненти: мотор, спојка и менувач. Познати се распределбите на појавата на отказите и параметрите на обликот на компонентите од системот. Правата на распределбата на појавите на отказите на системот е одредена приближно. Одредена е надежноста на системот при $t=50\ 000\ km$: $R_s(50\ 000)=0.77 \cdot 0.98 \cdot 0.9=0.68$ и е одреден параметарот на обликот на системот како средна вредност од параметрите на обликот на параметрите $b_s \approx 1,5$. На тој начин е дефинирана правата на појавата на отказот на системот

Структурата на системот со паралелно поврзани елементи поретко се сретнува во машинството, но затоа е честа појава во електрониката каде што и лесно може да се реализира. Ваквиот систем (сл. 3.4), функционира се до моментот додека не откажат сите негови елементи. Според тоа ваквиот начин на поврзувањето на елементите обезбедува повисоко ниво на надежност.



Сл. 3.4. Шема на систем со паралелно поврзани елементи

Поаѓајќи од тоа дека системот престанува да работи ако сите негови елементи се во отказ, ненадежноста на системот, т.е. веројатноста тој да биде во отказ се одредува според изразот

$$F_s(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t) = F_1(t) \cdot F_2(t) \cdot \dots \cdot F_n(t),$$

а, надежноста според изразот:

$$R_s(t) = 1 - F_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n F_i(t) \quad \text{односно}$$

$$R_s(t) = 1 - [1 - R_1(t)] \cdot [1 - R_2(t)] \cdot \dots \cdot [1 - R_n(t)]$$

Од изразот за надежност на системот со паралелни врски може да се заклучи дека надежноста на системот е поголема од надежноста на најненадежниот негов елемент. На пример, ако надежноста на три паралелно врзани елементи во некој временски период t е: $R_1=0.85$; $R_2=0.9$; $R_3=0.7$, тогаш надежноста на системот е: $R_s = 1 - (1 - 0.85) \cdot (1 - 0.9) \cdot (1 - 0.7) = 0.995$

3.2.2. Системи со комбинирано поврзани елементи.

Едноставните комбинации на потсистемите со паралелни или редно поврзани елементи, можат да се анализираат доколку се изврши нивно групирање.

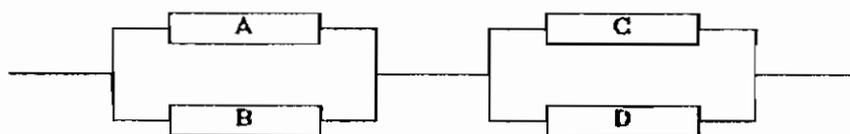
На пример, надежноста на системот со редно-паралелно поврзани елементи, прикажан на сл. 3.5, чии што елементи се со надежност $R_A=0.9$; $R_B=0.8$; $R_C=0.7$ и $R_D=0.6$, се пресметува така што најнапред се одредува надежноста на паралелно поврзаните еквивалентни елементи:

$$R_{AB} = 1 - 0.1 \cdot 0.2 = 0.98 \quad \text{и}$$

$$R_{CD} = 1 - 0.3 \cdot 0.4 = 0.88$$

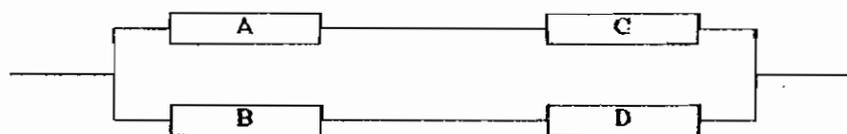
а потоа и надежноста на системот

$$R_s = R_{AB} \cdot R_{CD} = 0.98 \cdot 0.88 = 0.8624$$



Сл. 3.5. Систем со редно-паралелно поврзани елементи

Доколку елементите од овој пример се поврзани во паралелно-редна врска како на сл. 3.6 надежноста на паралелно



Сл. 3.6. Систем со паралелно-редно поврзани елементи

поврзаните еквивалентни елементи е:

$$R_{AC} = 0.9 \cdot 0.7 = 0.63 \quad \text{и}$$

$$R_{BD} = 0.8 \cdot 0.6 = 0.48$$

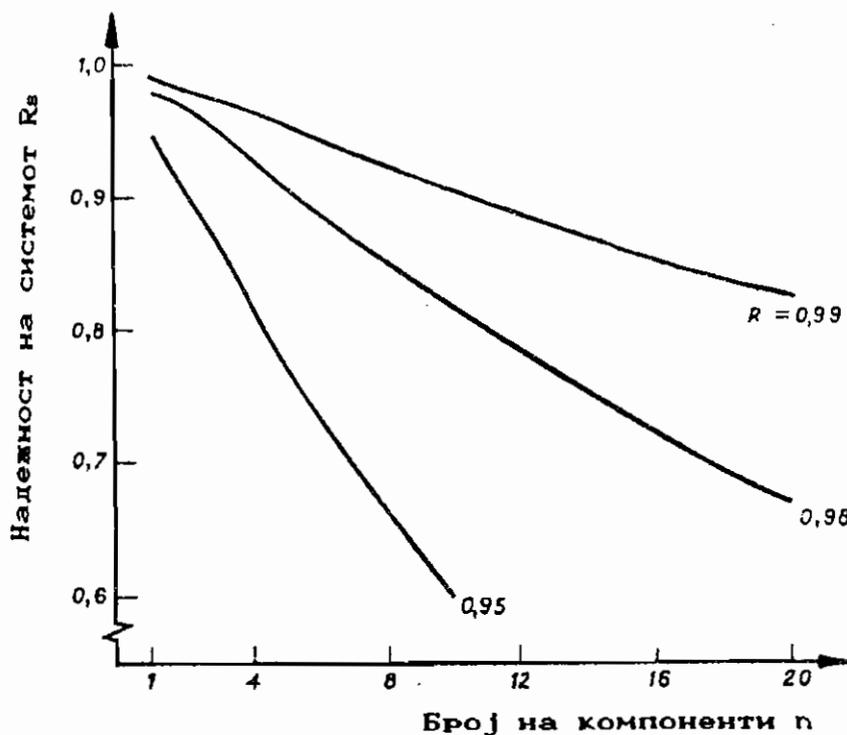
а, надежноста на системот е:

$$R_s = 1 - (1 - R_{Ac}) \cdot (1 - R_{Bd}) = 1 - 0.37 \cdot 0.52 = 0.8076$$

Уочливо е дека постои разлика во надежноста на системот, зависно од начинот на поврзувањето на елементите во него.

Во фазата на проектирањето се дефинира структурата на системот од која зависи нивото на неговата надежност, како и трошоците во производството потребни за достигнувањето на тоа ниво на надежност.

Кога е во прашање системот со редно поврзани елементи, надежноста на системот зависи од бројот на елементите во него и од нивото на нивната надежност. Таа зависност е покажана на сл. 3.7.

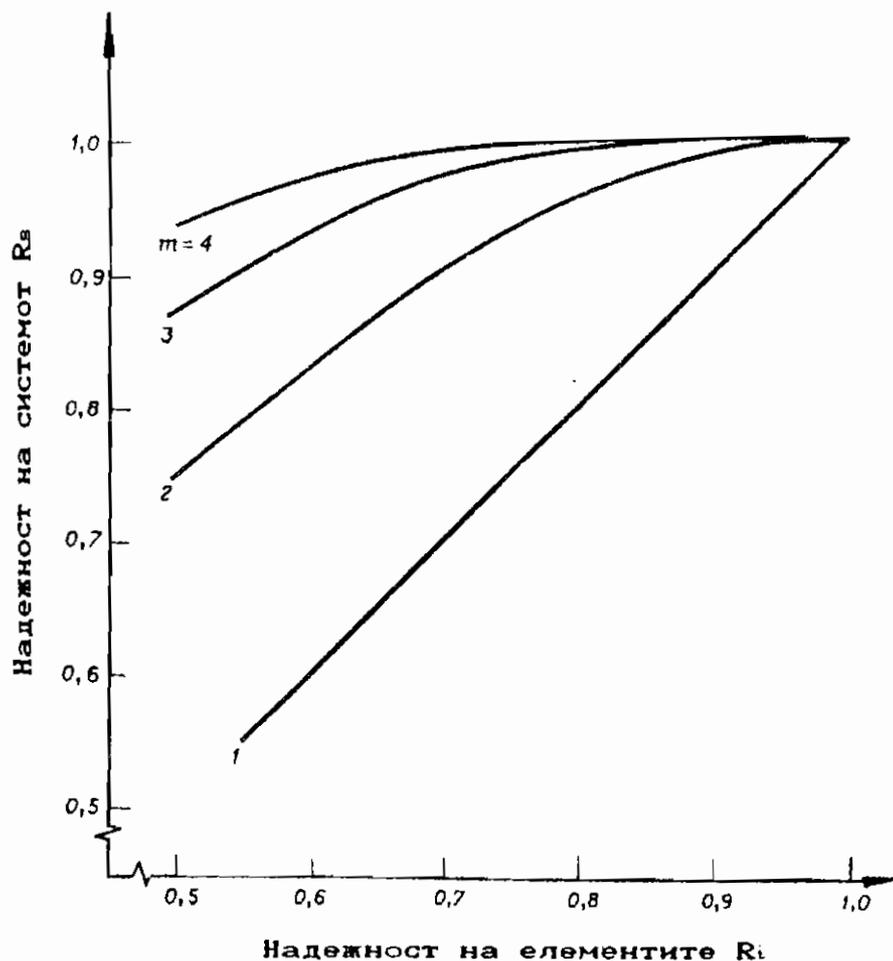


Сл. 3.7. Надежност на системот со редно поврзани елементи чија што надежност е R

Од неа се гледа дека надежноста на системот со редно поврзани елементи може да се зголеми со намалување на бројот на редно поврзаните елементи и со зголемување на нивната надежност.

Паралелно поврзување на елементите обично е начин за зголемување на надежноста на системот. Но, ваквиот начин на зголемување на надежноста не може секогаш да се реализира. Тоа особено тешко се реализира во механичките системи.

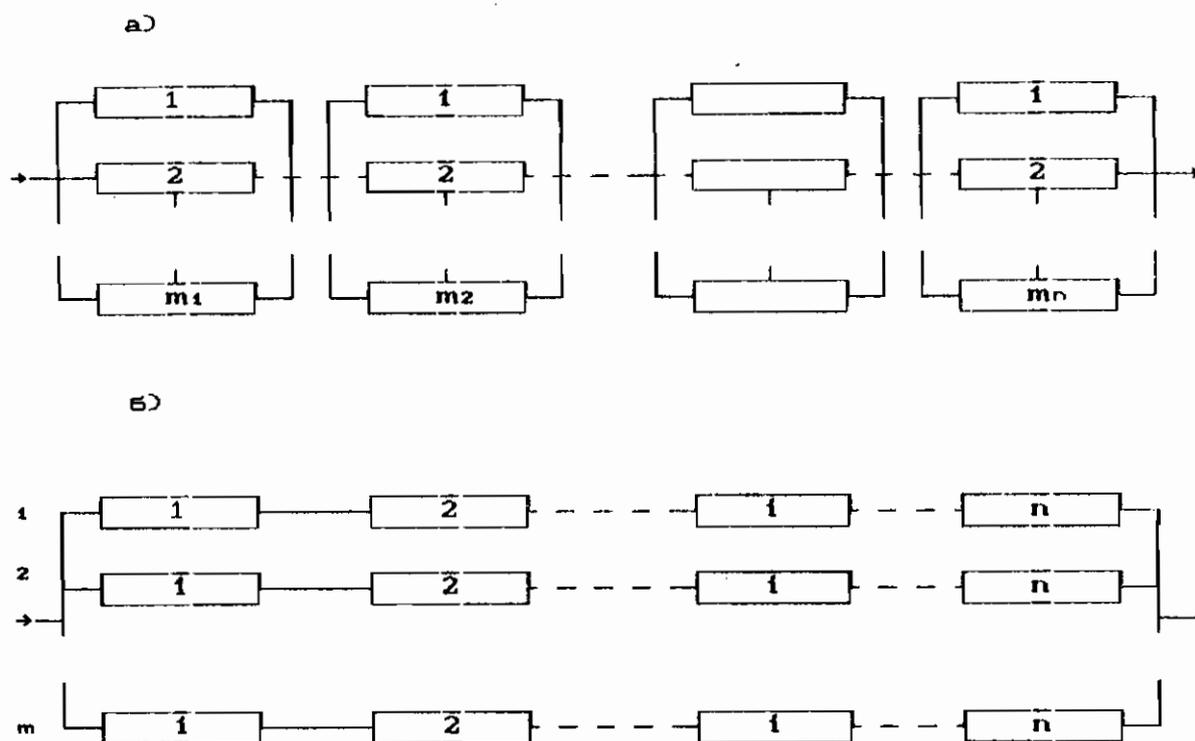
Освен тоа, со примена на елементи со одредена надежност, прирастот на надежноста на системот со зголемување на бројот на паралелно поврзаните елементи расте се побавно (види сл. 3.8). Од дијаграмот се гледа дека по паралелното поврзување



Сл. 3.8. Зголемување на надежноста при паралелно поврзани елементи

на четвртиот елемент, прирастот на надежноста на системот е прилично мал. Според тоа, зголемувањето на количеството на паралелно поврзани елементи, може да биде понеешифасно во споредба со примената на понадежни елементи во системот.

Со одредено количество елементи може да се создадат шемите прикажани на сл. 3.9. Доколку сите елементи се со иста



Сл. 3.9. Системи со редни и паралелно поврзани елементи

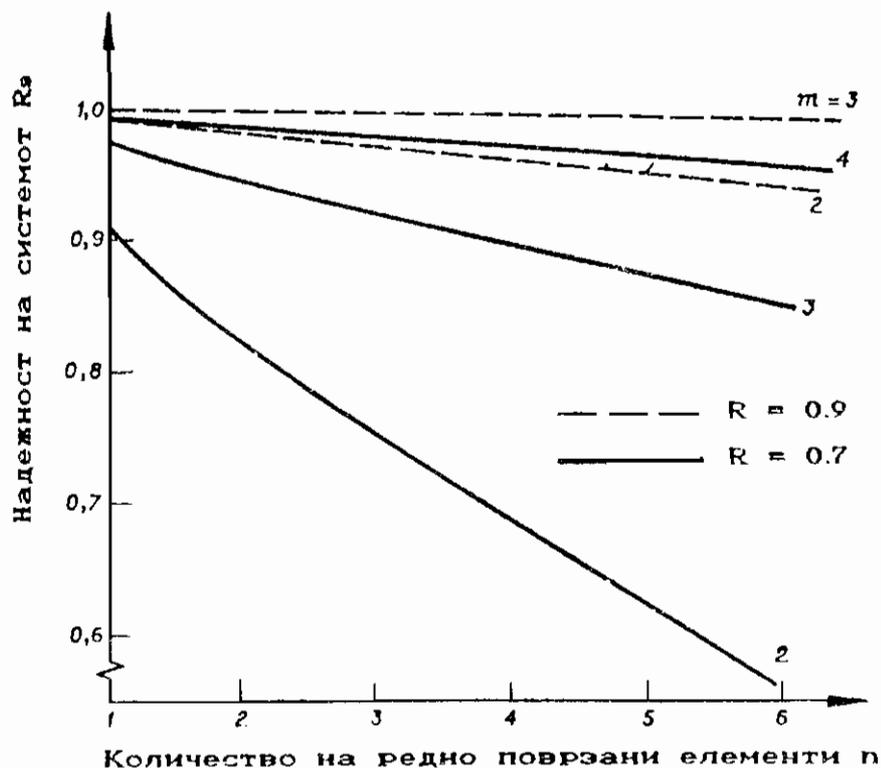
надежност, тогаш надежноста на група паралелно поврзани елементи на сл. 3.9. а е:

$$R_g = 1 - (1 - R)^m$$

а надежноста на системот е:

$$R_s = [1 - (1 - R)^m]^n$$

Според оваа равенка, за елементи со различна надежност, е нацртан графиконот на сл. 3.10. Од него се гледа влијанието на надежноста на елементите, на нивното количество, како и на количеството на групите паралелно поврзани елементи, на надежноста на системот.



Сл. 3.10. Графикон на надежноста на системот прикажан на сл. 3.9. а

Надежноста на паралелните гранки во системот со еднаква надежност на елементите, прикажан на сл. 3.9. б е:

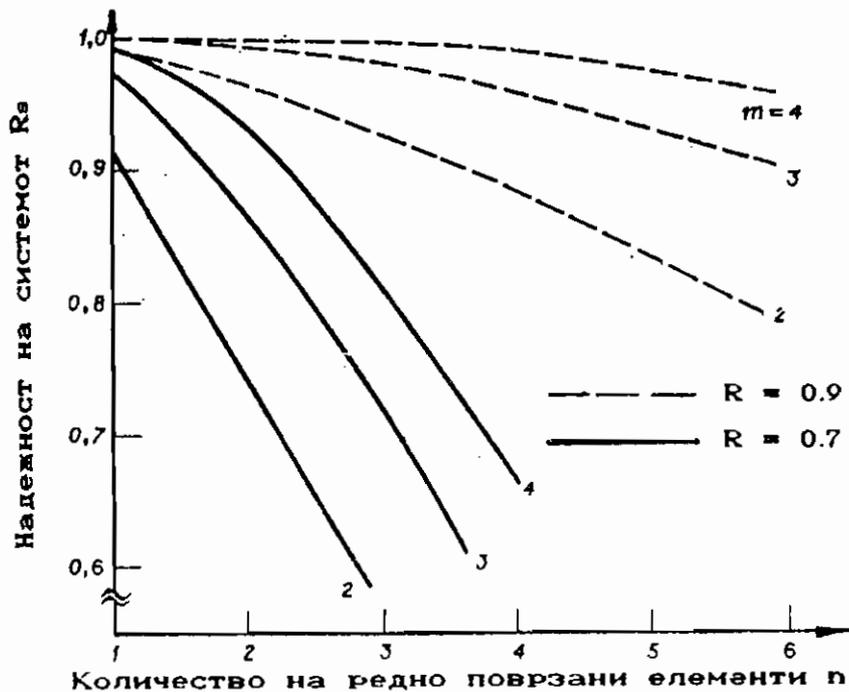
$$R_0 = R^n$$

а надежноста на целиот систем се одредува според образецот:

$$R_s = 1 - (1 - R^n)^m$$

Графикот што одговара на оваа равенка е прикажан на сл. 3.11. Од него може да се види влијанието на структурата на системот и надежноста на елементите врз надежноста на системот.

Со споредување на графиконите на сл. 3.10 и 3.11 може да се заклучи дека во секој случај системот прикажан на сл. 3.9. а е со повисока надежност од системот на сл. 3.9. б. Меѓутоа, таа разлика не е битна доколку елементите се со висока надежност.



Сл. 3.11. Графикон на надежноста на системот прикажан на сл. 3.9.б

3.3. ДРВО НА ОТКАЗИТЕ

3.3.1. Вовед

Дрво на отказот е логички графички приказ на врските меѓу отказите на елементите во системот и неисправностите на системот.

Анализата на дрвото на отказите претпоставува добро познавање на системот за кој што е нацртано дрвото на отказите. Дрвото на отказите дава претстава за однесувањето на системот во случај на откази во неговите компоненти. Со тоа им е овозможено на конструкторите и корисниците на системот прегледно да ги откријат слабите места во системот, како и ефектите од новите решенија кои што ќе овозможат подолготрајна и исправна работа на системот. Дрвото на отказите дава можност за квантитативна и квалитативна анализа на надежноста на системот.

Меѓутоа, при големите системи се појавуваат тешкотии во врска со опфаќањето на сите елементарни настани во дрвото на откази, како и со анализата на дрвото на неисправноста, која во таквите случаи е сврзана со обемни пресметки.

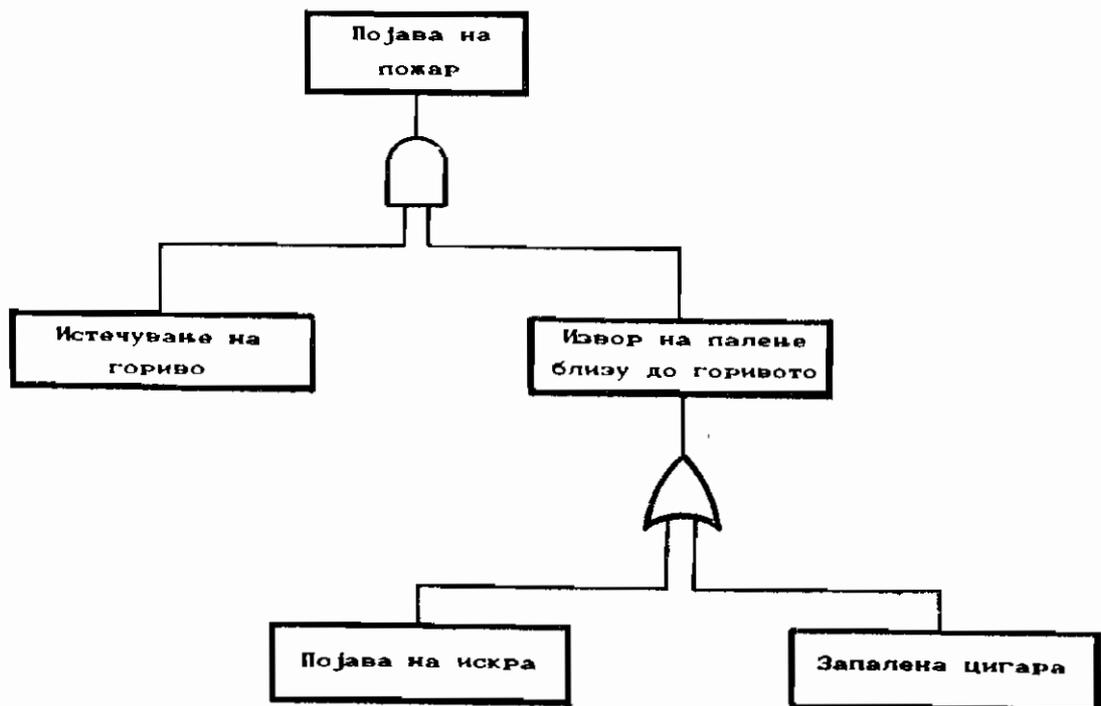
3.3.2. Символи во дрвото на отказите

За нагледно претставување на врските меѓу елементарните и резултантните настани, како и на самите настани во системот се користат одредени симболи кои што можат да бидат логички симболи и симболи на настаните.

Логичките симболи ги сврзуваат настаните согласно на нивните заемни односи. Овие симболи можат да имаат еден или повеќе влеза но само еден излез, (види табела 3.1).

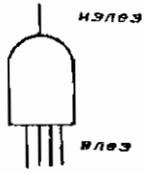
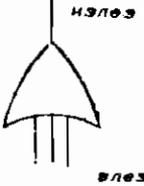
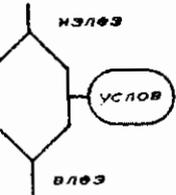
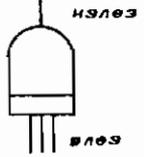
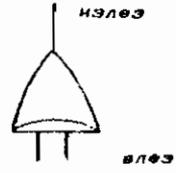
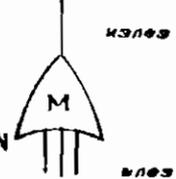
Во продолжение се дадени примери во кои се употребени некои од логичките симболи дадени во табелата, [3.5, 3.17].

Пример за логичките симболи "И" и "ИЛИ" е прикажан на сл. 3.12 за настанот "појава на пожар" во некој склад со гориво. Пожар може да настане доколку истовремено се случат два настана "истечување на гориво" и "извор на палење близу до истеченото гориво". Вториот пак настан се случува доколку се случат еден од двата настана: ако се "појави искра", или од "запалена цигара".



Сл. 3.12. Пример за користење на знаците "И" и "ИЛИ"

Табела 3.1. Логички симболи

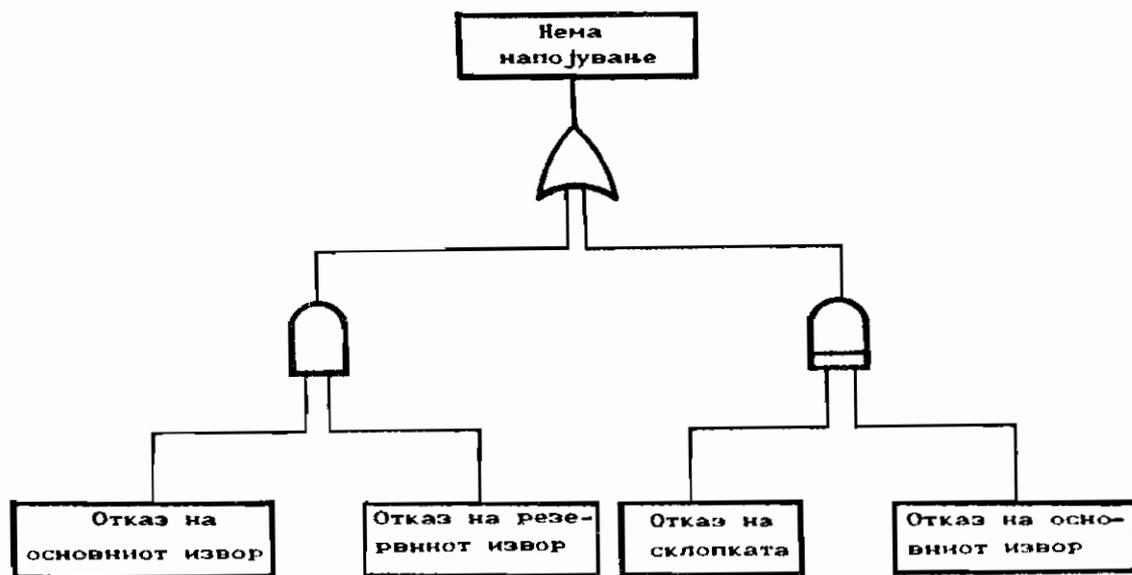
| Ред бр. | Ознака на системот | Име на симболот | Врска меѓу настаните на влезот и излезот |
|---------|---|----------------------|--|
| 1 |  | "И" | Излезниот настан се јавува доколку постојат сите настани на влезот |
| 2 |  | "ИЛИ" | Излезниот настан се јавува доколку се појави кој било настан на влезот |
| 3 |  | "Услов" | Појава на настан на влезот предизвикува појава на настан на излезот, ако постои условен настан. |
| 4 |  | "И - со приоритет" | Излезниот настан се јавува, доколку сите настани на влезот се појават по редослед од лево кон десно. |
| 5 |  | "ИЛИ со исклучување" | Излезниот настан се јавува доколку се случи еден од настаните на влезот. |
| 6 |  | "M од N" | Излезниот настан се јавува доколку се случат M од N влезни настани. |

Шестоаголник е логички симбол за "УСЛОВ". Услов - ниот настан се испишува бочно од логичниот симбол. Настанот на излезот се појавува кога постојат и условниот и влезниот настан. Затоа симболот "Услов" може да се замени со логичкиот симбол "И". Применета на овој симбол и логичкиот симбол "И - со приоритет" ќе биде прикажана на следниов пример:

Системот поседува основен и резервен извор за напојување. Ако откаже основниот извор за напојување, со помош на склопка се вклучува резервниот систем за напојување. Системот останува без напојување ако:

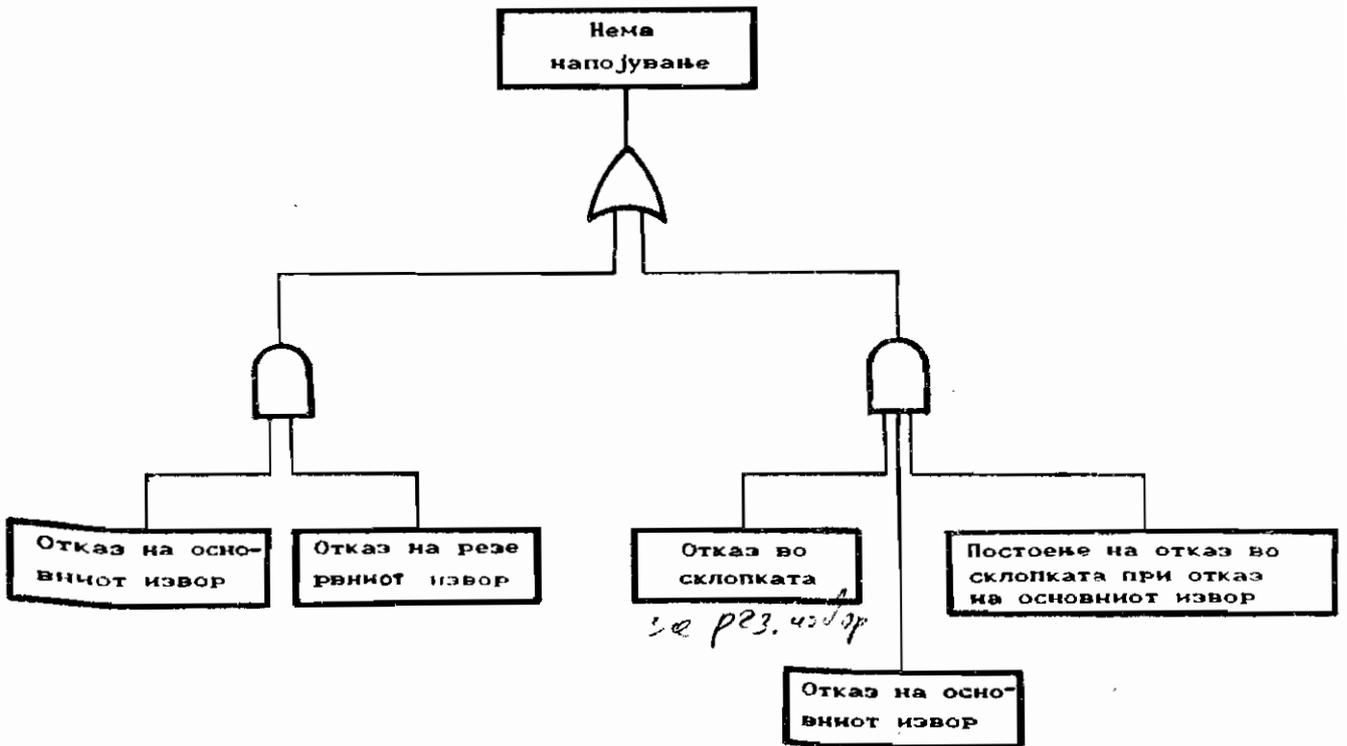
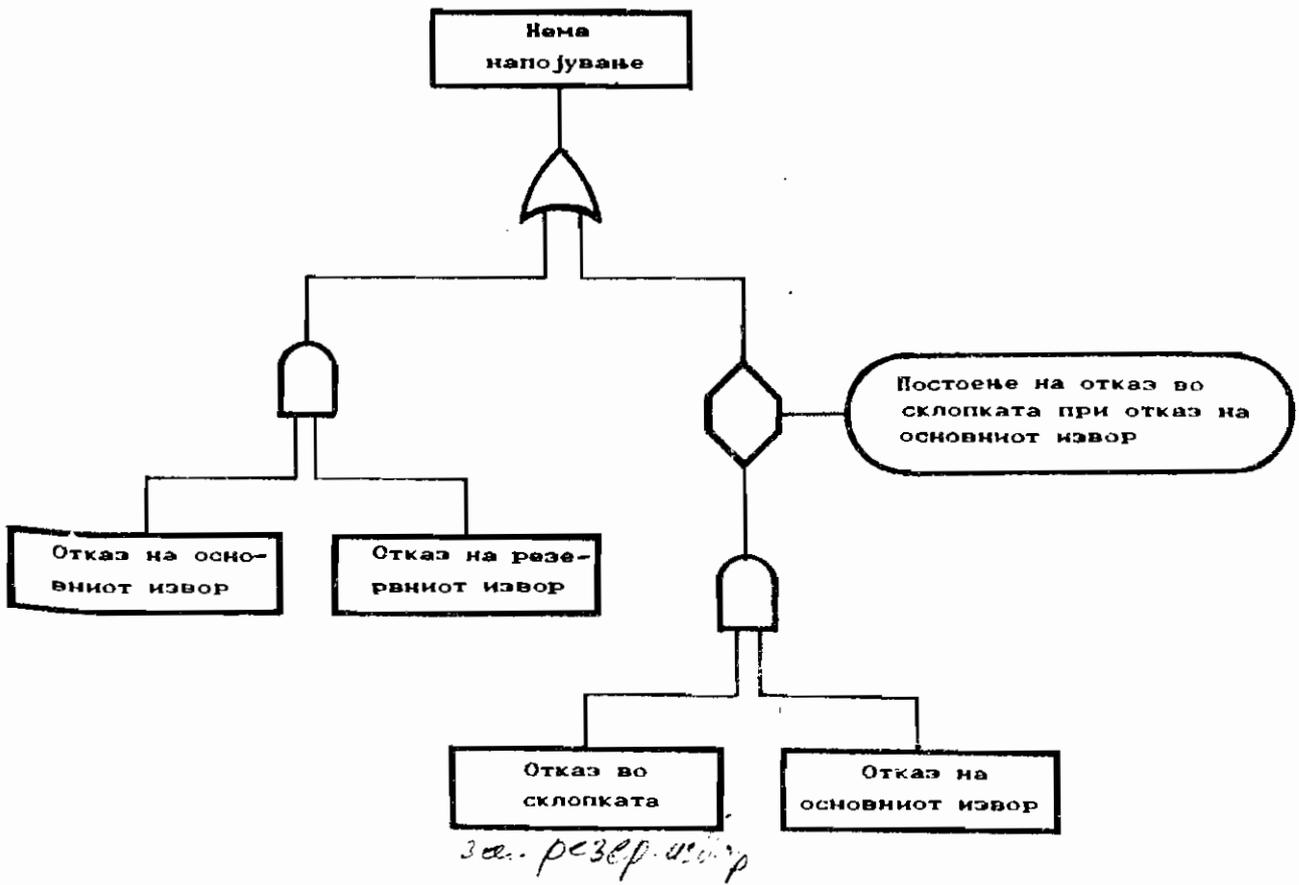
1. откаже основниот и резервниот извор за напојување
2. најнапред откаже склопката за вклучување на резервниот систем, а потоа откаже основниот извор за напојување.

Дрвото на отказот, за отказот "системот за напојување не работи", прикажан е на сл. 3.13.



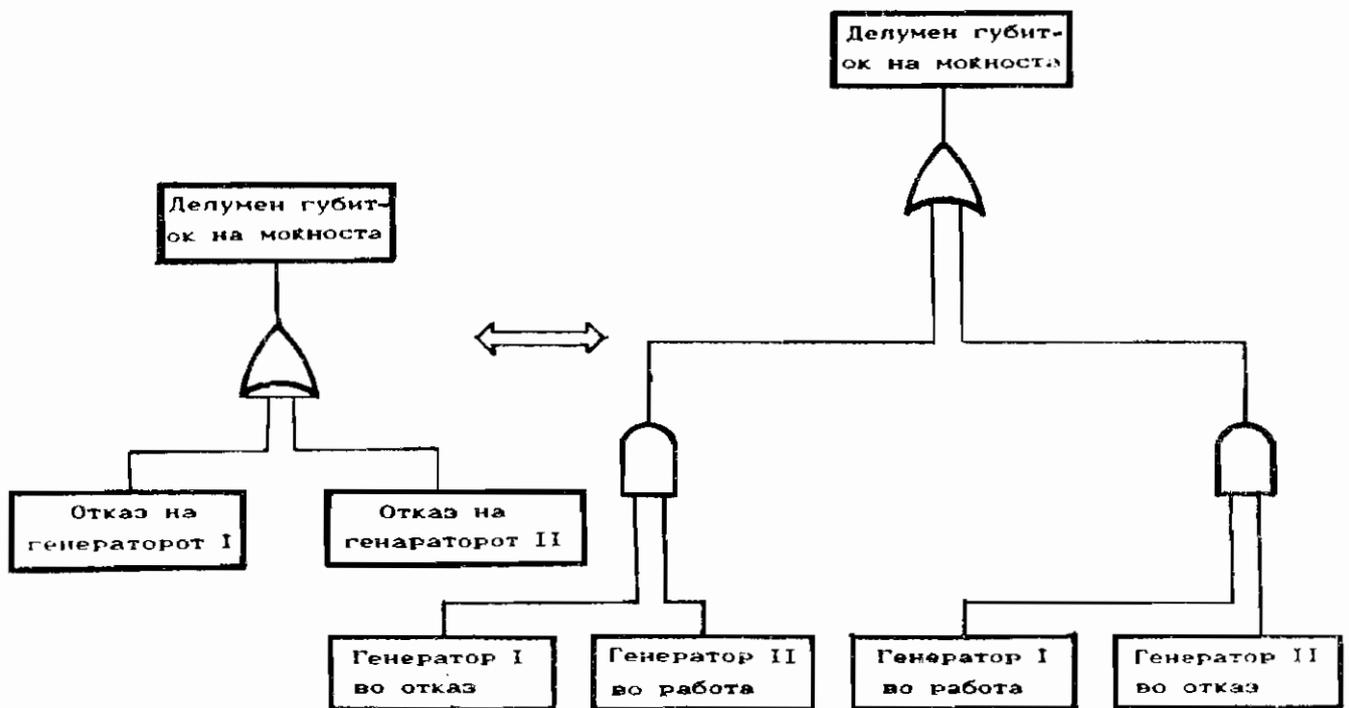
Сл. 3.13. Пример за користење на логичниот симбол "И-со приоритет"

Логичкиот симбол "И-со приоритет" од сл. 3.13 може да биде заменет со "симболот И" и со симболот "УСЛОВ", што е прикажано со еквивалентните дрва на отказите прикажани на слика 3.14.



Сл. 3.14. Шема еквивалентни на шемата од сл. 3.13

Логичкиот елемент "ИЛИ-со исклучување" опишува ситуација во која настанот на излезот се појавува доколку на влезот постојат еден од двата настана. Како пример е земен систем кој што се напојува од два генератора. Делумниот губиток на моќноста на напојувањето може да биде претставен со елементот "ИЛИ - со исклучување" покажан на сл. 3.15. Овој логички елемент може да биде заменет со комбинации на логичките елементи "И" и "ИЛИ" (види сл. 3.15).

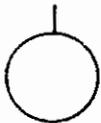
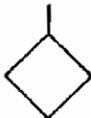
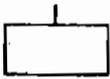


Сл. 3.15. Пример за користење на логичкиот симбол "ИЛИ -со исклучување"

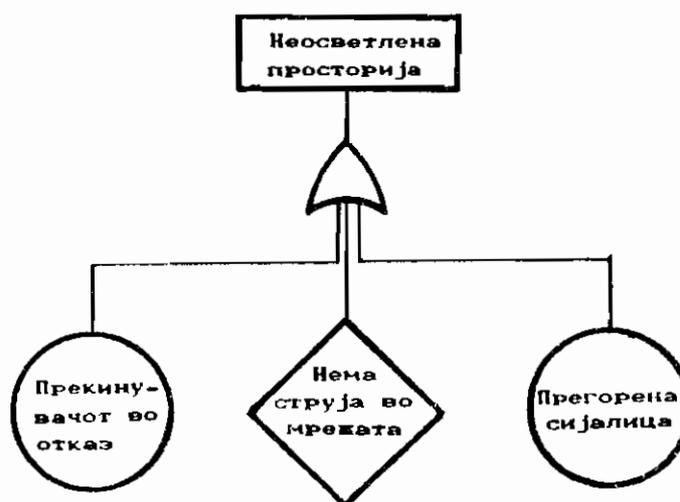
Симболите на настаните се дадени во табела 3.2.

Правоаголниот блок во дрвото на отказите означува настан кој е резултат на елементарни изворни откази соединети со логичен симбол. Со круг се означува изворен отказ на одреден елемент (сл. 3.16). Обично таквите откази се предизвикани од

Табела 3.2

| Ред бр. | Ознака на симболот | Име на симболот | Содржина на настанот |
|---------|---|--------------------|--|
| 1 | <p>круг</p>  | Базичен настан | Овој настан е отказ на елементот-настан што не бара понатамошно развивање. Се користи само како влез во логичните симболи. |
| 2 | <p>ромб</p>  | Неразвиен настан | Настан кој што не е развиен до крај, поради непостоење на информации, поради малото значење што го има, или малата веројатност да се појави. Се користи во случај кога анализата на настанот веќе постои на некое друго место (во литературата). |
| 3 | <p>правоаголник</p>  | Резултантен настан | Настанот е резултат на конкретни комбинации на откази на влезот во логичкиот симбол. |
| 4 | <p>овал</p>  | Условен настан | Каков да е услов или ограничување |
| 5 | <p>куќичка</p>  | Очекуван настан | Настан кој што може да се случи или да не се случи |
| 6 | <p>триаголник</p>  | Симбол за премин | Се користи за пренос на потструктурата од некоја друга гранка или страница. За идентификација се впишуваат букви во нив. |

одреден елемент, и кога таквиот отказ ќе се појави, потребно е тој елемент да се замени или поправи. За квантитативна анализа на дрвото на отказите, округлите блокови треба да претставуваат настан со позната надежност.



Сл. 3.16. Пример за користење на симболите "круг" и "ромб"

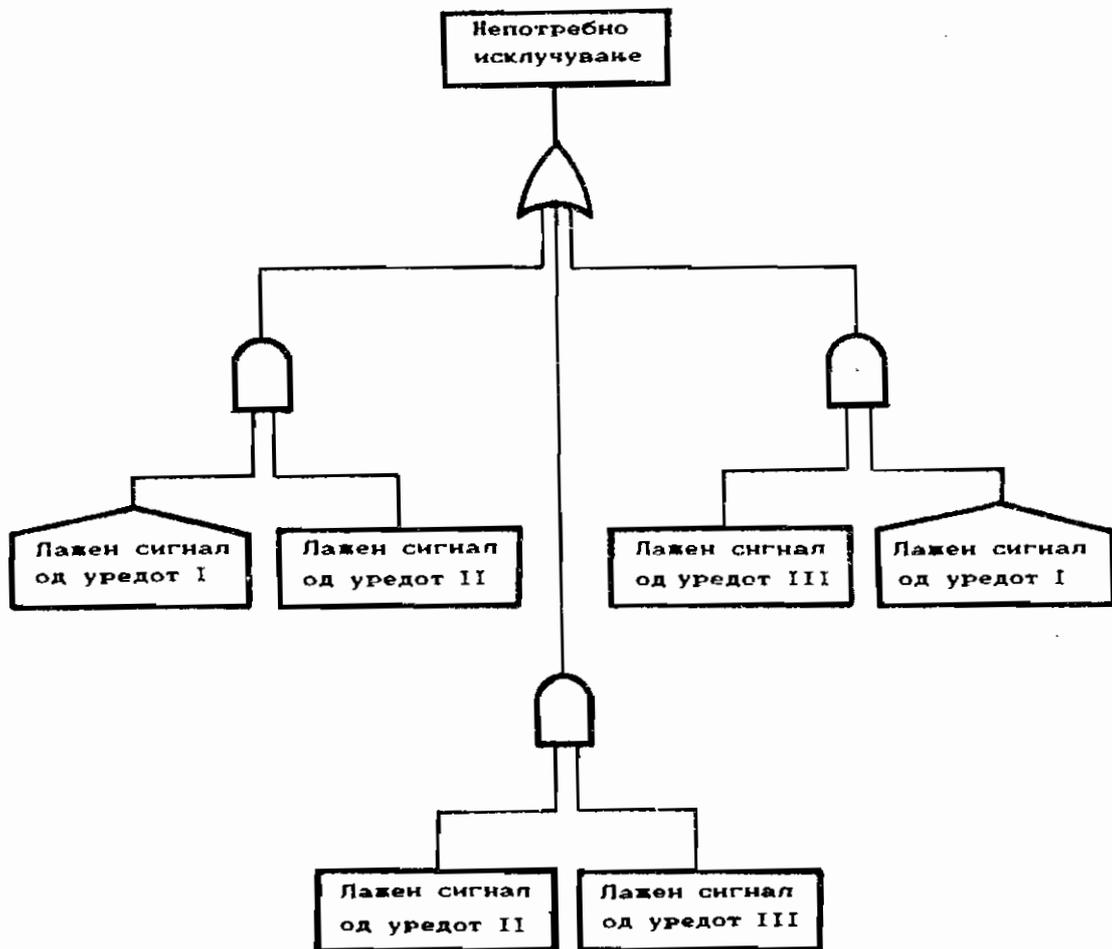
Доколку настанот не е доволно разработен, т.е. со детална анализа не се откриени изворните откази кои што доведуваат до појава на тој настан, таквиот настан се означува со ромб (сл. 3.16). Причини зошто не е развиен настанот до елементарните настани можат да бидат: недоволно познавање на неразвиениот настан, малото значење на настанот во споредба со трудот и средствата за да тој детално се развие, или настанот е доволно познат па дрвото на отказите намерно не се шири. Еден пример за детално неразработен настан е појава на отказ во системот поради саботажа или диверзија. Ваквите настани често пати не се земаат во предвид при вршење на квантитативна анализа на дрвото на отказите.

Доколку се реши настанот во ромбот детално да се разработи, наместо ромбот се црта правоаголник и одејќи назад настанот се разработува до елементарните настани.

Симболот "куќичка" се користи за оние настани кои

можат да се случат и со тоа да предизвикаат одредено влијание на резултантниот настан, но кои можат и да не се случат. Според тоа, анализата на дрвото на отказите може да се врши со настанот во "куќичката" и без него.

Таков е настанот "лажен сигнал од уредот I", даден на сл. 3.17. Кога овој настан ќе се вклучи во анализата, се претпоставува дека уредот I создава лажен сигнал и пред резултантниот настан "непотребно исклучување" ќе егзистира логичкиот симбол "ИЛИ". Кога настанот во "куќичката" се исклучува од анализата, симболот "ИЛИ" се заменува со симболот "И".



Сл. 3.17. Пример за примена на симболот "куќичка"

3.3.3. Квалитативна анализа на системот

Отказ на системот може да се појави како резултат на еден или повеќе елементарни откази. Со цел да се намали можноста за појава на резултатниот отказ (отказот на системот), потребно е да се открие кои од елементарните откази се највлијателни врз појавата на отказот на системот. Таква анализа може да се направи со помош на дрвото на отказите, зашто тоа овозможува да се откријат сите патишта (комбинации) кои водат до појава на отказот на системот.

3.3.3.1. Непожелни и проодни комбинации

Непожелна комбинација е комбинација од елементарни настани која предизвикува неисправна работа на системот. Тоа значи доколку се случат сите елементарни настани кои што влегуваат во непожелната комбинација, сигурно е дека системот нема да работи исправно.

Проодна комбинација е комбинација од елементарни настани кои доколку не се случат нема да се случи и резултатниот настан. Значи, доколку ниту еден елементарен настан од таа комбинација не се случи, системот успешно ќе работи.

Основните откази се одредуваат преку т.н. минимална непожелна комбинација. Минимална непожелна комбинација е онаа непожелна комбинација, во која со елиминирање на кој било основен (базичен) настан во неа, преостанатите основни настани не можат да предизвикаат отказ во системот.

Со други зборови, отказ во системот, (појавата на резултатниот настан) се случува тогаш и само тогаш кога сите елементарни настани во минималната непожелна комбинација ќе се случат истовремено. Ако дрвото на отказите има m минимални непожелни комбинации:

$\{V_{1,1}, V_{2,1}, \dots, V_{n1,1}\}$ – прва минимална непожелна комбинација

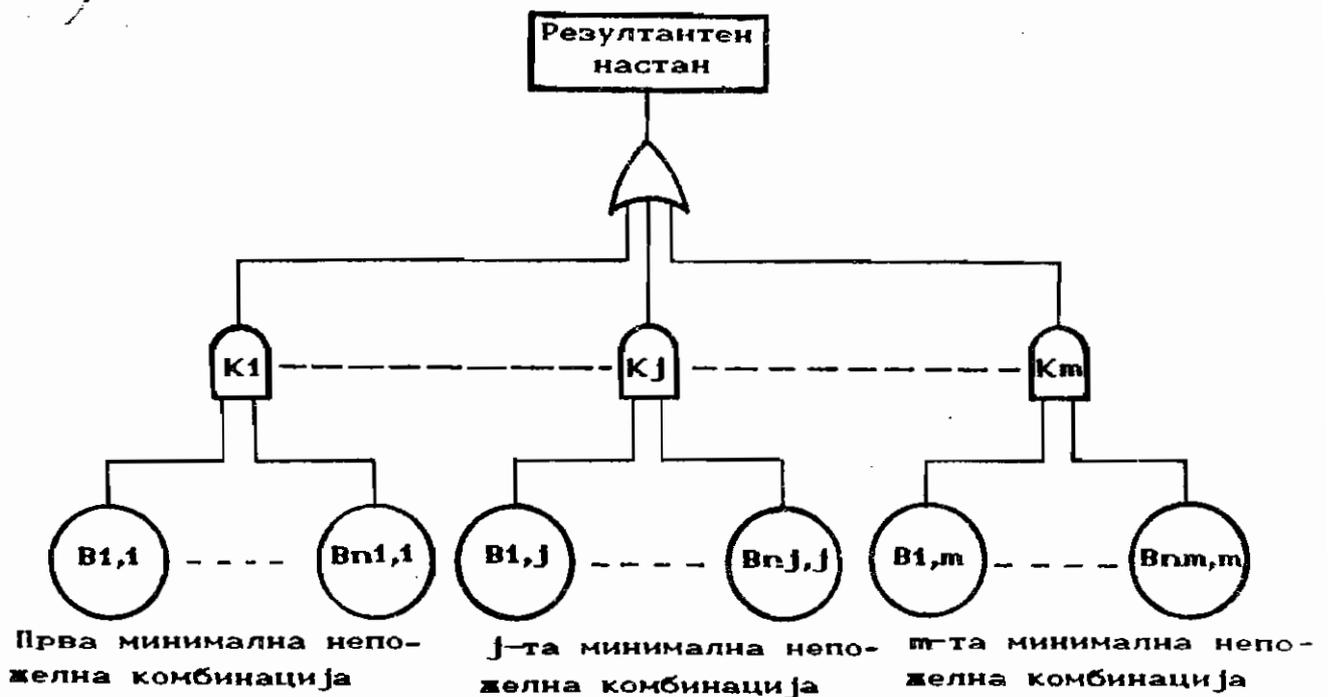
...

$\{V_{1,j}, V_{2,j}, \dots, V_{nj,j}\}$ – j -та минимална непожелна комбинација

...

$\{V_{1,m}, V_{2,m}, \dots, V_{nm,m}\}$ – m -та минимална непожелна комбинација,

еквивалентното дрво на отказите на таквиот настан е она прикажано на сл. 3.18.



Сл. 3.18. Дрво на отказите претставено со минимални непожелни комбинации

Откривањето на непожелните и проодните комбинации е мошне обемна и макотрпна работа кога е во прашање систем со голем број можни елементарни откази. Во таков случај проблемот се решава со помош на сметачка машина [3.17].

3.3.3.2. Одредување на минималните непожелни комбинации

Алгоритамот на програмата за одредување на минималните непожелни комбинации на отказите на одреден систем, се темели на следниве чекори [3.17]:

1. Логичките симболи на дрвото на отказите се обележуваат со букви.

2. Сите елементарни настани се нумерираат.

3. Почнувајќи од врвот на дрвото на отказите па постепено према надолу, настаните во правоаголниците, согласно на логичките симболи, се заменуваат со елементарни настани. При тоа логичките знаци "ИЛИ" се заменуваат со соодветните влезни настани кои се пишуваат вертикално еден под друг, а логичките знаци "И" се заменуваат со соодветни влезни настани кои што се пишуваат хоризонтално.

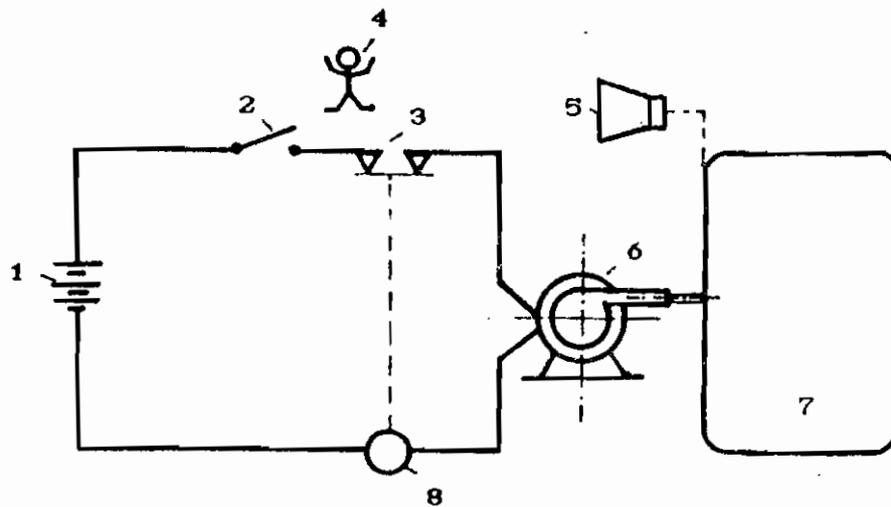
Логичките знаци "ИЛИ" го зголемуваат количеството на непожелните комбинации, а знаците "И" го зголемуваат обемот на комбинацијата.

4. Кога сите логички знаци ќе се заменат со елементарните настани се добиваат минималните непожелни комбинации.

Во продолжение, на еден пример ќе биде извршена квалитативна анализа на еден релативно едноставен систем, односно на неговото дрво на отказите [3.17].

Пример: во системот за полнење на резервоар, прикажан на сл. 3.19, полнењето на резервоарот се врши за 10 мин., а празнењето за 50 мин. Според тоа, еден полн циклус трае 60 мин. По вклучувањето на системот во работа, преку главниот приклучок, се вклучува во работа и временското реле кое потоа по 10 мин се исклучува. Доколку тоа не се случи, се активира алармната сирена, па ракуванот на системот го исклучува системот од работа и со тоа го спречува преполнувањето на резервоарот.

По тоа што системот е едноставен, може да се изврши анализа на отказите на системот. Секој елементарен настан е означен со број од 1 до 10. Логичките знаци "ИЛИ" се означени со букви "A", "B", "C", "D", "E", "F", "G", "H", "I", "J". Логичките знаци "И" се означени со букви "K", "L", "M", "N", "O", "P", "Q", "R", "S", "T".



Сл. 3.19. Принципиелна шема на систем за полнење резервоар
 1-ел. извор; 2-прекинувач; 3-контакти; 4-ракувач;
 5-сирени; 6-пумпа; 7-резервоар; 8-тајмер.

Дрвото на отказите за пумпниот систем чија шема е дадена на сл. 3.19 е прикажано на сл. 3.20. Поради просторни ограничувања, дрвото не е разгрането до сите елементарни настани.

Највисок логички симбол на дрвото на отказите е знакот:

$$\frac{A}{\dots}$$

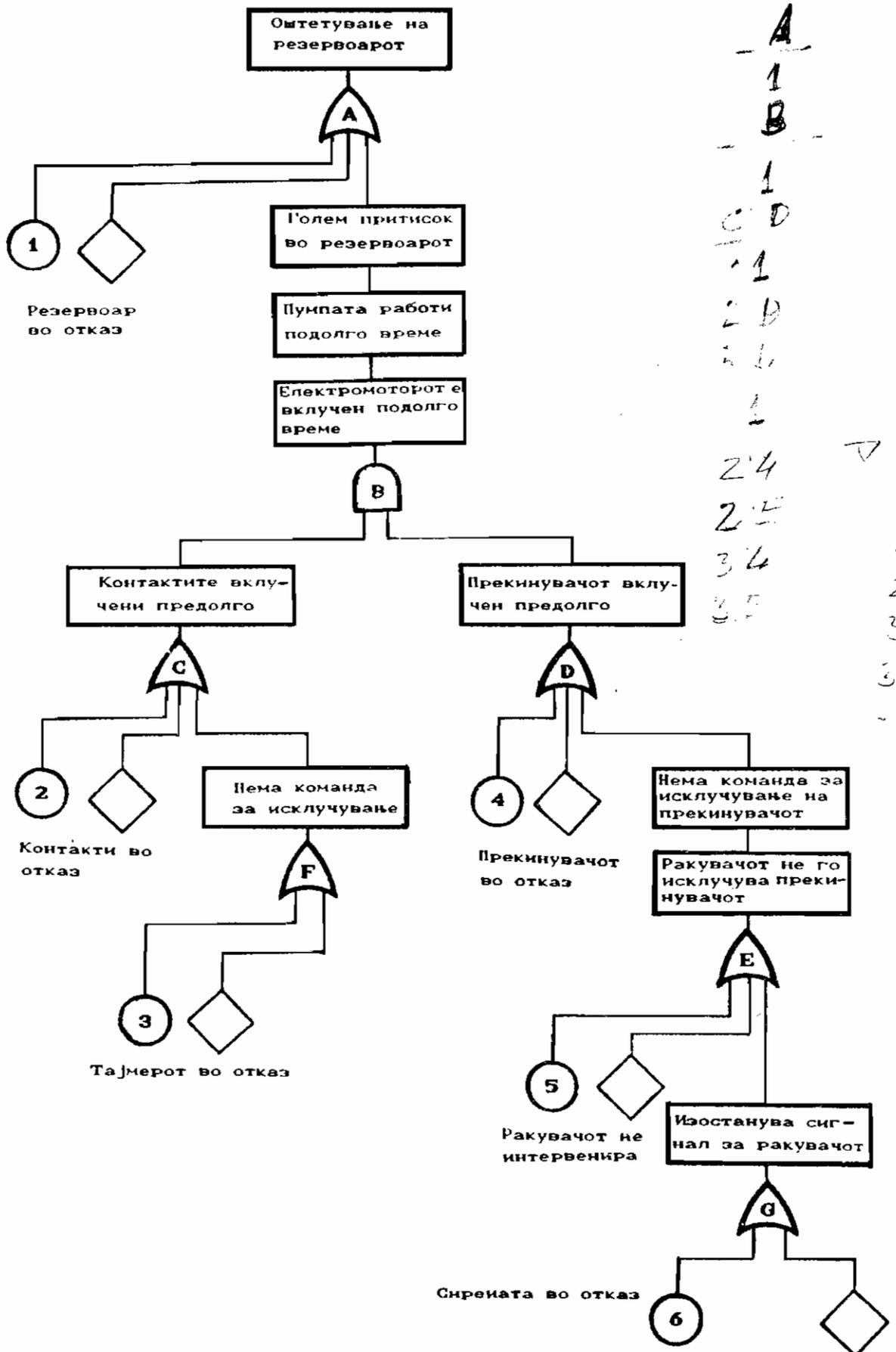
Тој логички симбол е "ИЛИ", па затоа тој се заменува со логички симболи кои што се пишуваат вертикално:

$$\frac{1}{B}$$

Бидејќи е B логички симбол "И", тој се заменува со логички симболи кои што влегуваат во него - напишани хоризонтално:

$$\frac{1}{C;D}$$

Можно е да се открие
како се случуваат



A
 1
 B
 1
 C D
 1 1
 2 D
 2 1
 2 4
 2 5
 3 4
 3 5
 1
 2 1
 2 5
 2 6
 3 4
 3 5

Сл. 3.20. Дрво на отказите за темата од сл. 3.19

Знакот С е логички симбол "ИЛИ", па затоа влезовите во него се пишуваат вертикално. При тоа е $Z \equiv F$, па може да се напише:

1
...
2;D
3;D

Знакот D е логички симбол "ИЛИ", па затоа се заменува со вертикално поставени влезови во него:

1
...
2;4
2;E
...
3;4
3;E

Најпосле логичкиот знак E—"ИЛИ" се заменува со вертикално напишани влезови во него:

1
...
2;4
...
2;5
2;6
...
3;4
...
3;5
3;6

На таков начин се добиваат седум непожелни комбинации, а тоа се: {1}; {2; 4}; {2; 5}; {2; 6}; {3; 4}; {3; 5} и {3; 6}. Сите овие комбинации се минимални непожелни комбинации. На пример непожелната комбинација {1; 3; 4} не е минимална бидејќи таа ги содржи комбинациите {1} и {2; 4}. Отказот во системот би се спречил доколку би било можно да се елиминира истовремената појава на отказите кои ги сочинуваат минимално непожелните комбинации.

Најпосле логичкиот знак E—"ИЛИ" се заменува со вертикално напишани влезови во него:

3.3.3.3. Одредување на минималните проодни комбинации

Постапката за одредување на минималните проодни комбинации е иста како и постапката за одредување на минималните непожелни комбинации, со таа разлика што логичките знаци "ИЛИ" се заменуваат со соодветните влезни настани кои што се пишуваат хоризонтално, а логичките знаци "И" се заменуваат со соодветните влезни настани кои што се пишуваат вертикално.

Поради тоа, логичкиот знак "И" го зголемува количеството проодни комбинации, а логичкиот знак "ИЛИ" го зголемува обемот на тие комбинации.

Кога сите логички знаци ќе се заменат со елементарните настани, се добиваат минималните проодни комбинации.

Како пример пак ќе се земе дрвото на отказите прикажано на сл. 3.20 : Се почнува со логичкиот знак:

| |
|----------------------|
| <u>A</u> |
| <u>A се заменува</u> |
| 1; B |
| <u>B се заменува</u> |
| 1; C |
| 1; D |
| <u>C се заменува</u> |
| 1; 2; 3 |
| ... |
| 1; D |
| <u>D се заменува</u> |
| 1; 2; 3 |
| 1; 4; E |
| <u>E се заменува</u> |
| 1; 2; 3 |
| ... |
| 1; 4; 5; 6 |

На таков начин се добиваат проодните комбинации на системот и тие се {1; 2; 3} и {1; 4; 5; 6}. При непостоење на откази во комбинациите {1; 2; 3} или {1; 4; 5; 6} резервоарот успешно функционира.

3.3.4. Квантитативна анализа на системот

По извршената квалитативна анализа на дрвото на отказите на системот, со која се одредуваат комбинациите на елементарните настани кои доведуваат до појава на резултантниот настан, може да се изврши квантитативна анализа на системот. За таа цел е потребно да се познати квантитативните показатели на елементарните настани, врз основа на кои се одредуваат веројатносните параметри на системот, како што се:

1. Коефициентот на расположливоста на системот $A_s(t)$ - веројатноста дека резултантниот настан нема да постои во моментот t .*

2. Коефициентот на застојот на системот $Q_s(t)$ - веројатноста дека резултантниот настан ќе постои во моментот t .

Бидејќи расположливоста и застојот се настани кои меѓусебе се исклучуваат важи следното равенство:

$$A_s(t) + Q_s(t) = 1$$

Коефициентот на застојот ги зема предвид оние застои кои настанале поради појава на откази во системот. Такви откази можат да се јават повеќе пати во текот на експлоатацијата на системот, но тие немаат катастрофални последици по него. На пример, ако е $Q_s(\infty) = 0.80$, тоа значи дека ако работат 100 система, по поминати 600 часа во работа, во просек, 80 од нив ќе бидат во застој поради отклонување на отказите во нив, а 20 система ќе бидат спремни за работа.

3. Надежноста на системот $R_s(t)$ - веројатноста дека резултантниот настан нема да се случи во временскиот интервал од 0 до t .

4. Ненадежноста на системот $F_s(t)$ - веројатноста дека резултантниот настан ќе се случи до моментот t . И за овие два веројатностни показатели важи равенството:

$$R_s(t) + F_s(t) = 1$$

* Расположливост е својство на системот, посматрано од аспект на неговата надежност, одржувањето и логистичката поддршка, изразено со веројатноста дека системот во посматраниот момент или временски интервал ќе ја извршува зададената функција (задача) во пропишаните услови (ЈУС).

Надежноста на системот е веројатност дека системот нема да биде загрозен од појава на отказ до моментот t . Овој показател е особено значаен за оние системи за кои појава на отказ би имала катастрофални последици. Таков е на пример случајот на појава на отказ во текот на мисијата на некоја ракета, кога не постои можност за отклонување на отказот. Ненадежноста на системот пак покажува каква е веројатноста системот да биде загрозен од можноста на појава на отказот до моментот t .

Во продолжение ќе биде изнесен начинот на пресметката на напред наведените веројатносни показатели за поедноставни системи. При тоа се претпоставува дека елементарните настани се независни, што значи дека појавата на еден елементарен настан не влијае врз појавата на останатите елементарни настани.

3.3.4.1. Квантитативна оценка на дрвото на отказите

При веројатносната оценка на резултантните настани на дрвото на отказите, се користат правилата на алгебрата на случајните настани [2.10].

Веројатноста на резултантниот настан со два влеза поврзани со логичкиот знак "ИЛИ", (сл. 3.21) во општ случај е:

$$P(B_0) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 \cdot B_2)$$

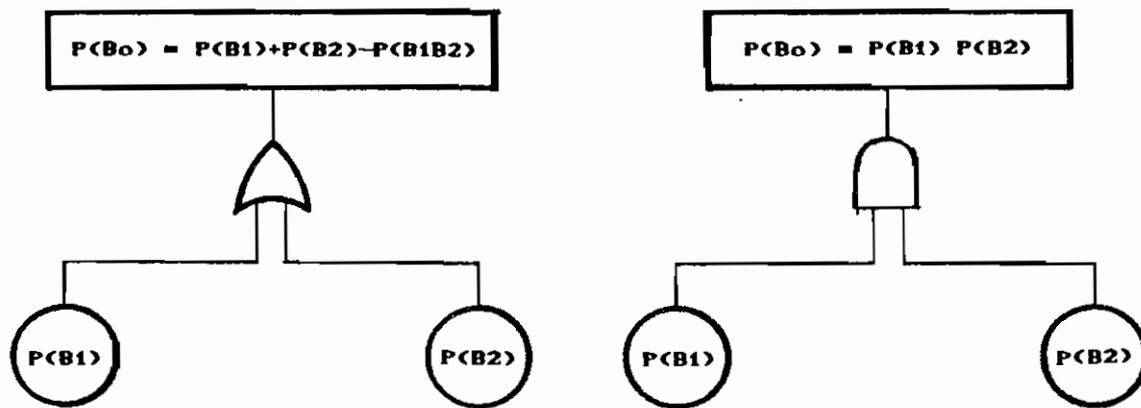
$$P(B_0) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1) \cdot P(B_2)$$

Кога елементарните настани се исклучуваат $P(B_1 \cdot B_2) = 0$, веројатноста на резултантниот настан е:

$$P(B_0) = P(B_1) + P(B_2)$$

Веројатноста на збирот на настаните може да се обопшти и на случај од повеќе настани. Во случај на три настани, (три влеза во логичкиот знак "ИЛИ"), формулата на веројатноста на збирот гласи:

$$P(B_1 + B_2 + B_3) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) - P(B_1 B_2) - P(B_1 B_3) - P(B_2 B_3) + P(B_1 B_2 B_3)$$



Сл. 3. 21. Веројатност на настаните "ИЛИ" и "И".

Во случај на n настани, формулата за збирот на веројатностите е:

$$\begin{aligned}
 P(B_1+B_2+\dots+B_n) &= [P(B_1)+P(B_2)+\dots+P(B_n)] - && \leftarrow n - \text{члена} \\
 &- [P(B_1B_2)+P(B_1B_3)+\dots+P(B_iB_j)] + && \leftarrow \binom{n}{2} - \text{члена} \\
 &+ [P(B_1B_2B_3)+P(B_1B_2B_4)+\dots+P(B_iB_jB_k)] + && \leftarrow \binom{n}{3} - \text{члена} \\
 &+ (-1)^{n-1} P(B_1B_2 \dots B_n). && \leftarrow \binom{n}{n} - \text{члена}
 \end{aligned}$$

Во случај да настаните B_1, B_2, \dots, B_n меѓусебно да се исклучуваат, тогаш во формулата остануваат само првите n члена.

Веројатноста на резултантниот настан кој што зависи од два елементарни настани поврзани со логичкиот знак "И" (сл. 3. 21) е еднаква на производите на веројатностите на елементарните настани:

$$P(B_0) = P(B_1) \cdot P(B_2) \text{ или во општ случај}$$

$$P(B_0) = \prod_{i=1}^m P(B_i) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot \dots \cdot P(B_n).$$

~~3.3.4.2~~ **Квантитативна оценка на веројатносните параметри на системот**

Врз основа на она што е презентирано во претходната точка, овде ќе биде прикажан начинот на одредувањето на оние

веројатносни параметри на системот кои што беа накусо опишани во воведот на оваа точка. Тоа ќе биде направено за системи со еден логички знак "ИЛИ" и со еден логички знак "И".

Систем со еден логички знак "ИЛИ", одговара на дрвото на отказите прикажано на сл. 3.22. а. Резултантниот настан се појавува во моментот t , кога барем еден од елементарните настани се случат во моментот t . Според тоа, коефициентот на расположливоста на системот $A_s(t)$ и коефициентот на застојот на системот $Q_s(t)$ се одредуваат од изразите:

$$A_s(t) = P(\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_2 \cdots \bar{V}_n),$$

$$Q_s(t) = P(V_1 + V_2 + \cdots + V_n).$$

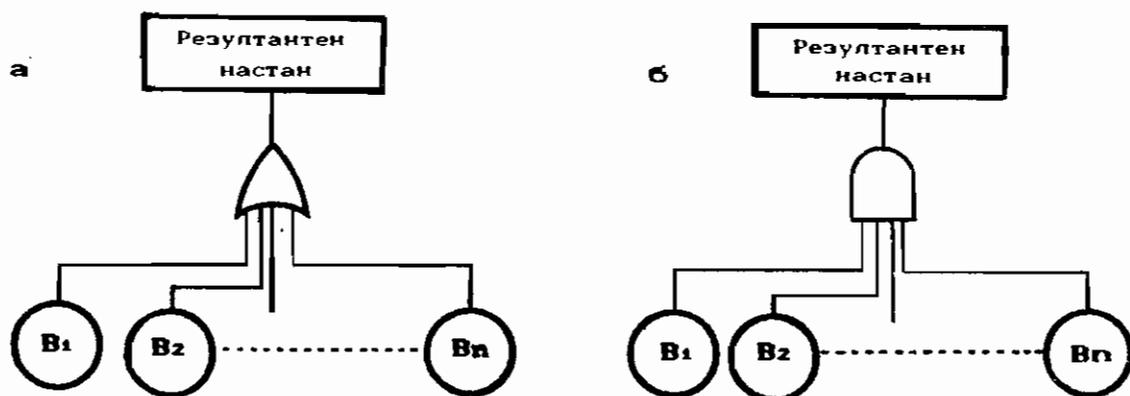
Неисправноста во елементот на системот се означува со V_i , додека \bar{V}_i означува настан спротивен од V_i , т.е. \bar{V}_i означува непостоење на настанот V_i во моментот t . Ако се независни настани $V_1 \cdots V_n$, независни се и спротивните настани $\bar{V}_1 \cdots \bar{V}_n$.

Според тоа изразот за коефициентот на расположливоста на системот може да се напише и вака:

$$A_s(t) = P(\bar{V}_1) \cdot P(\bar{V}_2) \cdots P(\bar{V}_n) = [1 - P(V_1)] \cdot [1 - P(V_2)] \cdots [1 - P(V_n)].$$

Имајќи предвид дека е $A_s(t) + Q_s(t) = 1$, коефициентот на застојот на системот $Q_s(t)$ може да се пресмета според изразот:

$$Q_s(t) = 1 - A_s(t) = 1 - [1 - P(V_1)] \cdot [1 - P(V_2)] \cdots [1 - P(V_n)]$$



Сл. 3.22. Дрво на отказот со по еден логички знак

За пресметка на $Q_a(t)$ може да се искористи и образецот за збирот на веројатностите, дадени во претходната точка.

Системот со еден логички знак "И", одговара на дрвото на отказот прикажано на сл. 3.22. б. Резултантниот настан се појавува доколку истовремено се појават елементарните настани B_1, B_2, \dots, B_n .

Според тоа, коефициентот на застојот на системот во моментот t е:

$$Q_a(t) = P(B_1 \cdot B_2 \cdot \dots \cdot B_n) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot \dots \cdot P(B_n),$$

а коефициентот на расположливоста на системот може да се одреди од релацијата:

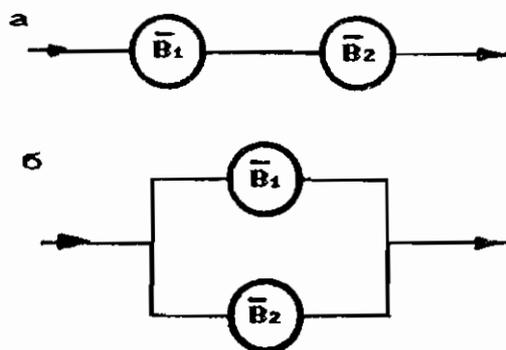
$$A_a(t) = 1 - Q_a(t)$$

Што се однесува до надежноста, дрвата на отказите со по еден логички знак, претставени на сл. 3.22, се идентични на структурните шемии на надежноста претставени на сл. 3.23. а и б. На излезот на двете шемии резултантниот настан (отказот) не се појавува, а изразите за надежноста се:

$$P(\bar{B}_1 \cdot \bar{B}_2) = P(\bar{B}_1) \cdot P(\bar{B}_2) \quad \text{-за редна врска}$$

$$P(\bar{B}_1 + \bar{B}_2) = P(\bar{B}_1) + P(\bar{B}_2) - P(\bar{B}_1) \cdot P(\bar{B}_2) \quad \text{-за паралелна врска}$$

Треба да се има предвид дека отказот во елементот на системот се означува со B_i , додека со \bar{B}_i се означува настан спротивен од настанот B_i .



Сл. 3.23. Структурна шема на надежноста со два настана

Пример: Системот за ладење и чистење на отпадни гасови (прикажан на сл. 3.24, а неговото упростено дрво на отказите е на сл. 3.25), се состои од вентилатор А, со кој што гасот се вдувува во системот, две пумпи за ладење на гасот В и С, водена пумпа D, две циркулациони пумпи Е и F и филтер G. ~~Сите тие елементи треба да се наисправни за да настане резултатниот настан (отказот на системот) S (3.17).~~

Потребно е да се одреди коефициентот на застојот на системот $Q_s(t)$, ако се познати следните податоци за елементите на системот (веројатноста за појава на отказ):

$$P(A)=0.9; \quad P(B)=0.8; \quad P(C)=0.7; \quad P(D)=0.6;$$

$$P(E)=0.5; \quad P(F)=0.4; \quad P(G)=0.3$$

$$F(A) = 0.1$$

$$P(B) = 0.2$$

Веројатностите на поедини настани се пресметуваат според следниот редослед:

$$K_1 = P(B \cdot C) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56$$

$$K_2 = P(A + K_1) = 0.9 + 0.56 - 0.9 \cdot 0.56 = 0.956$$

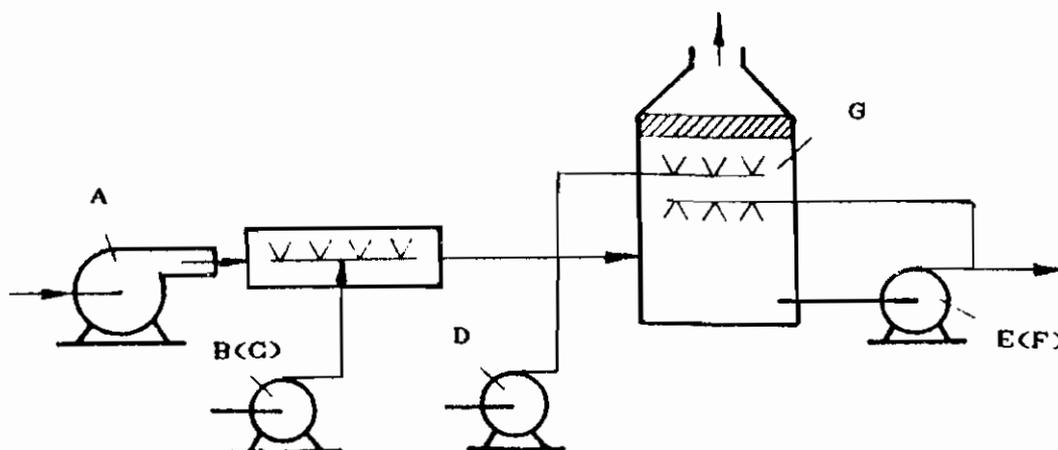
$$K_3 = P(K_2 + D) = 0.956 + 0.6 - 0.956 \cdot 0.6 = 0.9824$$

$$K_4 = P(E \cdot F) = 0.5 \cdot 0.4 = 0.2$$

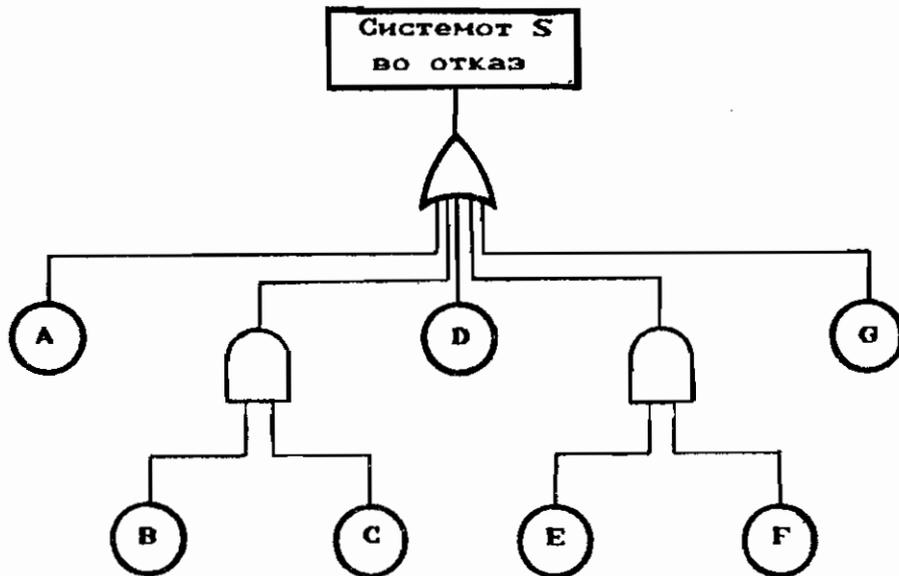
$$K_5 = P(K_3 + K_4) = 0.9824 + 0.2 - 0.9824 \cdot 0.2 = 0.98592$$

$$Q_s(t) = P(S) = P(K_5 + G) = 0.98592 + 0.3 - 0.98592 \cdot 0.3 = 0.990144$$

Во продолжение ќе биде пресметан коефициентот на

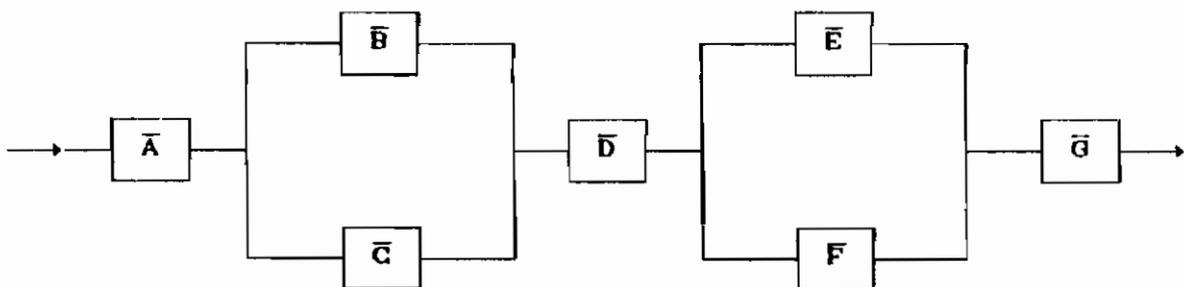


Сл. 3.24. Шема на системот за ладење и чистење на гас



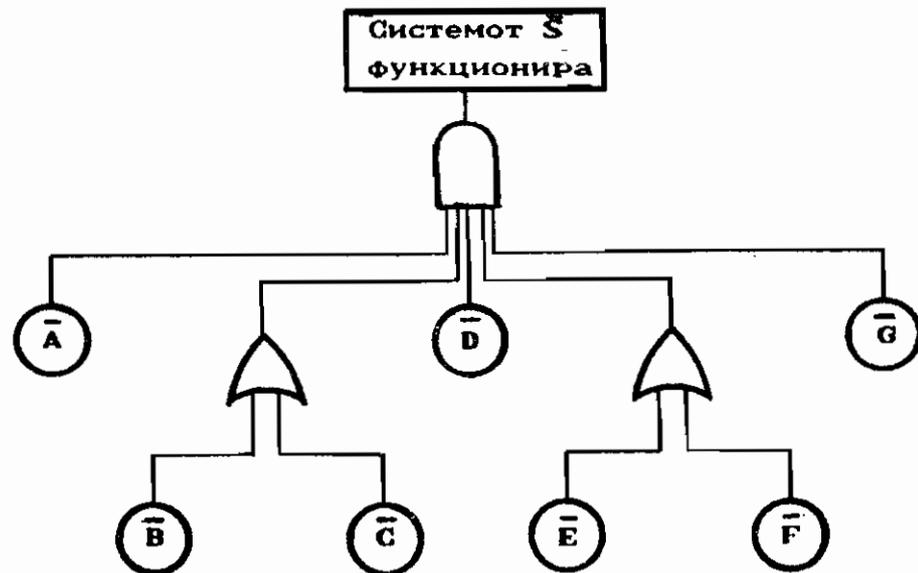
Сл. 3. 25. Дрво на отказите на системот за ладене и чистење на гасот

расположливоста на системот прикажан на сл. 3. 24. Тоа ќе биде направено со помош на структурната шема на надежноста. Таква шема е прикажана на сл. 3. 26 и на неа настаните се обележани со црта. Тоа значи елементите во системот треба успешно да работат за системот нормално да функционира.



Сл. 3. 26. Структурна шема на надежноста на системот за ладене и чистење на гасот

Еквивалентната шема на структурната шема на надежността е дървото на успешната работа на сл. 3. 27.



Сл. 3. 27. Дрво на успешна работа на системот за ладене и чистене на гасот

Коефициентот на расположливоста на системот $A_s(t)$ се пресметува преку веројатноста $P(\bar{S})$. Веројатноста на исправното функционирање на елементите на системот е:

$$P(\bar{A})=0.1; \quad P(\bar{B})=0.2; \quad P(\bar{C})=0.3; \quad P(\bar{D})=0.4;$$

$$P(\bar{E})=0.5; \quad P(\bar{F})=0.6; \quad P(\bar{G})=0.7$$

$$P(\bar{A}) = 0.1$$

$$P(\bar{E}) = 0.5$$

Според тоа, коефициентот на расположливоста на системот е:

$$A_s(t) = P(\bar{S}) = (0.1) \cdot [0.3 + 0.2 - (0.3) \cdot (0.2)] \cdot (0.4) \cdot [0.6 + 0.5 - (0.6) \cdot (0.5)] \cdot (0.7) = 0.009856$$

Треба да биде задоволен условот:

$$A_s(t) + Q_s(t) = 0.009856 + 0.990144 = 1$$

3.4. АНАЛИЗА НА МОЖНОСТИТЕ ЗА ПОЈАВА НА ОТКАЗИТЕ И ПОСЛЕДИЦИТЕ (АМПОП)

3.4.1. Вовед

АМПОП е метода со која систематски се анализираат потенцијалните откази и нивните последици врз квалитетот на одреден производ, како и мерките за отклонување, односно ублажување на појавата на отказите.*)

Со неа се опфаќаат потенцијалните откази со цел да се изврши нивното вреднување според веројатноста тие да се појават, според тежината на последиците од нив, и според веројатноста тие да бидат откриени.

Оваа метода се применува во фазата на развојот, производството, односно монтажата на одреден производ, како и при воведување на нови производни процеси, или конструктивни решенија. Според задачата што треба да ја изврши, се разликува конструкционата АМПОП и процесна АМПОП.

Со конструкционата АМПОП се анализираат сите потенцијални откази од аспект на функционирањето на производот. Значи, се работи за една анализа која треба да биде направена од страна на инженерите во развојот, а со која треба критички да се разработи секој можен отказ, и тоа во фазата на размислувањето и идејното решавање на еден дел или систем.

Процесната АМПОП се надгледува на конструкционата АМПОП, и со неа се анализираат предвидените производствени и монтажни процеси, како и процесот на контролирањето на производот со цел да се осигура исполнување на сите барања во однос на неговиот квалитет.

Со примена на оваа метода треба да се почне што е можно порано. Конструкционата АМПОП би требало да се применува веќе на преминот од фазата на дефинирањето кон фазата на развојот на производот, а најдоцна пред да започне производството. Со процесната АМПОП би требало да се почне при подготовката на производството, а да се заврши со набавката на опремата предвидена за производство на дотичниот производ.

*) Името на оваа метода на англиски е: Failure Mode Effect and Criticality Analysis (FMECA), а на германски: Fehler Moeglichkeiten und Einfluss Analuese (FMEA)

3.4.2. Подготвителни активности

По одлуката за развој на нов проект, потребно е да се формира екипа (тим) која што ќе работи на примената на АМПОП. Најнапред се формира основачка екипа на подоцнежната работна екипа за АМПОП. Таа се состои од раководител на проектот, конструктор и методичар за АМПОП.

Основачката екипа го анализира новиот проект и врз основа на вреднувањето на критериумите кои се однесуваат на склоповите во новиот производ, ги одредува оние склопови на кои ќе биде применета АМПОП. Вреднувањето на критериумите како што се: нивото на надежноста, застапеноста на нови конструктивни решенија, нови материјали или нови технолошки процеси во производството, нови услови на експлоатацијата и др., се врши врз основа на описот на работата на машината, конструктивните цртежи, податоците од експлоатацијата, процесите на производство и др. [3.28, 3.30, 3.33].

Аналогно се постапува и со елементите на оние склопови кои според напред наведената постапка ќе се покажат како "проблематични" елементи и се добива ранг листа на "проблематичните" елементи. Кога се познати таквите елементи и проблемите кои што ќе се јават со нив, се формира екипа за АМПОП.

Таа екипа се состои од основачката екипа која се надополнува со соработник од контролата и според потребата со соработници од други области: производство, продажба, испитување на материјали, набавка, кооперанти и др. За специјални проблеми се покануваат и стручњаци од соодветни области.

3.4.3. Вршење на АМПОП

3.4.3.1. Анализа на отказите

По завршувањето на подготвителните работи, екипата за АМПОП врши анализа на отказите. За таа цел се користи формулар каков што е оној прикажан на сл. 3.28. а и б.

Во насловот на формуларот стои името на производот, како и податоците за неговото идентифицирање. Во првата рубрика (1), се наведува елементот, склопот или системот чија функција

| Име на фирмата | | Анализа на можностите за појава на отказите и последиците | |
|---------------------------------------|---------------------------------|---|--|
| Систем, процес/забелешка ¹ | Потенцијален отказ ² | Потенцијални последици од отказот ³ | Потенцијални причини за отказ ⁴ |
| вентил | деформација | Неисправна пумпа за масло Оштетување на моторот | -Грешка при просечување -Лоша обработка -Изабеност на алатот -Обученост на работникот |
| | погрешна монтажа | Неисправна пумпа за масло Оштетување на моторот | -Обратна монтажа -Олабавеност |
| | кршење | Неисправна пумпа за масло Оштетување на моторот | -Лош полуфабрикат -Неисправно димензионирање -Грешка во материјалот |

Тежина на последиците од отказот (Т):

- никаква = 1
- незначителна = 2+3
- средна = 4+6
- голема = 7+8
- многу голема = 9+10

Веројатност за откривање на отказот (О):

- висока = 1
- средна = 2+5
- мала = 6+8
- многу мала = 9
- неверојатна = 10

| Основан систем: мотор Систем: за подмачкување | | | | | Потсистем: Пумпа за масло: БР.: Носител на АМПОП: Датум: | | | | | | |
|--|---|---|----|-----|--|---------------------|---------------------------------------|----|----|----|-----|
| Моментална состојба | | | | | 10 | 11 | Подобrena состојба | | | | |
| Контрола и заштита | 6 | 7 | 8 | 9 | Мерка за по- добрување на состојбата | Одговорен термин | Превзе- мени ак- тивности | 12 | 13 | 14 | |
| | Н | Т | О | ПБР | | | | Н | Т | О | ПБР |
| -контрола на 10 парчиња на час | 2 | 9 | 9 | 162 | -одредување на оптимална трајност на алатот | Производ- ство | | | | | |
| -исто ка- ко и горе наведено- то | 2 | 9 | 9 | 162 | | | | | | | |
| — — | 2 | 9 | 9 | 162 | | | | | | | |
| — — | 2 | 9 | 9 | 162 | | | | | | | |
| -Изготву- вање про- пис за монтажа | 5 | 9 | 10 | 450 | -несиметрич- на изведба | Конструк- тивно | Измени во кон- струкци- јата | 1 | 9 | 1 | 9 |
| -Контрола на 5 пар- чиња на час | 2 | 9 | 2 | 36 | -нитнување | Конструк- тивно | — — | 1 | 9 | 1 | 9 |
| -Контрола на мате- ријалот | 2 | 9 | 2 | 36 | -Димензиони- рање | Испорача- тел | | | | | |
| -Контрола на димен- зиите на влезот | 2 | 9 | 7 | 126 | | | | | | | |
| -Контрола на мате- ријалот | 2 | 9 | 10 | 180 | | | | | | | |

Веројатност за појава
на отказот (Н):

- неверојатно = 1
- многу мала = 2+3
- мала = 4+6
- средна = 7+8
- голема = 9+10

Приоритетен број на
ризикот (ПБР):

- ризик постои
ПБР > 125 и
Н > 8; Т > 8; О > 8
- ризикот не е јасен 40x ПБР < 125
- ризик не постои ПБР ≤ 40

Сл. 3. 28. б. Формулар за вршење АМПОП

се анализира, односно се опишува процесот на производството или монтажата на кој што се врши забелешка (примедба). Ако еден склоп има повеќе функции со повеќе можности за појава на откази, се препорачува функциите посебно да се третираат.

Во рубриката (2) се наведуваат потенцијалните откази. Се поставува прашањето: Кој отказ може да се појави на овој систем при работењето? При анализирањето на отказот се поаѓа од тоа дека отказот може, но и не мора да настапи.

Како појдовен материјал за оваа рубрика се препорачува да се земат постоечките податоци кои се однесуваат на квалитетот, трајноста или надежноста на слични конструкции и технолошки процеси. При тоа треба да се земат предвид експлоатационските услови под кои работеле елементите од кои се црпат податоците.

Потоа се опишуваат потенцијалните последици на отказот - рубрика (3). Се поставува прашањето: Какво е однесувањето на системот при појава на одредени откази и како се манифестираат последиците од нив?

Значи, се претпоставува дека отказот настапил, а последиците од него се опишуваат онака како што корисникот на производот би ги забележил. Последици од отказот на пример се: зголемена бучава, незаптивност, корозија, функционални пречки, зголемена температура и др.

Во следната рубрика - рубриката (4), се наведуваат сите можни причини за отказот. Прашањето за откривање на потенцијалните причини за појава на отказот е: Поради кои причини може да настапи овој отказ?

Еден отказ може да настане од повеќе причини. Сите меѓусебно независни причини мораат да се идентифицираат и анализираат. Причините за појава на отказ можат да бидат: лош материјал, лоша термичка обработка, лошо заварување, грешки во монтажата, концентрација на напрегание и др.

3.4.3.2. Проценка на ризикот

По извршувањето на анализата на отказите, екипата за АМПОП врши проценка на ризикот од постоечката состојба на производот. Со други зборови, се цени ризикот соодветниот отказ

да го загрози квалитетот на производот, доколку состојбата на производот е онаква каква што е.

Но, пред да се изврши конкретна процена на ризикот, се предвидуваат мерки за контрола и заштита од грешки со кои ќе се оневозможи појава на причините за појава на отказот. Овие контролни и заштитни мерки се запишуваат во рубриката (5) - види сл. 3. 28. в.

При одредувањето на мерките за контрола, потребно е да се има увид во таквите мерки кои веќе се применувани на исти или слични конструкции кои што се веќе во експлоатација. За комплетно нова конструкција, кај која се очекуваат нови видови откази, мораат да се предвидат и нови видови контролни мерки (постапки).

Во рубриката (6) се оценува веројатноста дека ќе се појави потенцијален отказ (H). Оваа веројатност се вреднува со броеви од 1 до 10.

Оценката на веројатноста дека може да се случи отказ ќе настапи кај корисникот на машината, се врши под претпоставка дека се преземени предвидените контролни мерки од страна на производителот.

Тежината на последиците од грешката на производот врз купувачот на производот (T), се вреднува исто така од 1 до 10, -рубрика (7). Овој фактор може да се подобри само со конструктивни измени во процесот на производството.

Потоа се цени веројатноста отказот да биде откриен пред производот да биде продаден (O). И овде оцените се од 1 до 10. Доколку постои поголема веројатност грешката да биде откриена, се доделува помала оцена, и обратно. Оваа оцена се внесува во колоната (8).

Која оцена за напред наведените показатели на квалитетот (неквалитетот) на производот ќе биде доделена, зависи од субјективното убедување на екипата за АМПОП. Во прирачникот [3.33], е дадена помошна табела со која се олеснува работата на оценувачите на производите наменети за авто-индустријата, но таа може да послужи при формирање сопствени критериуми за оцена. Такви критериуми се наведени и на сл. 3. 28. а и б.

Производот од доделените оценки за веројатноста дека отказот ќе се појави, за тежината од последиците на отказот и за веројатноста дека тој ќе биде благовремено откриен, го

дефинираат приоритетниот број на ризикот од потенцијалните откази (ПБР)-колона (9). ПБР покажува каков е меѓусебниот однос на поедините потенцијални откази, односно нивниот ранг. За можните откази со висок ПБР и со голема тежина од последиците треба да се препорачаат мерки за подобрување на состојбата -колона (10).

Квалитетно направена АМПОП нема ефект доколку не се спроведат препорачаните мерки за подобрување на состојбата. Со мерките што се препорачуваат треба да се извршат следните подобрувања:

(i) причината за појава на отказот да се исклучи, или веројатноста тој да се појави да се редуцира. За ова да се постигне потребни се конструктивни измени или измени во процесот на производството,

(ii) тежината од последиците на појавата на отказот да се редуцира. За ова се потребни конструктивни измени на елементите на системот,

(iii) веројатноста отказот да биде откриен, треба да се зголеми. Тоа се постигнува со конструктивни или процесни промени, со цел ефикасноста на дотогаш применуваните мерки на контрола да се зголеми. Зголемувањето на фреквенцијата на контролата не е мерка за трајно решавање на овој проблем, туку може да биде само нужно или преодно решение.

За спроведување на мерките за подобрување на квалитетот, се одредува носителот на таа акција и термини за контролирање на договорените активности (промена на цртежи; спецификации; процеси во производство, итн.). Таа се наведува во колоната (11).

За состојбата на преземените активности треба да се известува за да се има увид во тоа како напредува работата. На пример, се известува дали се направени измените во документацијата, дали успешно се направени измените во процесот на производството, дали некои препорачани измени од какви било причини (цена; технички проблеми; рок) воопшто можат да се направат или е тоа можно само делумно, итн. Овие податоци се внесуваат во колоната (12).

По дефинираните мерки за подобрување на квалитетот, потенцијалните причини за појава на отказ повторно се вредну-

3.5. АНАЛИЗА НА СИСТЕМИТЕ СО ПОМОШ НА МЕТОДИТЕ НА ПЛАНИРАЊЕТО НА ЕКСПЕРИМЕНТОТ

3.5.1. Вовед

За ефективна анализа на механизмот на појавите кои што се случуваат во системот, потребно е да се открие меѓусебната врска меѓу факторите кои што имаат влијание на процесот во него. Влијанието на поодделните фактори врз текот на процесот во системот може да се изрази во вид на математички модел. Во зависност од изворите на информациите кои што се користат при создавањето на математичкиот модел, се разликуваат теоретски (аналитички) модели и статистички (емпириски) модели.

Изнаоѓањето на теоретските модели е сврзано со многубројни и долготрајни истражувања, бидејќи со нив треба да се објасни природата на микропроцесите кои се случуваат во системот. Обично теоретските модели на процесите се претставуваат во вид на сложен систем равенки (алгебарски или диференцијални). Со помош на нив може точно да се опише процесот кој се одвива во системот, а со екстраполирање е овозможено да се открие однесувањето на системот и во оние точки на факторниот простор во кои не е можно системот непосредно да се наблудува.

Статистичките модели се добиваат како резултат на статистичка обработка на експерименталните податоци собрани при истражувањето на системот. Тие имаат релативно проста структура – многу често се претставуваат во вид на полиноми, но областа на нивната примена е ограничена само во близината на оние точки од факторниот простор во кои се извршени експериментите. Создавањето на овакви модели во многу случаи може да се изврши со трошење на релативно малку средства и време. Многу проблеми не се доволно теоретски разработени, така што експерименталните истражувања во лабораториски и во реални услови играат посебна улога во откривањето на механизмот на појавите во системите.

Во продолжение на конкретни примери ќе бидат накусо презентирани некои методи на планирањето на експеримент на проблеми во врска со подобрувањето на надежноста на техничките системи. Изразот "планирање на експериментот" не значи организирање на експерименталниот дел од истражувањето во

поширока смисла на значењето, туку тоа е метод за истражување на процесите во системите. Ќе бидат презентирани два метода со чија помош се врши таканаречено рангирање на факторите и еден метод со кој се добива статистички математички модел.

Мошне често, текот на процесот во системот зависи од повеќе фактори кои по својата природа може да бидат објективни или субјективни. Бројот на тие фактори може да биде многу голем, поради што анализата на механизмот на појавите во системите станува многу компликувана, па дури и неможна. За оваа работа да се олесни се врши рангирање на факторите со што се добива увид во тоа кој од факторите влијае послабо, а кој посилено врз текот на процесот во системот. Слабо влијателните фактори може да се отфрлат од анализата со што понатамошното изучување на механизмот на појавите станува поедноставно.

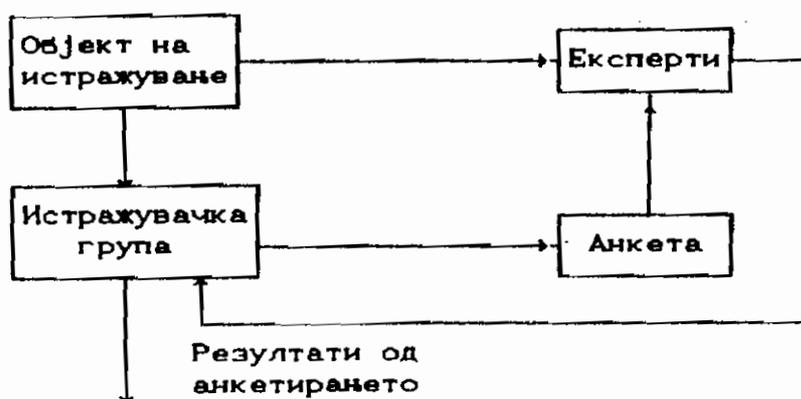
Најнапред ќе бидат презентирани две методи со кои што може да се изврши рангирање на влијателните фактори на процесот што се истражува. Тоа се методот на априорното рангирање и методот на случајниот баланс.

3.5.2. Метод на априорно рангирање

Методот на априорно рангирање се применува во првата фаза на идентификацијата при оптимизацијата на процесот со помош на експерименталните методи на планирањето на експериментот. Тој се применува во случај на истражуваниот процес во системот да делува голем број влијателни фактори (3.8, 3.16, - 3.22)

На сл. 3.29 е прикажана структурната шема на методот на априорното рангирање. Истражувањето го врши истражувачка група која има задача да открие некои појави во врска со работата на системот (објектот на истражувањето). За таа цел истражувачката група мора :

1. јасно да ја формулира целта на истражувањето,
2. да изврши избор на специјалисти (експерти) кои добро го познаваат објектот на истражувањето и кои ќе бидат анкетирани,
3. да изврши избор на методот на анкетирањето. Методот на анкетирањето зависи од објектот на истражувањето, бројот на експерти, времето што и стои на располагање на истражувачката група и др. Анкетата може да биде извршена на тој начин што



Сл. 3.29 Структурна шема на методот на априорното рангирање

експертот ќе продискутира и ќе одговори на прашањата на истражувачот, или тој само ќе го пополни анкетниот лист кој му е испратен, т.е. без директен контакт меѓу експертот и истражувачот [16],

4. да приготви анкетен лист кој ќе го пополнат експертите сами, или тоа ќе го сторат членовите на истражувачката група врз база на одговорите на експертите,

5. да изврши обработка на резултатите од анкетирањето.

Методот на априорно рангирање ќе биде презентираан на следниов пример:

Потребно е да се изврши рангирањето на факторите кои што влијаат врз интензитетот на промената на техничката состојба на возилото [3.8]. Според мислењето на истражувачката група, фактори кои што влијаат на интензитетот на промената на техничката состојба на возилото се:

x_1 - совршеноста на конструкцијата на возилото и квалитетот на неговата изработка,

x_2 - патните услови (микро и макро нерамнините на патот)

x_3 - транспортните услови (растојанијата на кои се врши превозот, недоволна или прекумерна оптовареност на возилото, интензитетот на сообраќајот, организација на превозот),

x_4 - опременоста на работилницата за одржување на возилата со опрема за одржување, дијагностицирање и опслужување на возилата,

x_5 - стручност на возачот,

x_6 – квалитетот на експлоатационите материјали (масло, масти, горива и течности),

x_7 – стручност на механичарите,

x_8 – климатските услови,

x_9 – начинот на гаражирањето на возилата (на отворен простор, под настрешница или во гаража).

Избрани се десет експерти од областа на експлоатацијата и одржување на возилата. Секој треба да се изјасни дали треба анкетната листа да се прошири со уште некој фактор за кој тој смета дека е влијателен, а истражувачката група не го предложила. Доколку се смета дека листата на фактори не треба да се менува, секој експерт врши рангирање на набројаните фактори така што на факторот, кој според негово мислење има најголемо влијание на промената на техничката состојба на возилото му доделува број 1, на помалку влијателниот фактор – број 2, се до бројот 9. Доколку експертот смета дека два или повеќе фактора имаат исто влијание на промената на техничката состојба на возилото тој им доделува исти броеви – рангови.

Експертите сметаат дека сите битни фактори се опфатени во анкетниот лист, а рангирањето на предложените фактори е дадено во табелата бр. 3.3. Од табелата се гледа дека експертите ги користеле двата начина на рангирањето. Експертите бр. 2, 4 и 9 на секој фактор му доделиле различен ранг, а останатите експерти на различни фактори им доделувале исти рангови.

Рангирањето на втората група експерти мора да се преформира – факторите кои што имаат исти ранг, добиваат нов ранг кој што е еднаков на средната вредност на местата кои што факторите ги поделиле меѓу себе.

На пример, во рангирањето на првиот експерт, факторите x_2 , x_3 и x_4 ги делат меѓу себе второто, третото и четвртото место, па затоа во новото рангирање на овие фактори им се доделува ранг кој што е $(2+3+4)/3 = 3$. Факторите x_5 и x_7 го делат петото и шестото место па затоа нивниот нов ранг е $(5+6)/2 = 5,5$.

Преформираниите рангови на првиот експерт се дадени во последната врста во табелата бр. 3.4, во која што е прикажан начинот на преформирањето. На ист начин е извршено преформирањето на ранговите и на другите експерти, и формирана е нова табела. Преформираната табела бр. 3.3 е табелата бр. 3.5 под реден број 1.

Табела бр. 3.3

| Ред. бр. | Експерти(и) | Ф а к т о р (j) | | | | | | | | |
|----------|-----------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₅ | x ₆ | x ₇ | x ₈ | x ₉ |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| | 2 | 2 | 5 | 6 | 4 | 1 | 7 | 3 | 8 | 9 |
| | 3 | 1 | 4 | 4 | 3 | 2 | 5 | 2 | 7 | 6 |
| | 4 | 1 | 2 | 4 | 7 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 |
| | 5 | 1 | 2 | 4 | 3 | 2 | 5 | 3 | 6 | 7 |
| | 6 | 2 | 3 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 5 | 3 |
| | 7 | 1 | 2 | 2 | 5 | 4 | 6 | 7 | 7 | 3 |
| | 8 | 5 | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 | 5 | 6 | 7 |
| | 9 | 1 | 5 | 4 | 6 | 2 | 7 | 3 | 8 | 9 |
| | 10 | 2 | 4 | 4 | 5 | 1 | 6 | 3 | 7 | 8 |
| 2 | $\sum_{i=1}^m a_{ij}$ | 17 | 32 | 35 | 39 | 20 | 49 | 35 | 67 | 67 |
| 3 | $\theta_j^{(1)}$ | 1 | 3 | 4,5 | 5 | 2 | 6 | 4,5 | 7,5 | 7,6 |

Табела бр. 3.4

| Фактори | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₅ | x ₆ | x ₇ | x ₈ | x ₉ |
|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Изборно рангирање | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| Место | 1 | 2-4 | 2-4 | 2-4 | 5-6 | 7 | 5-6 | 8 | 9 |
| Преформирани рангови | 1 | 3 | 3 | 3 | 5,5 | 7 | 5,5 | 8 | 9 |

Показател на интензитетот на влијателните фактори врз процесот кој што се анализира претставува збирот на ранговите $\sum_{i=1}^m a_{ij}$ кои што i -тиот експерт го доделил на j -тиот фактор. Бројот на експертите е " m ", а бројот на факторите е означен со " k ".

Следниот чекор во обработката на резултатите на анкетирањето е проверката на адекватноста на табелата бр. 3.5 со со табелата бр. 3.3. Хипотезата за адекватноста се проверува со Спирменовиот коефициент на корелација на ранговите [3.16; 3.26]

Табела бр.3.5

| Ред. бр. | Експерти (i) | Фактори (j) | | | | | | | | | T _i | σ _i | r _s | |
|----------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------------------------------|-------|
| | | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₅ | x ₆ | x ₇ | x ₈ | x ₉ | | | | |
| 1. | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 5,5 | 7 | 5,5 | 8 | 8 | 9 | 30 | 1,25 | 0,752 |
| | 2 | 5 | 6 | 6 | 4 | 1 | 7 | 3 | 8 | 8 | 9 | 0 | 1,07 | 0,884 |
| | 3 | 5,5 | 5,5 | 5,5 | 4 | 2,5 | 6 | 2,5 | 8 | 8 | 7 | 12 | 1,25 | 0,867 |
| | 4 | 2 | 4 | 4 | 7 | 3 | 5 | 6 | 8 | 8 | 9 | 0 | 2,00 | 0,884 |
| | 5 | 2,5 | 2,5 | 6 | 4,5 | 2,5 | 7 | 4,5 | 8 | 8 | 9 | 12 | 1,26 | 0,950 |
| | 6 | 6,5 | 6,5 | 8 | 4 | 1,5 | 4 | 1,5 | 9 | 9 | 6,5 | 36 | 1,91 | 0,400 |
| | 7 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 6 | 5 | 7 | 8,5 | 8,5 | 4 | 4 | 12 | 1,55 | 0,568 |
| | 8 | 6,5 | 4,5 | 1 | 2,5 | 4,5 | 2,5 | 6,5 | 8 | 8 | 9 | 18 | 1,00 | 0,200 |
| | 9 | 5 | 4 | 4 | 6 | 2 | 7 | 3 | 8 | 8 | 9 | 0 | 1,61 | 0,934 |
| | 10 | 4,5 | 4,5 | 4,5 | 6 | 1 | 7 | 3 | 8 | 8 | 9 | 6 | 1,43 | 0,954 |
| 2 | $\sum_{i=1}^m a_{ij}$ | 20,5 | 41,0 | 44,5 | 47,0 | 28,5 | 59,5 | 44 | 81,5 | 80,5 | | | $\sum T_i = 126$ | |
| 3 | $\theta_j^{(2)}$ | 1 | 3 | 5 | 6 | 2 | 7 | 4 | 9 | 8 | | | $\overline{\sum a_{ij}} = 49,7$ | |
| 4. | $\sum \Delta_j =$ $ \sum a_{ij} - \sum \bar{a}_{ij} $ | 29,2 | 8,7 | 5,2 | 2,7 | 21,2 | 9,8 | 5,7 | 31,8 | 30,8 | | | $\sum \sigma_i = 14,83$ | |
| 5 | Δ_j^2 | 852,6 | 75,69 | 27,04 | 7,29 | 449,4 | 96,04 | 32,49 | 1011 | 948,6 | | | $\sum_{j=1}^k \Delta_j^2 = 3473,5$ | |
| 6 | $\bar{a}_{ij} = \sum_{i=1}^m a_{ij}/m$ | 2,05 | 4,10 | 4,45 | 4,70 | 2,85 | 5,95 | 4,40 | 8,15 | 8,05 | | | | |
| 7 | M_j | 0,045 | 0,092 | 0,099 | 0,105 | 0,064 | 0,133 | 0,098 | 0,182 | 0,179 | | | | |

$$r_s = 1 - \frac{\sigma \sum_{j=1}^k [\theta_j^{(1)} - \theta_j^{(2)}]}{k(k^2 - 1)}$$

каде што се $\theta_j^{(1)}$ и $\theta_j^{(2)}$ рангови кои што се доделуваат на факторите според збирот на ранговите $\sum_{i=1}^m a_{ij}$ (редовите 2 и 3 во табелите бр. 3.3 и 3.5). Ранг $\theta_j = 1$ добива оној фактор чиј што збир на рангови е најмал.

Кога е $r_s = 1$ значи дека постои целосна идентичност меѓу ранговите, а кога е $r_s = 0$ идентичност меѓу ранговите не постои. Статистичката вредност на r_s се проверува со помош на t - критериумот чија што вредност се одредува според формулата

$$t_r = \frac{r_s}{\sqrt{\frac{1 - r_s^2}{k - 2}}}$$

Се смета дека коефициентот на корелацијата на ранговите r_s е значително далеку од нула, доколку е $t_r < t_t$. Вредноста t_t се отчитува од табела за t - распределба за број на степени на слободи $f = k - 2$ и избрано ниво на доверба α (види прилог 4). Во овој пример, според табелите 3.3 и 3.5 е:

$$\sum_{j=1}^k [\theta_j^{(1)} - \theta_j^{(2)}]^2 = 5, \quad \text{а} \quad r_s = 0,9583,$$

т.е. многу е близу до $r_s = 1$, па според тоа нема потреба да се проверува неговата статистичка значајност. Тоа пак значи дека преформираната табела бр. 3.5 е адекватна на изворната, табелата бр. 3.3, па затоа во понатамошна употреба ќе биде табелата бр. 3.5

Доколку се констатира дека табелите се неадекватни, потребно е анкетирањето да се повтори. Причина за неадекватноста може да биде или недоволната стручност на анкетираниите експерти, или сите експерти не ги сфатиле добро прашањата во анкетата. Степенот на согласноста на мислењето на анкетираниите експерти се проверува со помош на коефициентот на конкордација (согласност), според Кендал [3.16]. Доколку при рангирањето не се употребени исти рангови за различните фактори, формулата за коефициентот на конкордацијата е:

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^k \Delta_j^2}{m^2 \cdot k \cdot (k-1)}$$

а доколку постои повторување на ранговите :

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^k \Delta_j^2}{m^2 \cdot k \cdot (k-1) - m \sum_{i=1}^m T_i}$$

каде што е $\sum_{j=1}^k \Delta_j^2$ - збир на квадратите на отстапувањето на ранговите на секој експерт од општиот среден збир на рангови, а се пресметува според образецот :

$$\sum_{j=1}^k \Delta_j^2 = \sum_{j=1}^k \left[\sum_{i=1}^m \alpha_{ij} - \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m \alpha_{ij}}{k} \right]^2$$

Во изразот за W вредноста T_i се пресметува според изразот

$$T_i = \sum_{j=1}^k (t_i^j - t_j)^2$$

каде што е t_i^j број на повторувањето на j -тиот фактор во i -тиот ред.

Коефициентот на конкордацијата се менува од $W = 0$ - не постои согласност во мислењата на експертите до $W = 1$ - согласноста во мислењата е целосна. Статистичката вредност на коефициентот W се оценува според χ^2 - критериумот. Вредноста за

$$\chi_r^2 = m(k-1) \cdot W$$

Пресметаната вредност χ_r^2 се споредува со вредноста од статистичката распределба χ_l^2 при одредено избрано ниво на доверие α и при бројот на степени на слобода $f = k - 1$. Хипотезата за постоењето на согласноста меѓу експертите се усвојува доколку е $\chi_r^2 \geq \chi_l^2$. Табелата за χ^2 - распределбата дадена е во прилогот 5.

Бидејќи во овој пример постојат рангови кои што се повторуваат, коефициентот на конкордацијата се пресметува според вториот образец. Потребните претходни пресметки потребни

за одредувањето на W , се извршени во табелата бр. 3.5 - во редовите 4, 5 и 6.

Пресметаните вредности на T_i , за секој експерт поодделно, се дадени во табелата бр. 3.5, а начинот на нивното пресметување ќе биде објаснет на примерот на првиот експерт. Бидејќи првиот експерт исто ги рангирал факторите x_2 , x_3 и x_4 , како и факторите x_5 и x_7 , тогаш вредноста $T_1 = (3^3 - 3) + (2^3 - 2) = 30$.

Користејќи го вториот израз за коефициентот на конкордацијата и пресметаните големини потребни за негово одредување, дадени во табелата бр. 3.5, вредноста на коефициентот W е:

$$W = \frac{12.3473,51}{10^2 \cdot 9 \cdot (9^2 - 1) - 10.126} = 0,5892$$

Сега може да се пресмета χ_r^2 и таа е:

$$\chi_r^2 = 10 \cdot (9 - 1) \cdot 0,5892 = 47,136$$

Од табелата за χ^2 - распределба, за $f = 9 - 1 = 8$ и $\alpha = 0,01$ се добива $\chi_t^2 = 20,1$. Бидејќи е $\chi_r^2 > \chi_t^2$ може да се заклучи дека постои задоволителна согласност во оцените на експертите. Доколку се покаже дека согласност не постои, анкетирањето треба да се повтори, евентуално со нова група експерти.

Најчесто во анкетата учествуваат експерти со различни квалификации, работно искуство и други елементи кои што се битни за успешно решавање на поставената задача. Затоа е потребно, пред конечното рангирање на факторите, да се земе во предвид и компетентноста на експертите. Компетентноста на експертите влијае на конечниот резултат на рангирањето на факторите, преку "тежината" на секој експерт θ_i . Како се врши рангирањето на факторите кога ќе се земе во предвид "тежината" на експертот ќе биде прикажано во продолжение на примерот.

Истражувачката група, која што вршела анкетирање на експертите, се состои од четири истражувачи. Тие извршиле рангирање на експертите според нивната компетентност, а резултатот на тоа рангирање е даден во табелата бр. 3.6, под реден број 1.

Табела 3.6

| Ред бр. | Истраживачи (h) | Експерти (i) | | | | | | | | | | |
|---------|---|--------------|------|------|-----|------|------|------|-----|------|------|-------------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| 1 | 1 | 6 | 8 | 3 | 1 | 9 | 2 | 4 | 10 | 7 | 5 | $\overline{\sum a_{ih}} = 22$ |
| | 2 | 8 | 10 | 4 | 1 | 7 | 2 | 5 | 9 | 3 | 6 | |
| | 3 | 9 | 8 | 3 | 2 | 5 | 1 | 6 | 10 | 4 | 7 | |
| | 4 | 7 | 10 | 2 | 1 | 8 | 3 | 5 | 9 | 4 | 6 | |
| 2 | $\sum_{h=1}^4 a_{ih}$ | 30 | 36 | 12 | 5 | 29 | 8 | 20 | 38 | 18 | 24 | |
| 3 | $\Delta_i = \sum a_{ih} - \overline{\sum a_{ih}} $ | 8 | 14 | 10 | 17 | 7 | 14 | 2 | 16 | 4 | 2 | $\sum \Delta_i^2 = 1174$ |
| 4 | Δ_i^2 | 64 | 196 | 100 | 289 | 49 | 196 | 4 | 256 | 16 | 4 | |
| 5 | σ_i | 1,25 | 1,07 | 1,75 | 2 | 1,26 | 1,91 | 1,55 | 1 | 1,61 | 1,43 | |

Вредностите под реден број 2,3 и 4, во табелата бр. 3.6, се користат за одредување на коефициентот на конкордацијата за компетентноста на експертите. Бидејќи нема повторување на ранговите, коефициентот на конкордацијата е:

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{i=1}^k \Delta_i^2}{h^2 \cdot m \cdot (m^2 - 1)} = \frac{12 \cdot 1174}{4^2 \cdot 10 \cdot (10^2 - 1)} = 0,8894$$

$$\chi_r^2 = h \cdot (m - 1) \cdot W = 4 \cdot (10 - 1) \cdot 0,8894 = 32,0$$

За број степени на слобода $f = m - 1 = 10 - 1 = 9$ и $\alpha = 0,01$ од табелата за χ^2 - распределбата се добива $\chi_t^2 = 21,7$, па бидејќи е $\chi_r^2 > \chi_t^2$ постои согласност во врска со оцената за компетентноста на експертите.

"Тежината" на експертот θ_i се одредува на следниов начин: На најкомпетентниот експерт, т.е. на експертот кој што

има најмал збир рангови $\sum_{h=1}^4 a_{ih}$ (во примерот тоа е експертот

бр. 4) му се доделува најголема "тежина" и таа е $\sigma_4 = 2$, а на најнекомпетентниот експерт (овде е тоа експертот 8) му се доделува најмала тежина и таа е $\sigma_8 = 1$. "Тежината" на останатите експерти е меѓу 2 и 1, а конкретните нивни вредности се добиваат од равенката

$$\sigma_i = a + b \sum_{h=1}^4 a_{ih}$$

За овој случај е:

$$2 = a + b \cdot 5$$

$$1 = a + b \cdot 38$$

Од овие две равенки се одредува $a = 2,15$ и $b = -0,03$, па равенката со која што се одредува "тежината" на останатите експерти е:

$$\sigma_i = 2,15 - 0,03 \sum_{h=1}^4 a_{ih}$$

Пресметаните вредности за σ_i за сите експерти се дадени во табелата бр. 3.6 под реден број 5.

Сега, основен показател за интензитетот на влијанието на поодделни фактори врз истражуваниот процес е збирот на ранговите $\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot \sigma_i$. Ваквиот збир на рангови, заедно со другите елементи потребни за пресметка на коефициентот на конкордацијата, кога е земена предвид и "тежината" на експертите, даден е во табелата бр. 3.7. Во табелата ранговите на поодделните фактори се означени со $\theta_j^{(B)}$.

Коефициентот на конкордацијата кога треба да се земе во предвид и "тежината" на експертите се пресметува според следните обрасци:

– за случај кога нема повторување на ранговите

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{j=1}^k \Delta_j^2}{(k^3 - k) \left[\sum_{i=1}^m \sigma_i \right]^2}$$

Табела бр.3.7

| Ред. бр. | Експерти (f) | Фактори (j) | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₅ | x ₆ | x ₇ | x ₈ | x ₉ | | | | | | | | | | |
| 1 | | 1,25 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 6,87 | 8,75 | 6,87 | 10,0 | 11,2 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2,14 | 5,35 | 6,42 | 4,28 | 1,07 | 7,49 | 3,21 | 8,56 | 9,63 | | | | | | | | | | |
| | 2 | 1,75 | 9,63 | 9,63 | 7,00 | 4,38 | 10,5 | 4,38 | 14,0 | 12,3 | | | | | | | | | | |
| | 3 | 2,00 | 4,00 | 8,00 | 14,0 | 6,00 | 10,0 | 12,0 | 16,0 | 18,0 | | | | | | | | | | |
| | 4 | 1,26 | 3,15 | 7,56 | 5,67 | 3,15 | 8,82 | 5,67 | 10,0 | 11,3 | | | | | | | | | | |
| | 5 | 7,64 | 12,4 | 15,3 | 7,64 | 2,87 | 7,64 | 2,87 | 17,2 | 12,4 | | | | | | | | | | |
| | 6 | 1,55 | 3,87 | 3,87 | 9,30 | 7,75 | 10,9 | 13,2 | 13,2 | 6,20 | | | | | | | | | | |
| | 7 | 6,50 | 4,50 | 1,00 | 2,50 | 4,50 | 2,50 | 6,50 | 8,00 | 9,00 | | | | | | | | | | |
| | 8 | 1,61 | 8,05 | 6,44 | 9,66 | 3,22 | 11,3 | 4,83 | 12,9 | 14,5 | | | | | | | | | | |
| | 9 | 2,86 | 6,43 | 6,44 | 8,58 | 1,43 | 10,0 | 4,29 | 11,44 | 12,87 | | | | | | | | | | |
| 2 | $\sum_{i=1}^m a_{ij} \sigma_i$ | 2856 | 6120 | 6838 | 7238 | 4256 | 8783 | 6378 | 1213 | 104,6 | | | | | | | | | | |
| 3 | $\theta_j^{(3)}$ | 1 | 3 | 5 | 6 | 2 | 7 | 4 | 9 | 8 | | | | | | | | | | |
| 4 | $\Delta'_j = \sum a_{ij} \sigma_i - \sum a_{ij} \sigma_i $ | 4374 | 1110 | 3920 | 0080 | 2954 | 1553 | 8,52 | 49 | 32,3 | | | | | | | | | | |
| 5 | Δ_j^2 | 1913 | 1232 | 1537 | 0,006 | 878,5 | 241,2 | 72,59 | 2401 | 1043 | | | | | | | | | | |
| 6 | $\bar{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij} \sigma_i}{\sum_{i=1}^m \sigma_i}$ | 1,93 | 4,13 | 4,61 | 4,88 | 2,88 | 5,92 | 4,30 | 8,18 | 7,05 | | | | | | | | | | |
| 7 | M'_j | 0044 | 0094 | 0105 | 0111 | 0056 | 0135 | 0098 | 0186 | 0161 | | | | | | | | | | |

$$\sum_{j=1}^k a_{ij} \cdot \sigma_i = 72,3$$

$$\sum_{j=1}^k \Delta_j^2 = 6687,9$$

– за случај кога ранговите се повторуваат

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{j=1}^k \Delta_j'^2}{\left[m(k^3 - k) - \sum_{i=1}^m T_i \right] \cdot \left(\sum_{i=1}^m \sigma_i \right)^2}$$

каде што е:

$$\sum_{j=1}^k \Delta_j'^2 = \sum_{j=1}^k \left[\sum_{i=1}^k \alpha_{ij} \sigma_i - \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} \sigma_i}{k} \right]^2$$

Во овој случај коефициентот на конкордацијата се пресметува според вториот образец и тој е:

$$W = \frac{12 \cdot 9 \cdot 6687,9}{(10 \cdot (9^3 - 9) - 126) \cdot 220} = 0,46$$

$$\chi_r^2 = 10 \cdot (9-1) \cdot 0,46 = 36,8$$

За $f = 9-1 = 8$ степени слобода и $\alpha = 0,01$ од табелата се добива $\chi_t^2 = 20,1$, па бидејќи е $\chi_r^2 > \chi_t^2$ постои согласност во оцените на експертите.

Интересно е да се добие увид во степенот на согласноста меѓу рангираната кои што ги извршил секој експерт поединечно со крајниот резултат на рангирањето. Во дадениот пример тоа е направено со помош на коефициентот на корелацијата на Спирмен (r_s), а резултатите се дадени во последната колона на табелата бр. 3.5. Од неа се гледа дека рангирањето кое што го направил експертот бр.10 е најблиско до општото мислење на експертите, $r_s = 0,954$, додека најмногу отстапува мислењето на експертот бр. 8. ($r_s = 0,200$).

Степенот на влијанието на секој фактор врз процесот кој што се истражува може да се утврди на неколку начина и тоа преку:

1. Збирот на ранговите кои што се доделуваат на секој

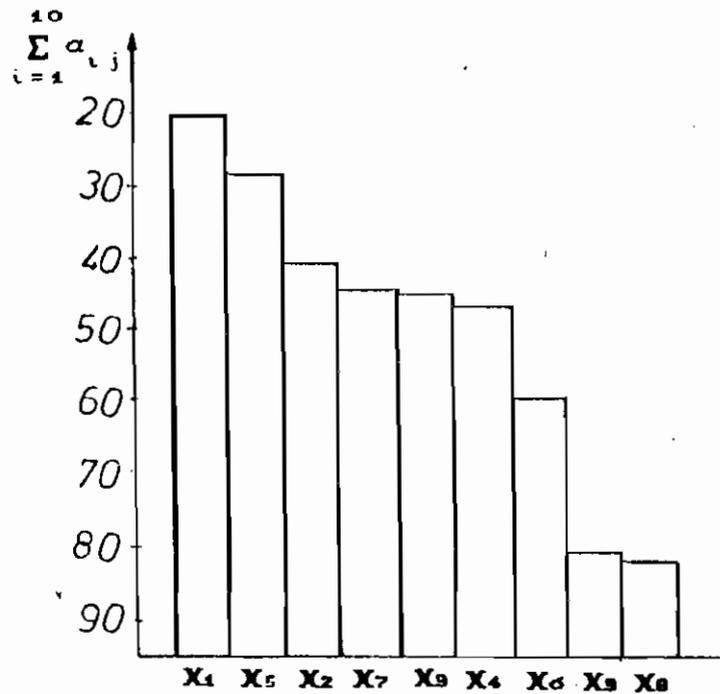
фактор $\sum_{i=1}^m a_{ij}$, а кога се зима во обзир "тежината" на експертот преку збирот $\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot \sigma_i$.

2. Средниот ранг на фактори

$$\bar{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij}}{m} \quad a'_j = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot \sigma_i}{\sum_{i=1}^m \sigma_i}$$

3. Коэффициентот на "тежината" на факторот

$$M_j = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k a_{ij}} \quad M'_j = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot \sigma_i}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k a_{ij} \cdot \sigma_i}$$



Сл. 3.30 Априорен дијаграм на влијателни фактори

Сите овие показатели се пресметани за секој фактор кој што има влијание на интензитетот на промената на техничката состојба на возилото и се дадени во табелата бр. 3.5 односно бр. 3.7. Доколку овие показатели се помали, дотолку е поголемо нивното влијание на процесот кој што се истражува. За анализа на резултатите од истражувањето се цртаат априорни дијаграми на

ранговите. За дадениот пример таквиот дијаграм е прикажан на сл. 3.30, при што се користени зборовите на ранговите од табелата бр. 3.5.

Од прикажаниот дијаграм на сл. 3.30, влијателните фактори можат да се поделат на три групи: група на највлијателни фактори (x_1 и x_5), група на помалку влијателни фактори (x_2 , x_7 , x_9 и x_4) и група на најмалку влијателни фактори (x_6 , x_8 и x_3). Конечното групирање на факторите по групи може да се изврши со помош на постоечките статистички методи [2.19]. При тоа се користат средните рангови на факторите \bar{a}_j или \bar{a}'_j , кои што меѓусебно се споредуваат и на тој начин се формираат групи од фактори чии што средни рангови статистички значително меѓусебно не се разликуваат.

3.5.3. Метод на случајниот баланс

Овој метод се применува кога е потребно од голем број фактори кои делуваат на текот на процесот во системот, да се издвојат оние кои се највлијателни – доминантни. Издвојувањето на доминантните фактори е овозможено со релативно мал број експерименти со едноставна обработка на податоците од експериментирането. Затоа истражувањата со помош на овој метод можат да бидат увод во попрецизните истражувања чија реализација се усложнува или станува неможна доколку е голем бројот на факторите кои се вклучени во анализата (види точка 3.5.4).

Овој метод може да се примени доколку факторите ги исполнуваат следните услови:

- да се управливи, т.е. да можат да се подесуваат во однапред одредени граници и подесените големини да се одржуваат непроменети (фиксирани) за време на траењето на експериментот,

- да се еднозначни, т.е. еден фактор да не е функција од некој друг или повеќе други фактори,

- нивните комбинации, кои се реализираат при вршењето на опитите според планот на експериментот, да се остварливи без опасност да дојде до оштетување на објектот кој се истражува.

Методот на случајниот баланс овде ќе биде презентираан при истражувањето на факторите кои имаат најголемо влијание врз

промената на силата на развлекувањето на амортизерот во текот на експлоатацијата [2. 3].

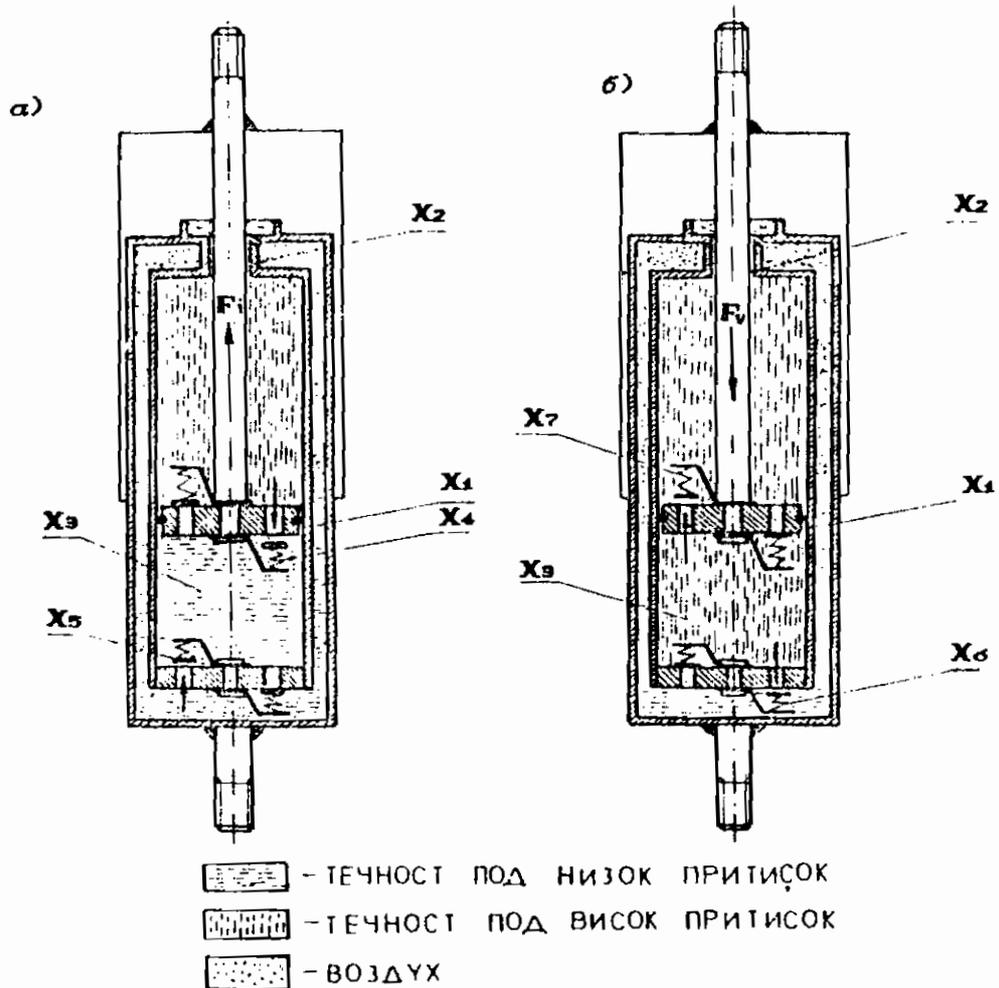
Силите на придушувањето на амортизерот (силата при развлекување и силата при вовлекување на амортизерот), во текот на експлоатацијата, постепено се намалуваат, а со тоа се влошуваат некои експлоатациони својства на возилата. До постепена промена на моќта на придушувањето на амортизерот доаѓа поради постепени промени што настануваат на некои елементи од амортизерот, а кои се последица било на триењето што се појавува меѓу нив, било на внатрешните промени што се јавуваат во нив во текот на експлоатацијата. Поради таквите промени што настануваат во амортизерот доаѓа до промена на факторите што влијаат врз постепена промена (слабеене) на силите, на придушувањето на амортизерот во текот на експлоатацијата, т. е. врз неговата издржливост (трајност).

На шематскиот приказ на работата на амортизерот при остварување на силите на развлекување (Сл. 3. 31а) и силата на вовлекување (Сл. 3. 31б), се означени и факторите кои влијаат на постепено слабеене на тие сили во текот на експлоатацијата. Такви фактори има седум и тие се:

- x_1 – зазор меѓу клипот и цилиндерот
- x_2 – зазор меѓу клипницата и водилката
- x_3 – вискозност на маслото
- x_4 – крутост на долната пружина до клипот
- x_5 – крутост на горната пружина на дното на цилиндерот
- x_6 – крутост на долната пружина на дното на цилиндерот
- x_7 – крутост на горната пружина во клипот

Од сл. 3. 31 се гледа дека еден дел од напред наведените фактори влијае на слабеенето и на силата на извлекување (F_i) и на силата на вовлекување (F_v), вториот дел влијае само на слабеенето на силата на извлекување, а трет дел само на силата на вовлекување.

Од дидактички причини, како и поради ограничениот простор, методот на случајниот баланс, ќе биде применет само во анализата на влијателните фактори на силата на извлекувањето на амортизерот, додека силата на влијателните фактори на силата на вовлекувањето на амортизерот, со помош на методот на целосен факторен експеримент, ќе биде презентирана во Т. 3. 5. 4. 2. Целосната анализа е прикажана во трудот [2. 3].



Сл. 3. 31 Шематски приказ на остварувањето на силата на извлекување (F_i) и вовлекување (F_v) и влијателните фактори x_i

Сите фактори прикажани на сл. 3. 31а немаат еднакво влијание врз промената на силата на развлекувањето на амортизерот во текот на експлоатацијата. Целта на истражувањето е да се изврши рангирање на факторите според степенот на нивното влијание врз промената на силата на развлекувањето на амортизерот. Кога ќе се откријат факторите што имаат најголемо влијание врз промената на силата на развлекувањето на амортизерот во текот на експлоатацијата т. е. "слабите места" во амортизерот, дејствувајќи на нив, може да се продолжи векот на амортизерот, а со тоа експлоатационите својства на возилото подолго време ќе се задржат во саканите граници.

Опитите, при истражувањето на доминантните фактори кои што влијаат на промената на силите на придушувањето на амортизерот, се вршени на одреден амортизер, и при одреден

режим на негово работене – развлекување и вовлекување. Придушните сили кои што се јавуваат при развлекувањето и вовлекувањето на амортизерот, (F_i и F_v) при дадениот режим на испитување, се регистрираа на уред за испитување амортизери (3.9; 3.12; 3.13).

За одредување на доминантните фактори, според методот на случајниот баланс, потребно е да се изврши варирање на сите фактори на две нивоа. Во овој случај варирањето на факторите е вршено според таб. бр. 3.8. Факторот x_5 – крутоста на чиниестата пружина во вентилот на дното на цилиндарот е менуван со помош на подлошка со различна дебелина (2.3).

Табела бр. 3.8

| Ниво на варирањето | Кодова ознака | x_1 mm | x_2 mm | x_3 mm ² /s | x_4 daN | x_5 |
|------------------------|---------------|-------------|-------------|-----------------------------|--------------|------------------------------|
| Горно ниво | + | 0,200 | 0,170 | 2,8 | 12,3 | подлошка дебела 1 mm |
| Долно ниво | - | 0,025 | 0,016 | 28,8 | 16,3 | Без подл. |
| Основно ниво | 0 | 0,113 | 0,093 | 15,8 | 14,3 | подлошка дебела 0,5 mm |
| Интервал на варирањето | Δx_i | 0,088 | 0,077 | 13,0 | 2,0 | подлошка дебела 0,5 mm |

Пред секој опит, амортизерот е склопуван така што да се запазени нивоата на факторите според планот на опитите дадени во табелата бр. 3.9. Бројот на опитите може да биде произволен, но најмалку еднаков на бројот на влијателните фактори (3.15, 3.16, 3.22). Во овој случај се вршени осум опити, така што секој фактор по четири пати е на горното и на долното ниво на варирањето. Секој опит двапати е повторуван, мерена е силата на развлекувањето на амортизерот и пресметана е нејзината средна вредност \bar{F}_i (види табела бр. 3.9).

Користејќи ја табелата бр. 3.9 на сл. 3.32 е нацртан дијаграмот на расејувањето на горните и долните нивоа на варирањето за секој фактор одделно и е означена разликата на медијаните за двете нивоа на варирањето. Тоа е направено и во

Табела бр. 3.9

| број на опитот | Ф а к т о р и | | | | | $\frac{F_{i1}}{\text{daN}}$ | $\frac{F_{i2}}{\text{daN}}$ | $\frac{F_i}{\text{daN}}$ |
|-------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | | | |
| 1 | - | - | + | - | + | 216,0 | 221,0 | 218,5 |
| 2 | + | - | - | - | - | 237,5 | 250,0 | 243,7 |
| 3 | - | + | - | + | + | 202,5 | 210,0 | 206,2 |
| 4 | + | + | + | - | + | 69,5 | 79,5 | 74,5 |
| 5 | - | - | - | + | - | 237,5 | 240,0 | 238,7 |
| 6 | + | - | + | + | + | 246,0 | 255,0 | 250,5 |
| 7 | - | + | + | - | - | 80,0 | 90,0 | 85,0 |
| 8 | + | + | - | + | - | 212,5 | 205,0 | 208,7 |

}

табела бр. 3.10, така што разликите на медијаните за секој фактор можат да се забележат визуелно од сл. 3.32 и бројно од табела бр. 3.10

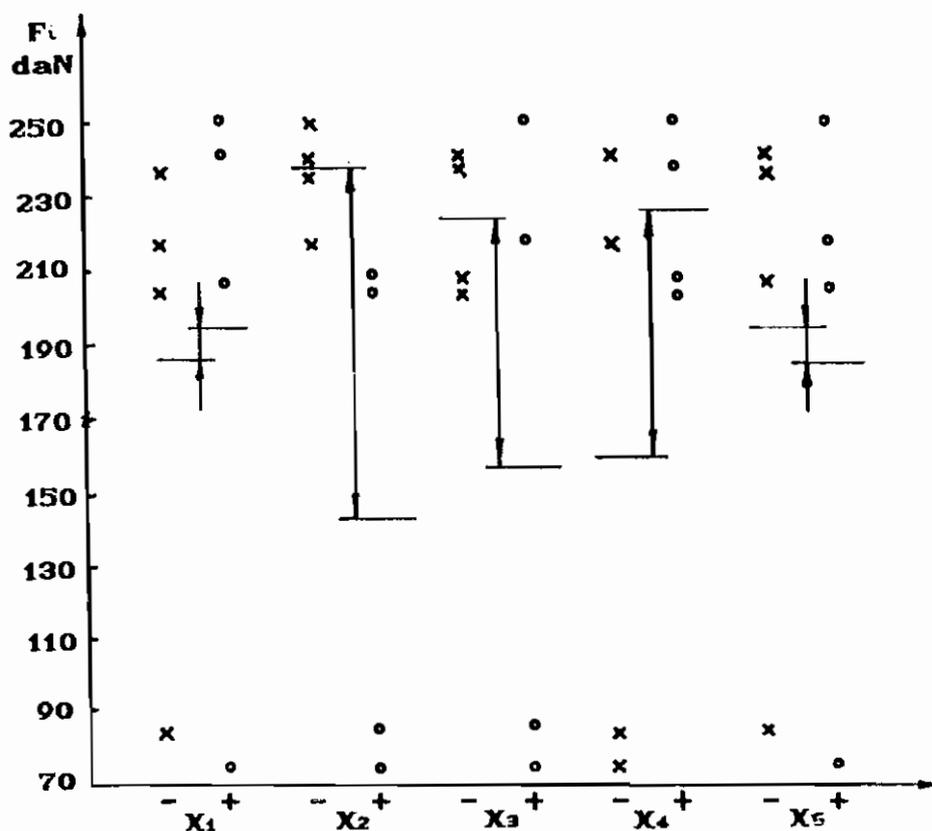
Табела бр. 3.10

| Медијана на силата \bar{F}_i | Ф а к т о р и | | | | |
|--------------------------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
| Горно ниво + | 194,4 | 143,6 | 157,1 | 226,0 | 187,4 |
| Долно ниво - | 187,1 | 237,9 | 224,3 | 155,4 | 194,0 |
| Разлика | 7,3 | 94,3 | 67,2 | 60,6 | 6,6 |

Од сл. 3.32 или од табела бр. 3.10 може да се види дека како битни фактори можат да се изделат факторите x_2 и x_3 . Бидејќи разликите на медијаните на тие фактори се најголеми. За да се одреди ефектот на овие два фактора, формирана е помошната табела бр. 3.11.

Табела бр. 3.11

| Фактори | + x_2 | - x_2 |
|---------|--|---|
| + x_3 | 74,5 | 218,5 |
| | 85,0 | 250,5 |
| | $\Sigma F_{i1} = 159,5$ $\bar{F}_{i1} = 79,75$ | $\Sigma F_{i2} = 469,0$ $\bar{F}_{i2} = 234,5$ |
| - x_3 | 206,2 | 243,7 |
| | 208,7 | 238,7 |
| | $\Sigma F_{i3} = 414,9$ $\bar{F}_{i3} = 207,45$ | $\Sigma F_{i4} = 482,4$ $\bar{F}_{i4} = 241,2$ |



Сл. 3. 32. Расејување на горните и долните нивоа на варирањето

Големината на ефектот на факторот x_i се пресметува според формулата:

$$b_i = \frac{\bar{F}_{i1} + \bar{F}_{i3} + \dots + \bar{F}_{in}}{k_i} - \frac{\bar{F}_{i2} + \bar{F}_{i4} + \dots + \bar{F}_{in+1}}{k_i}$$

каде што се: $\bar{F}_{i1}, \bar{F}_{i3} \dots \bar{F}_{in}$ — средна вредност на излезната големина во секоја клетка од табелата при горно ниво на факторот (+)

$\bar{F}_{i2}, \bar{F}_{i4} \dots \bar{F}_{in+1}$ — средна вредност на излезната големина во секоја клетка од табелата при долно ниво на факторот (-)

k_i — количество на средните вредности на излезната големина

Според тоа, ефектот на факторите x_2 и x_3 ќе биде:

$$b_2 = \frac{\bar{F}_{11} + \bar{F}_{13}}{2} - \frac{\bar{F}_{12} + \bar{F}_{14}}{2} = \frac{79,65 + 207,45}{2} - \frac{234,5 + 241,2}{2} = -94,25$$

$$b_3 = \frac{\bar{F}_{11} + \bar{F}_{12}}{2} - \frac{\bar{F}_{13} + \bar{F}_{14}}{2} = \frac{79,75 + 234,5}{2} - \frac{207,45 + 241,2}{2} = -67,2$$

Значајноста на факторите се одредува според t -критериумот, кој за секој фактор се пресметува по формулата:

$$t = \frac{(F_{i1} + F_{i3} + \dots + F_{in}) - (F_{i2} + F_{i4} + \dots + F_{in+1})}{S_R \sqrt{\sum \frac{1}{n_i}}} = \frac{2 b_{xi}}{S_R \sqrt{\sum \frac{1}{n_i}}}$$

каде што S_R е средна квадратна грешка и се пресметува според формулата:

$$S_R^2 = \frac{F_i^2}{n_i - 1} - \frac{(\sum F_i)^2}{n_i (n_i - 1)}$$

каде што n_i е број на набљудуваната во i -тата клетка во табелата бр. 3.11.

Именителот во изразот за t е пресметан со помош на табела бр. 3.12.

Табела бр. 3.12

| Клетка бр. | $\sum F_i$ | $(\sum F_i)^2$ | $\sum F_i^2$ | n_i | S_R^2 | $\frac{S_R^2}{n_i}$ |
|------------|------------|----------------|--------------|-------|---------|---------------------|
| 1 | 159,5 | 25440,25 | 12775,25 | 2 | 55,125 | 27,56 |
| 2 | 469,0 | 219961,0 | 110492,5 | 2 | 512 | 256,0 |
| 3 | 414,9 | 172142,0 | 86074,13 | 2 | 3,13 | 1,51 |
| 4 | 482,4 | 232709,0 | 116367,38 | 2 | 12,88 | 6,44 |

$\sum 291,5$

$$t_2 = \frac{2 \cdot b_{x_2}}{S_R \sqrt{1/n_i}} = \frac{2 \cdot 94,25}{\sqrt{291,5}} = 11; \quad t_9 = \frac{2 \cdot b_{x_9}}{S_R \sqrt{1/n_i}} = \frac{2 \cdot 67,2}{\sqrt{291,5}} = 7,9;$$

Вредноста на пресметаното t , за фактори кои влијаат врз излезната големина, треба да е поголема од табличната вредност t_t .

Табличната вредност за t_t се чита од табелата за t - распределба во прилогот 4 во зависност од нивото на значајноста и бројот на степените на слобода $f = \sum n_i - k$, каде што k е број на клетките во табела бр. 3.12 ($f = 8 - 4 = 4$). Табличната вредност (t_t) за 4 степени на слобода и $\alpha = 0,05$ (5%-тно ниво на значајност) е $t_t(0,05; 4) = 2,78$. Бидејќи t_1 и t_2 се поголеми од t_t , факторите x_2 и x_9 се влијателни - значајни (сигнификантни) со 95% доверливост.

Со цел од преостанатите фактори да се изделат и другите значајни фактори, се врши корекција на излезната големина, т.е. се ослободува од влијанието на факторите x_2 и x_9 . Корекцијата на излезната големина се врши така што од првобитната вредност на \bar{F}_i се одземаат пресметаните вредности b_2 и b_9 , во оние опити каде што x_2 и x_9 се на горно ниво (+). Наедно се проверува каква е значајноста на заемното дејство на факторите $x_1 x_2$ и $x_2 x_9$ (види табела бр. 3.13).

Табела бр. 3.13

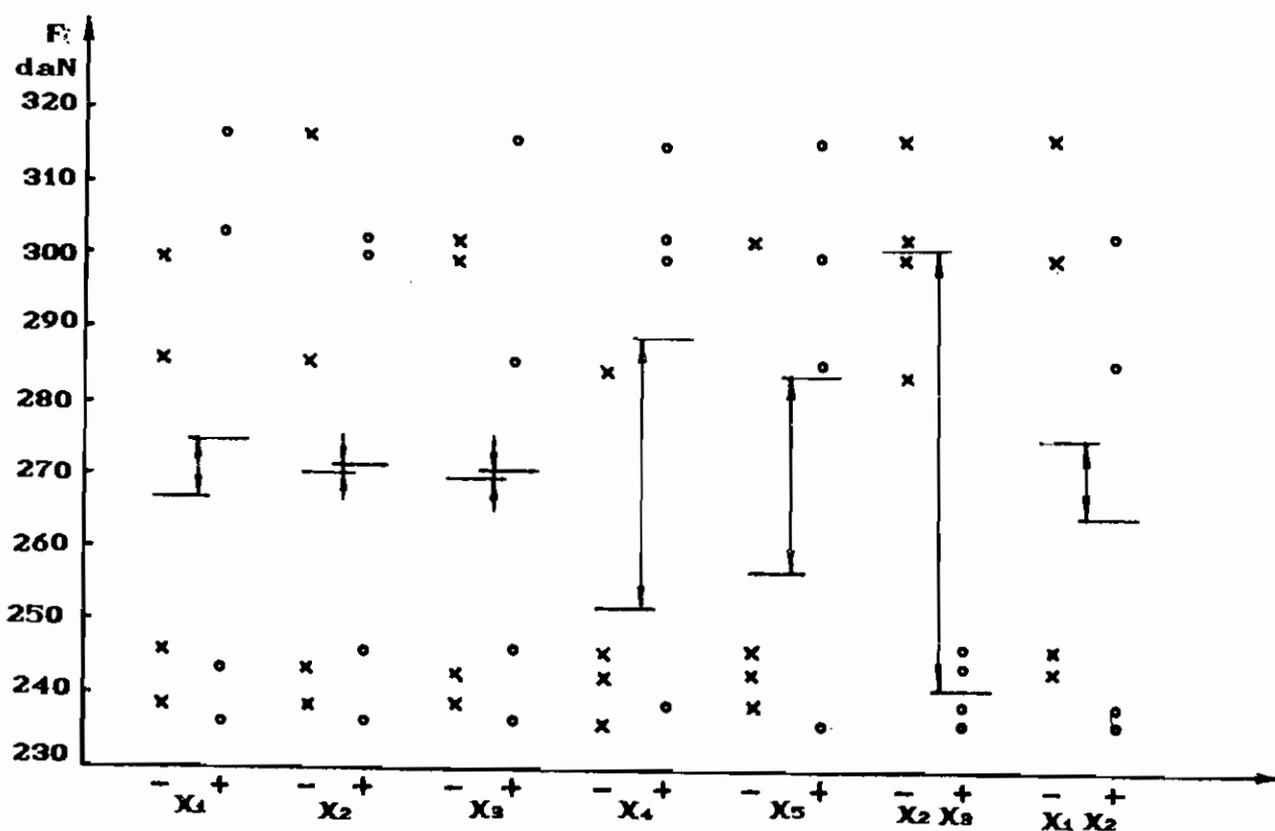
| Број на опит | Ф а к т о р и | | | | | | | \bar{F}_i daN | \bar{F}_i daN |
|--------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | $x_1 x_2$ | $x_2 x_3$ | | |
| 1 | - | - | + | - | + | + | - | 218,+67,2 | 285,7 |
| 2 | + | - | - | - | - | - | + | 243,7 | 243,7 |
| 3 | - | + | - | + | + | - | - | 206,2+94,25 | 300,4 |
| 4 | + | + | + | - | + | + | + | 74,5+67,2+94,25 | 235,0 |
| 5 | - | - | - | + | - | + | + | 238,7 | 238,7 |
| 6 | + | - | + | + | + | - | - | 250,5+67,2 | 317,7 |
| 7 | - | + | + | - | - | - | + | 85+67,2+94,25 | 246,4 |
| 8 | + | + | - | + | - | + | - | 208,7+94,25 | 302,9 |

Во табелата бр.3.14 се пресметани разликите на медијаните за сите фактори, а на сл.3.33 е прикажан дијаграмот на расејувањето

Табела бр. 3.14

| Медијана на силата | Ф а к т о р и | | | | | | |
|--------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------|
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | $X_1 X_2$ | $X_2 X_3$ |
| Горно ниво + | 275,0 | 271,4 | 271,4 | 289,9 | 284,9 | 265 | 241,1 |
| Долно ниво - | 267,8 | 271,4 | 171,4 | 252,9 | 257,9 | 276,9 | 301,7 |
| Разлика | 7,2 | 0 | 0 | 37 | 26 | 11,9 | 60,6 |

Од дијаграмот на сл.3.33 и од табела бр.3.14 се гледа дека најголемо влијание на излезната големина имаат факторите X_4 и $X_2 X_3$. Со помош на таб. бр.3.15 ќе биде одредена значајноста на овие фактори.



Сл. 3.33 Расејување на горните и долните нивоа на варирањето

Табела бр. 3.15

| Фактори | + $X_2 \cdot X_3$ | - $X_2 \cdot X_3$ |
|---------|---|---|
| + X_4 | 283,7 $F_{i1} = 238,7$ $\bar{F}_{i1} = 238,7$ | 300,4 317,7 302,9 $F_{i1} = 921$ $\bar{F}_{i2} = 307$ |
| - X_4 | 243,7 236,0 246,4 $F_{i3} = 726$ $\bar{F}_{i3} = 242$ | 285,7 $F_{i4} = 285,7$ $\bar{F}_{i4} = 285,7$ |

Според напред дадената формула е пресметан ефектот на овие два фактори и тој изнесува $b_{2-3} = -56$ и $b_4 = 9$.

За пресметка на t - критериумот е составена таб. бр. 3.16

Табела бр. 3.16

| Клетка бр. | ΣF_i | $(\Sigma F_i)^2$ | ΣF_i^2 | n_i | S_R^2 | $\frac{S_R^2}{n_i}$ |
|------------|--------------|------------------|----------------|-------|---------|---------------------|
| 1 | 238,7 | 56977 | 56977,7 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 921 | 848241 | 281693 | 3 | 527 | 175 |
| 3 | 726 | 527076 | 175261 | 3 | 215 | 71 |
| 4 | 285,7 | 81624 | 81624 | 1 | 0 | 0 |

$\Sigma 246$

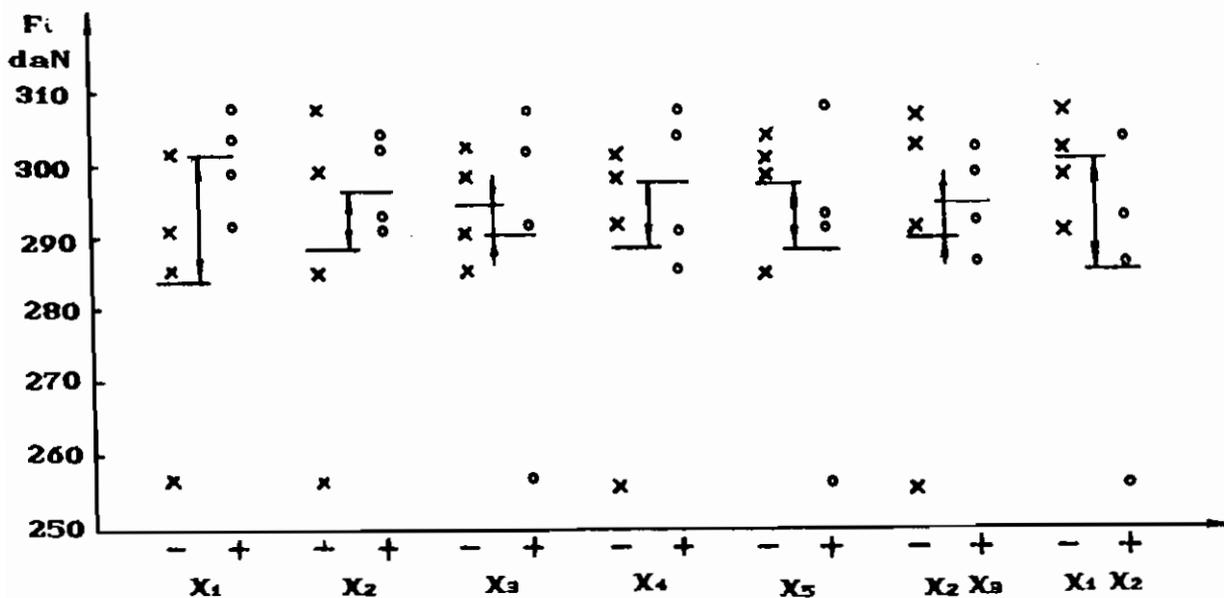
Пресметаните t -вредности според напред дадената формула за факторите X_4 и $X_2 X_3$ се $t_4 = 1,15$ и $t_{2-3} = 7,17$. Бидејќи вредноста на t_4 е помала од $t_l(0,05; 4) = 2,78$, а $t_{2-3} > t_l$ факторот X_4 е незначаен, а $X_2 X_3$ значаен фактор.

Корегираната излезна големина со оглед на големината на ефектите на факторите X_4 и $X_2 X_3$ е дадена во табела бр. 3.17. По оваа корекција ефектите на факторите врз излезната големина се намалија што може да се види од дијаграмот на расејувањето прикажан на сл. 3.34

Моментот кога треба да се престане со izdelувањето на факторите се цени според критериумот на Фишер (F-критериумот). Според него се цени дали значајните фактори се веќе izdelени

Табела бр. 3.17

| Број на опитот | Ф а к т о р и | | | | | | | | $\frac{F_i}{\text{daN}}$ | $\frac{F_i}{\text{daN}}$ | |
|-------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------|--------------------------|-------|
| | X_1 | X_4 | X_5 | X_2 | X_3 | X_2 | X_3 | X_1 | | | X_2 |
| 1 | - | - | + | - | - | + | + | | | 258,7 | 258,7 |
| 2 | + | - | - | + | - | - | - | | | 243,7+56 | 299,7 |
| 3 | - | + | + | - | + | - | - | | | 300,4-9 | 291,4 |
| 4 | + | - | + | + | + | + | + | | | 236+56 | 292 |
| 5 | - | + | - | + | - | - | + | | | 238,7+56-9 | 285,7 |
| 6 | + | + | + | - | - | + | - | | | 317,7-9 | 308,7 |
| 7 | - | - | - | + | + | + | - | | | 246,4+56 | 302,4 |
| 8 | + | + | - | - | + | - | + | | | 302,9-9 | 303,9 |



Сл. 3.34 Расејување на горните и долните нивоа на варирането

или постапката на одвојување треба да продолжи за од преостанатите фактори да се издели уште некој значаен фактор.

F – вредноста се наоѓа од изразот

$$F = \frac{S_{er}^2}{S_y^2}$$

S_y^2 – дисперзија на резултатите од n -те опити во центарот на планот (сите параметри се на основното ниво) на експериментот

S_{sr}^2 - дисперзија на излезната големина во однос на средната аритметичка вредност на излезната големина по последната нејзина коректура, а тоа е:

$$S_{sr}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{F}_i - \bar{F}_{sr})^2}{N-1}$$

каде што е:

\bar{F}_{sr} - средна критична вредност на излезната големина по нејзината последна коректура

\bar{F}_i - вредности на излезната големина по нејзината последна коректура (се земаат од таб. бр. 3.17).

N - бројот на опитите

За пресметка на S_{sr}^2 се користи помошната табела бр. 3.18

Табела бр. 3.18

| Редослед на пресметката | Број на опитот | | | | | | | | Средна вкупна вредност |
|--------------------------------|----------------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
| F_i | 258,7 | 299,7 | 291,4 | 292 | 285,7 | 308,7 | 302,4 | 303,9 | $\bar{F}_{sr} = 292,8$ |
| $\bar{F}_i - \bar{F}_{sr}$ | 34,1 | -6,9 | 1,4 | -0,8 | 7,1 | -15,9 | -9,6 | -11,1 | - |
| $(\bar{F}_i - \bar{F}_{sr})^2$ | 1162 | 47,61 | 1,96 | 0,64 | 50,4 | 252,8 | 92,16 | 123,2 | $\Sigma = 1730,6$ |

$$S_{sr}^2 = 1730,6/7 = 247$$

За пресметка на S_y^2 се извршени три опити во центарот на планот и се измерени силите при извлекување на амортизерот F_{oi} . Со помош на табела бр.3.19 е пресметана дисперзијата на трите мена во центарот на планот.

Табела бр. 3.19

| n | F_{oi} | $F_{oi} - \bar{F}_{oi}$ | $s^2 = (F_{oi} - \bar{F}_{oi})^2$ |
|---|------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 202,5 | -2 | 4 |
| 2 | 212,0 | 7,5 | 56,25 |
| 3 | 199,0 | -5,5 | 30,25 |
| | $\bar{F}_{oi} = 204,5$ | | $\Sigma s^2 = 90,50$ |

$$S_y^2 = \frac{s^2}{n-1} = \frac{90,5}{3-1} = 45,3$$

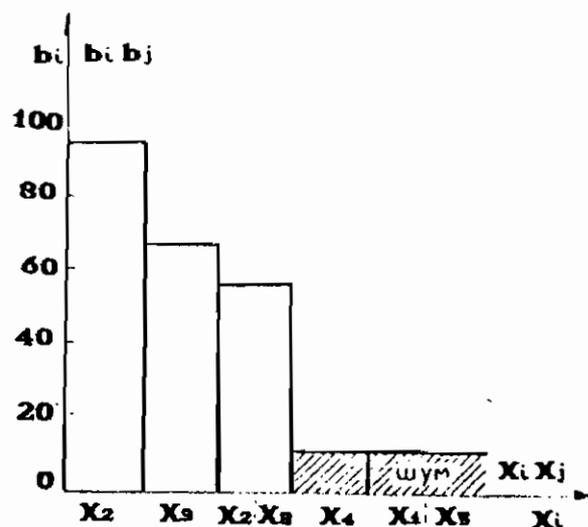
$$F = \frac{S_{sr}^2}{S_y^2} = \frac{247}{45,3} = 5,45$$

Табличната вредност за F се бара од статистичката табела за Фишерава распределба (прилог - 6) за ниво на довербата $\alpha = 0,05$ и степени на слобода $f_1 = N - (k-1)$ и $f_2 = n-1$, каде што k - вкупниот број на факторите, а l - бројот на незначајните фактори.

Бидејќи е $F_{\alpha}(f_1; f_2) = F(6; 2)0,05 = 19,3 > 5,45 = F$ не постои основа за отфрлање на хипотезата за разликата меѓу дисперзиите S_y^2 и S_{sr}^2 , па натамошното барање на значајните фактори нема да се врши.

Според резултатите добиени од случајниот баланс, применет на силата при развлекување на амортизерот F_1 , е нацртан дијаграмот на ефектите на факторите кои влијаат на промената на таа сила во текот на експлоатацијата (сл. 3. 35).

Од пресметките и од сл. 3. 35 се гледа дека на промената на силата на развлекувањето на амортизерот доминантно влијание имаат факторите X_2 и X_9 и нивното заемно дејство $X_2 X_9$. Останатите фактори се покажаа како невлијателни, што не значи дека е така, додека не се провери со други попрецизни методи, кај кои што комбинациите на факторите при експериментирањето се покомплетни одошто во случајот на методот на случајниот баланс. За тие методи ќе стане збор во наредната точка.



Сл. 3. 35. Рангирање на факторите кои што имаат доминантно влијание на промената на силата на развлекувањето

Методот на случајниот баланс, заедно со методот на априорното рангирање, му помагаат на истражувачот да ги отстрани дилемите при изборот на влијателните фактори врз процесот кој што го истражува и во следната, попречицната, фаза на истражување да ги внесе факторите чие што влијание не смее да се занемари. Редуцирањето на факторите е потребно затоа што бројот на опитите во наредната фаза на истражувањето со помош на методите на планирањето на експериментот, нагло расте со порастот на бројот на факторите, со што целото истражување станува покомплицирано и поскапо.

3.5.4. Метод на целосен факторен експеримент

Благодарение на достигнувањата на теоријата на експериментот се создадени методи на планирање на експериментот. При истражувањето на сложени појави или процеси, кои што зависат од повеќе фактори, успешно можат да се применат статистички методи кои почиваат на резултатите од експериментирањето.

Основна задача на планирањето на експериментот е добивање на статистичкиот математички модел на објектот на истражувањето во вид на полином (равенка на регресија). Општиот приод кон решавањето на таквиот начин поставената задача е: претходно изучување на објектот на истражувањето, избор на влијателните фактори, вршење опити според однапред одбран план на експериментот, одредување на статистичкиот математички модел и проверка на адекватноста на моделот.

При претходното изучување на објектот на истражувањето и при изборот на влијателните фактори можат да се користат двете напред наведени методи; методот на априорното рангирање и методот на случајниот баланс (види т. 3.5.2 и 3.5.3). Што се однесува до изборот на планот на експериментот, тој зависи од повеќе околности – количеството влијателни фактори во објектот на истражувањето, точноста на бараниот математички модел, степенот на математичкиот модел (линеарен од втор или трет степен) и др. Со оглед на ограничениот простор, овде не може да биде презентирана проблематиката на изборот на планот на експериментот, но затоа постои литература во која што детално се разработени методите на планирањето на експериментот; нивните можности, предности и недостатоци [3.15; 3.16; 3.22; 3.26].

Во продолжение на конкретен пример ќе биде изнесено едно истражување со помош на т.н. целосен факторен експеримент (види т. 3.5.4.2), но најнапред ќе биде презентираан математичкиот апарат на регресионата анализа кој што ќе биде применет во споменатото истражување.

3.5.4.1. Математички апарат на регресионата анализа

Регресиона анализа е метод со кој што се испитува зависноста меѓу две или повеќе променливи големини, т.е. со нејзина помош се открива влијанието на една или повеќе променливи големини врз промената на други променливи големини. При истражувањата со помош на методите на планирањето на експериментот зависноста меѓу независните и зависните променливи не е ригорозна, туку станува збор за т.н. статистичка зависност.

Таквата статистичка зависност може да се изрази со некоја математичка функција (равенка на регресија) која ја покажува просечната зависност на зависно променливата од една или повеќе независни променливи. Индивидуалните мерена на зависноста меѓу тие големини ќе покажат поголемо или помало отстапување од просекот.

Со математичкиот апарат на регресионата анализа се открива обликот на зависноста, насоката и интензитетот меѓу променливите големини на објектот на истражувањето. Во продолжение ќе биде изложена техниката на примената на методот на регресионата анализа со помош на матрици. Матричната примена е особено погодна кога во математичкиот модел постојат поголем број променливи големини.

Во општ случај врската меѓу независните променливи x_i , или тн. влезни големини (ако објектот на истражувањето се претстави како црна кутија) и зависната η , или излезна големина, може да се изрази со следниот полином:

$$\eta = \beta_0 + \sum \beta_1 x_1 + \sum \beta_{1j} x_1 x_j + \dots$$

каде што се $\beta_0, \beta_1, \beta_{1j} \dots$ коефициенти на регресијата. Со помош на резултатите од експериментот можат да се одредат коефициентите $a_0, a_1, a_{1j} \dots$, кои претставуваат само оценка на теоретските коефициенти на регресијата. Равенката добиена врз основа на опити го има овој облик:

$$\hat{y} = \hat{a}_0 + \sum \hat{a}_1 x_1 + \sum \hat{a}_{1k} x_1 x_k + \dots$$

каде што \hat{y} претставува оценка на η .

Функционалната врска меѓу \hat{y} и x_1 (равенката на регресијата) може, на пример да биде линеарна:

$$\hat{y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_1 + \hat{a}_2 x_2 + \dots + \hat{a}_k x_k \quad (1)$$

За пример е земена линеарната зависност затоа што со помош на неа најпрегледно и најкусо можат да се објаснат обрасците кои се применуваат во регресионата анализа.

Равенката (1) може да се напише во следната векторска форма:

$$\hat{y} = \hat{a}' \cdot f(x) = f'(x) \cdot \hat{a} \quad (2)$$

т. е. како производ од векторите:

$$f(x) = (1, x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$$

$$\hat{a} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \dots, \hat{a}_k)$$

или во обликот:

$$\hat{Y} = F \cdot \hat{a} \quad (3)$$

каде што е F матрица $N \times (k + 1)$, која во себе во општ случај ја содржи матрицата на планирањето на експериментот X .

Матрицата на планирањето на експериментот зависи од бројот на факторите x_i . Овде ќе бидат презентирани планови на експериментот во кои секој фактор x_i може да биде вариран на две нивоа. Нивоата на варирањето се означуваат со $+1$ и -1 или "+" и "-".

Множеството точки во k - факторниот простор, чии координати се $+1$ (+) или -1 (-) се вика целосен факторен план од типот 2^k . Бројот на точки во таквиот план е $N = 2^k$. Така, при $k = 1; 2$ и 3 матрицата на планирањето на експериментот е:

$$X_1 = \begin{matrix} k=1 \\ \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix} \end{matrix} \quad X_2 = \begin{matrix} k=2 \\ \begin{bmatrix} + & + \\ - & + \\ + & - \\ - & - \end{bmatrix} \end{matrix} \quad X_3 = \begin{matrix} k=3 \\ \begin{bmatrix} + & + & + \\ - & + & + \\ + & - & + \\ - & - & + \\ + & + & - \\ - & + & - \\ + & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix} \end{matrix}$$

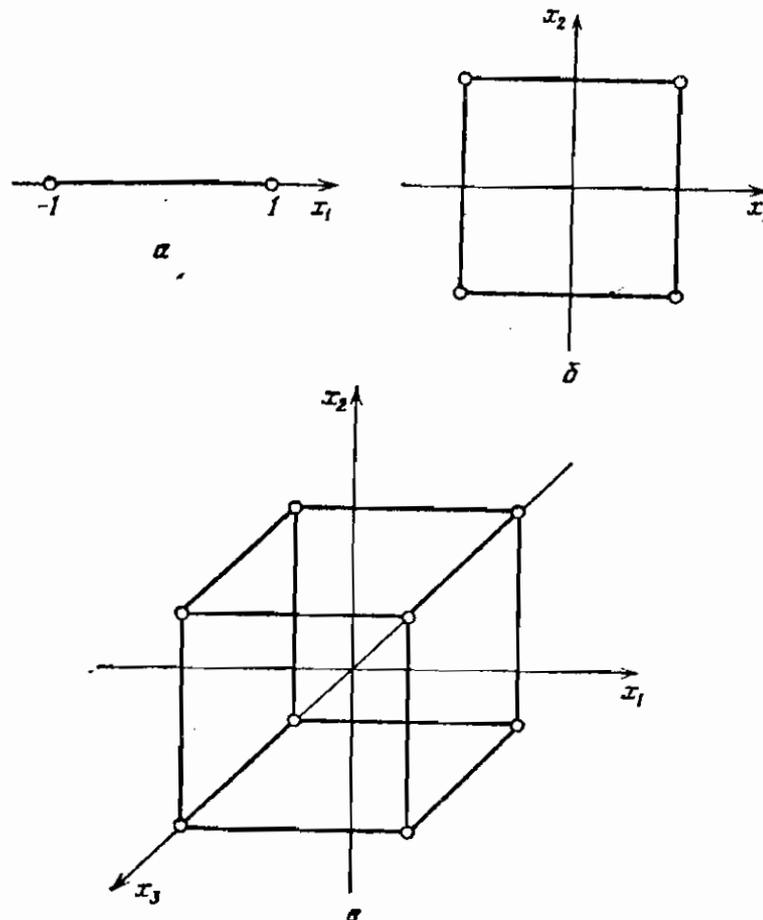
Точките на планирањето на експериментот се покажани на сл. 3. 36.

Експериментот се изведува во N точки x^i на k - факторното пространство. Резултатите од одделните опити y^i во точките на k -факторното пространство се претставуваат со вектор:

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (4)$$

Во секоја точка x^i може да бидат изведени n опити чии резултати се:

$$y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in}$$



Сл. 3. 36 Целосен факторен план за $n = 1$ (а), $n = 2$ (б) и $n = 3$ (в)

а во пресметките се користат средните вредности од опитите:

$$y_i = \bar{y}_i = n^{-1} \cdot (y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{in})$$

Оценките на векторот на коефициентите \hat{a} се пресметуваат со помош на методот на најмалите квадрати [3.16] преку изразот:

$$\hat{a} = (F' \cdot F)^{-1} \cdot F' \cdot Y = C \cdot F' \cdot Y \quad (5)$$

Матрицата C во изразот (5) е со димензии $(k+1) \times (k+1)$:

$$C = (F' \cdot F)^{-1}$$

и се вика дисперзиона матрица и во општ случај ја има следната структура:

$$C = (F' \cdot F)^{-1} = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & \dots & c_{0k} \\ c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k0} & c_{k1} & \dots & c_{kk} \end{bmatrix} \quad (6)$$

а производот од матрицата $F' \cdot Y$ изгледа вака:

$$F' \cdot Y = \begin{bmatrix} x_{01} & x_{02} & \dots & x_{0N} \\ x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_{0i} \cdot y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N x_{ki} \cdot y_i \end{bmatrix}$$

Според тоа равенката (5) може да се напише во овој облик:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \dots \\ \hat{a}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & \dots & c_{0k} \\ c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k0} & c_{k1} & \dots & c_{kk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_{0i} \cdot y_i \\ \sum_{i=1}^N x_{1i} \cdot y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N x_{ki} \cdot y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

од каде што е:

$$\hat{a}_i = \sum_{j=1}^k \left[c_{ij} \sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot y_i \right] \quad (8)$$

при ортогонално планирање на експериментот, т.е. кога е:

$$\sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot x_{pi} = 0, \quad j \neq p$$

матрицата $F'F$ го добива овој вид:

$$F'F = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_{0i}^2 & 0 & \dots & 0 \\ & \sum_{i=1}^N x_{1i}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^N x_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

поради тоа дисперзионата матрица ќе биде:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sum_{i=1}^N x_{0i}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^N x_{1i}^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sum_{i=1}^N x_{ki}^2} \end{bmatrix}$$

односно

$$C = \begin{bmatrix} c_{00} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{11} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & c_{kk} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \cdot I_k \quad (9)$$

каде што е I_k - единична матрица од k -ти ред. Со ваков облик на дисперзионата матрица, респектирајќи ги изразите (7) и (8) оценката на коефициентите на регресионата равенка во случај на ортогонално планирање се добива според изразот:

$$\hat{a}_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ji} \cdot y_i}{\sum_{j=1}^N x_{ji}^2} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot y_i}{N} \quad (10)$$

Коефициентите на регресијата, пресметани според напред дадените изрази (на пример според изразот (8)), се случајни големини, бидејќи се пресметуваат врз основа на резултатите од експериментите кои се случајни големини. Во општ случај тие коефициенти имаат различни дисперзии и разни меѓусебни корелации (различни коваријации и коефициенти на корелации).

Сите статистички својства на коефициентите, а според тоа и на равенката на регресијата, ги одредува дисперзионата матрица C помножена со оценката на дисперзијата на експериментот S_y^2 , т.е.:

$$C \cdot S_y^2 = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{01} & \dots & c_{0k} \\ c_{10} & c_{11} & \dots & c_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k0} & c_{k1} & \dots & c_{kk} \end{bmatrix} \cdot S_y^2 = \begin{bmatrix} S_{a_0}^2 & \text{cov } a_0 a_1 & \dots & \text{cov } a_0 a_k \\ \text{cov } a_0 a_1 & S_{a_1}^2 & \dots & \text{cov } a_1 a_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov } a_0 a_k & \text{cov } a_1 a_k & \dots & S_{a_k}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Одовде се добиваат оценките на дисперзиите на коефициентите на регресија:

$$S_{a_i}^2 = c_{ii} S_y^2 \quad (12)$$

нивната коваријација:

$$\text{cov } a_i a_j = c_{ij} \cdot S_y^2 \quad (13)$$

и коефициентите на корелација меѓу нив:

$$r_{a_i a_j} = \frac{c_{ij}}{c_{ii} c_{jj}} \quad (14)$$

При ортогонално планирање елементите c_{ij} на дисперзионата матрица се нула, па матрицата (11) го добива следниов облик:

$$C S_y^2 = \begin{bmatrix} c_{00} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{11} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & c_{kk} \end{bmatrix} \cdot S_y^2 = \begin{bmatrix} S_{a_0}^2 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & S_{a_1}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & S_{a_k}^2 \end{bmatrix} =$$

$$\left[\begin{array}{cccc}
 \frac{S_y^2}{N \sum_{i=1}^N x_{0i}^2} & 0 & \dots & 0 \\
 0 & \frac{S_y^2}{N \sum_{i=1}^N x_{1i}^2} & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & \dots & \frac{S_y^2}{N \sum_{i=1}^N x_{ni}^2}
 \end{array} \right] \quad (15)$$

Според тоа, при ортогонално планирање дисперзијата на оценката на коефициентите на регресијата се пресметува според формулата:

$$S_{a_1}^2 = \frac{S_y^2}{n \sum_{i=1}^N x_{ji}^2} \quad (16)$$

а доколку е исполнет условот на нормалноста, т.е. доколку е

$$\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N \quad j = 0, 1, 2, \dots, k$$

тогаш е : $S_{a_i}^2 = \frac{S_y^2}{N}$ (17)

Оценката на дисперзијата на експериментот S_y^2 може да се добие само со повторување на опитите. Во зависност од карактерот на повторувањата, можни се неколку начини на оценката на дисперзијата.

Ако сите опити, кои се зададени со планот на експериментот, се извршат еднаш, а еден од нив (најчесто во центарот на планот на експериментот) се повторува неколку пати, тогаш дисперзијата на опитот се пресметува според формулата:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{g=1}^{n_0} (y_{og} - y_o)^2}{f_1} \quad (18)$$

каде што е y_{og} - резултатот од g -тиот повторуван опит во центарот на планот; \bar{y}_o - средна аритметичка вредност од сите n_o повторувани опити во центарот на планот; f_1 - број степени на слобода и тој е $f_1 = n_o - 1$.

Втор начин е да се повторат сите или неколку опити од планот при што бројот на повторувањата може да е ист или различен. Ако бројот на повторувањата е различен најнапред се пресметуваат дисперзиите од секој опит:

$$S_{y_i}^2 = \frac{\sum_{g=1}^{n_i} (y_{ig} - \bar{y}_i)^2}{f_i} \quad (19)$$

каде што е y_{ig} - резултат на g -тото повторување на i -тиот опит; \bar{y}_i - средна аритметичка вредност на сите n_i повторувања на i -тиот опит; f_i - број степени слобода при одредување i -тата дисперзија, а тој е $f_i = n_i - 1$.

Потоа се одредува средната дисперзија на опитите според изразот:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N f_i \cdot S_{y_i}^2}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (20)$$

Овој израз може да се напише и вака:

$$S_y^2 = \frac{\frac{(n_1 - 1) \sum_{g=1}^{n_1} (y_{1g} - \bar{y}_1)^2}{(n_1 - 1)} + \frac{(n_2 - 1) \sum_{g=1}^{n_2} (y_{2g} - \bar{y}_2)^2}{(n_2 - 1)} + \dots}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots} \quad (21)$$

односно:

$$S_{y_i}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{g=1}^{n_i} (y_{ig} - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (n_i - 1)} \quad (22)$$

Кога бројот на повторувањата на опитите е ист, т.е. $n_i = n$ образецот (20) го добива овој облик:

$$S_y^2 = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^N (y_{ig} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^N S_{yi}^2}{N} \quad (23)$$

а образецот (22) облик:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{g=1}^N (y_{ig} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)} \quad (24)$$

Пред да се користат обрасците (21) и (22) треба да се провери еднородноста на дисперзиите. При ист број повторувања на опитите, проверката се врши според критериумот на Кохрен [3.24; 3.26] при што треба да се одреди вредноста

$$G_r = \frac{S_{yi}^2 \max}{\sum_{i=1}^N S_{yi}^2} \quad (25)$$

каде што е $S_{yi}^2 \max$ најголема дисперзија меѓу N -те дисперзии на планот на експериментот.

G_r се споредува со вредноста за G -критериумот кој се чита од табела (G_t) во зависност од нивото на значајноста α , бројот степени на слобода $f = n-1$ и бројот на опитите во планот на експериментот N (прилог -7). Дисперзиите се сметаат еднородни доколку е:

$$G_r < G_t \quad (26)$$

За проверка на хипотезата за статистичката значајност на коефициентите на регресија пред се се пресметува нивната дисперзија, за што се користат изразите (15) или (17).

Ако опитите се повторуваат матрицата (15) го добива следниот вид:

$$\begin{bmatrix} S_{a0}^2 & \dots & 0 \\ 0 & S_{a1}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & S_{ak}^2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{S_y^2}{\sum_{i=1}^N x_{0i}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{S_y^2}{\sum_{i=1}^N x_{1i}^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{S_y^2}{\sum_{i=1}^N x_{ni}^2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

а доколку бројот на повторувањата е ист и еднаков на n , дисперзијата на оценките на коефициентите се пресметува според формулата:

$$S_{a_1}^2 = \frac{S_y^2}{n \sum_{i=1}^N x_{ji}^2} = \frac{S_y^2}{n N} \quad (28)$$

При ортогоналното планирање значајноста на коефициентите може да се провери на два начина: По едниот начин се споредува апсолутната вредност на коефициентот со неговиот интервал на доверба, кој се пресметува според следната формула:

$$\Delta a_i = t_{\alpha, f_1} \cdot S a_i \quad (29)$$

каде што е t -критериум на Студент кој се чита од статистичката табела во прилогот -4, во зависност од нивото на значајноста α и бројот степени на слобода $f_1 = N \cdot (n-1)$; $S a_1$ - средна квадратна грешка при одредување на коефициентот на регресијата.

Коефициентот се смета за статистички значаен кога неговата апсолутна вредност е поголема од интервалот на доверба или е еднаква на него, т. е.

$$|a_i| \geq \Delta a_i \quad (30)$$

По вториот начин, значајноста на коефициентот може да се

провери според t -критериумот, што се пресметува според формулата:

$$t_r = \frac{|a_i|}{S_{a_i}} \quad (31)$$

Коефициентот е значаен доколку е t_r поголем или еднаков на $t_t(\alpha, f_1)$ т.е.

$$t_r > t_t(\alpha; f_1) \quad (32)$$

Проверка на хипотезата за адекватноста на моделот, т.е. барањето одговор на прашањето може ли да се користи добиената равенка или е потребно да се бара посложен математички модел, најчесто се врши со помош на F -критериумот (критериумот на Фишер). Неговата пресметковна вредност се одредува според формулата:

$$F_r(f_2; f_1) = \frac{S_{\text{неад}}^2}{S_y^2} \quad (33)$$

каде што е:

$$S_{\text{неад}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2}{f_2} = \frac{S S_{\text{неад}}}{f_2}$$

каде што е y_i -вредноста на одзивот на i -тиот опит пресметана според равенката на регресијата; y_i -експериментална вредност на одзивот; f_2 -број степени на слобода кој се одредува од изразот:

$$f_2 = N - k' \quad (34)$$

каде што е k' - број на значајните коефициенти во равенката на регресијата (тука влегува и a_0); N -број на опити во планот на експериментот.

Хипотезата за адекватноста на равенката се прифаќа во случајот кога пресметковната вредност на F -критериумот - F_r , не е поголема од табличната - F_t , за одредено ниво на значајност, т.е. кога е:

$$F_r \leq F_t \quad (35)$$

Формулата (33) се применува само кога опитите во состав на планот на експериментот не се повторуваат. Притоа за

пресметка на F-критериумот се користи дисперзијата S_y^2 , која е определена според опити кои не влегуваат во планот на експериментот, на пример, според повторени опити во центарот на планот.

Доколку за одредување на S_y^2 се повторуваат опитите во планот, тогаш броителот во изразот (33) се пресметува различно, во зависност од начинот на повторувањето на опитите.

При различен број на повторувања на опитите:

$$S S_{\text{неад}} = \sum_{i=1}^N n_i (y_{ir} - \bar{y}_i)^2 \quad (36)$$

каде што е \bar{y}_i — средна вредност од n_i — повторувања на i -тиот опит.

При ист број на повторување на опитите:

$$S S_{\text{неад}} = n \sum_{i=1}^N (\hat{y}_{ir} - y_i)^2 \quad (37)$$

Накучо, формирањето на математичкиот модел на процесот според експериментални податоци се врши на следниот начин: се усвојува видот на математичкиот модел, се изведуваат опитите според планот на експериментот, врз основа на резултатите од експериментот се пресметуваат оценките на непознатите параметри на моделот и се проверува правилноста на изборот на видот на моделот. Доколку првоизбраниот модел не задоволува, се оди на посложен вид модел, а опитите се вршат според постоечките планови за соодветниот вид модел [3.16; 3.23; 3.25; 3.26].

3.5.4.2. Примена на методот на целосниот факторен експеримент

Како што веќе беше речено, во оваа точка, ќе биде презентирана примената на методот на целосниот факторен експеримент при анализа на влијателните фактори на промените на силата на вовлекувањето на амортизерот (Fv) во текот на експлоатацијата (види сл. 31 б). По детално изучување на сите причини кои што влијаат на слабеењето на придушната моќ на амортизерот при неговото вовлекување, решено е да се бара математичката зависност меѓу силата на вовлекувањето (Fv) и факторите x_1, x_2 и x_3 додека дејството на останатите два фактори се занемарува [2.3]. На тој начин бројот на опитите во експериментот е прифатлив — изнесува осум, а доколку би се земале предвид сите пет фактори потребни се 32 опити.

Се претпоставува дека математичкиот модел од видот

$$\hat{z} = \hat{a}_0 + \sum_{1 \leq i \leq 3} a_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3} a_{ij} x_i x_j + a_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (38)$$

ке одговара на математичката врска меѓу силата при собирање на амортизерот (z) и факторите x_1 , x_2 и x_3 .

Извршени се осум опити според матрицата на планирањето на експериментот X , а секој опит е повторуван четири пати. Опитите се вршени со амортизери кај кои што трите променливи фактори се менуваат според планот на експериментот, а мерењето на силата на извлекувањето Z е вршено на уредот за испитување амортизери. Резултатите од мерењата и средната сила при вовлекувањето на амортизерот од повторуваните опити се дадени во табелата бр. 3. 20. Нивоата на варирањето на факторите x_1 , x_2 и x_3 се дадени во табелата бр. 3. 8.

Табела бр. 3. 20

| Број на опитот | Матрица X | | | \bar{z}_1 | \bar{z}_2 | \bar{z}_3 | \bar{z}_4 | \bar{z} |
|----------------|-------------|-------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | daN | daN | daN | daN | daN |
| 1 | + | + | + | 5,0 | 4,0 | 5,0 | 7,0 | 5,25 |
| 2 | - | + | + | 15,0 | 12,0 | 8,0 | 10,0 | 11,25 |
| 3 | + | - | + | 40,0 | 40,0 | 50,5 | 50,0 | 45,0 |
| 4 | - | - | + | 45,0 | 42,0 | 45,0 | 40,0 | 43,0 |
| 5 | + | + | - | 27,5 | 27,0 | 22,5 | 22,0 | 24,75 |
| 6 | - | + | - | 29,0 | 26,0 | 25,0 | 22,0 | 25,5 |
| 7 | + | - | - | 40,0 | 40,0 | 40,0 | 35,0 | 38,75 |
| 8 | - | - | - | 45,0 | 45,0 | 45,0 | 40,0 | 43,75 |

За откривање на математичкиот модел на силата при вовлекување на амортизерот во функција од трите напред наведени фактори, е применет математичкиот апарат на регресионата анализа даден во т. 3. 5. 4. 1.

Така дисперзијата на силата Z е пресметана со помош на табелата бр. 3. 21 и образецот (18). За проверка на еднородноста на дисперзиите се користи критериумот на Кохрен – образецот (25).

$$\text{Бидејќи е } S_{t_{i \max}}^2 = 105,25, \text{ а } \sum_{i=1}^g S_{ti}^2 = 244,55, \text{ тогаш е}$$

$$Gr = 105,25/244,55 = 0,4303. \text{ За } \alpha = 0,05, f = 4-1 = 3 \text{ и } N = 8,$$

Табела бр. 3. 21

| Број на опит | Број на повт. | $\frac{z}{\text{daN}}$ | \bar{z} $\frac{\bar{z}}{\text{daN}}$ | $S_{z_i}^2$ | Број на опит | Број на повт. | $\frac{z}{\text{daN}}$ | \bar{z} $\frac{\bar{z}}{\text{daN}}$ | $S_{z_i}^2$ |
|--------------|---------------|------------------------|---|-------------|--------------|---------------|------------------------|---|-------------|
| 1 | 1 | 5,0 | 5,25 | 4,75 | 5 | 1 | 27,5 | 24,75 | 25,25 |
| | 2 | 4,0 | | | | 2 | 27,0 | | |
| | 3 | 5,0 | | | | 3 | 22,5 | | |
| | 4 | 7,0 | | | | 4 | 22,0 | | |
| 2 | 1 | 15 | 11,25 | 26,74 | 6 | 1 | 29,0 | 25,5 | 25,0 |
| | 2 | 12 | | | | 2 | 26,0 | | |
| | 3 | 8 | | | | 3 | 25,0 | | |
| | 4 | 10 | | | | 4 | 22,0 | | |
| 3 | 1 | 40 | 45,0 | 105,3 | 7 | 1 | 40,0 | 38,75 | 20,81 |
| | 2 | 40 | | | | 2 | 40,0 | | |
| | 3 | 50,5 | | | | 3 | 40,0 | | |
| | 4 | 50 | | | | 4 | 35,0 | | |
| 4 | 1 | 45 | 43,0 | 18,0 | 8 | 1 | 45 | 43,75 | 18,75 |
| | 2 | 42 | | | | 2 | 45 | | |
| | 3 | 45 | | | | 3 | 45 | | |
| | 4 | 40 | | | | 4 | 40 | | |

} 244,55

табличната вредност на G-критериумот е $G_c = 0,438$, па бидејќи е $G_c > G_r$ дисперзиите на опитите се еднородни, Средната дисперзија на опитите е $S_z^2 = 244,55/8 = 30,57$.

Со оглед на видот на претпоставениот математички модел (38) во табелата бр. 3. 22 е формирана матрица F.

Векторот на коефициентите на математичкиот модел (38) според матричната равенка (5) е:

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_{12} \\ \hat{a}_{13} \\ \hat{a}_{23} \\ \hat{a}_{123} \end{bmatrix} = \frac{1}{8} I_8 \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5,25 \\ 11,25 \\ 45,00 \\ 43,0 \\ 24,75 \\ 25,50 \\ 38,75 \\ 43,75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29,66 \\ -1,22 \\ -12,97 \\ -3,53 \\ -0,47 \\ 0,22 \\ -4,9 \\ -1,53 \end{bmatrix}$$

Табела бр. 3. 22

| Број на опитот | Матрица F | | | | | | | | ȳ дан |
|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|----------|
| | X ₀ | Матрица X | | | X ₁ X ₂ | X ₁ X ₃ | X ₂ X ₃ | X ₁ X ₂ X ₃ | |
| | | X ₁ | X ₂ | X ₃ | | | | | |
| 1 | + | + | + | + | + | + | + | + | 5,25 |
| 2 | + | - | + | + | - | - | + | - | 11,25 |
| 3 | + | + | - | + | - | + | - | - | 45,00 |
| 4 | + | - | - | + | + | - | - | + | 43,00 |
| 5 | + | + | + | - | + | - | - | - | 24,75 |
| 6 | + | - | + | - | - | + | - | + | 25,50 |
| 7 | + | + | - | - | - | - | + | + | 38,75 |
| 8 | + | - | - | - | + | + | + | - | 43,75 |

Дисперзија на оценките на коефициентите пресметана според формулата (28) е $S_{a_1}^2 = 0,9553$. За ниво на значајноста $\alpha = 0,05$ и степени на слобода $f_1 = 8(4-1) = 24$ од табела за t -критериум се добива $t_{0,05;24} = 2,06$. Според формулата (29) доверителниот интервал е $\Delta a_1 = 2,013$, па статистички значајни коефициенти се a_0 , a_2 , a_3 и a_{23} . Затоа равенката на регресијата ќе го има овој облик:

$$Z = 29,66 - 12,97 X_2 - 3,53 X_3 - 4,9 X_2 X_3 \quad (39)$$

Пресметковните вредности на излезната големина се:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \\ z_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 29,66 \\ -12,97 \\ -3,53 \\ -4,90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,26 \\ 8,26 \\ 44,00 \\ 44,00 \\ 25,12 \\ 25,12 \\ 41,26 \\ 41,26 \end{bmatrix}$$

Споредување на вредностите на излезната големина добиена експериментално и пресметковно, со цел да се изврши проверка на адекватноста на математичкиот модел (39) е извршено во таб. бр. 3. 23.

Табела бр. 3. 23

| Број на опитот | \bar{z} | \hat{z} | $ \Delta z $ | Δz^2 |
|-------------------|-----------|-----------|--------------|--------------|
| 1 | 5,25 | 8,26 | 3,0 | 9,0 |
| 2 | 11,25 | 8,26 | 2,99 | 8,94 |
| 3 | 45,0 | 44,0 | 1 | 1 |
| 4 | 43,0 | 44,0 | 1 | 1 |
| 5 | 24,75 | 25,12 | 0,37 | 0,13 |
| 6 | 25,5 | 25,12 | 0,38 | 0,14 |
| 7 | 38,75 | 41,26 | 2,51 | 6,3 |
| 8 | 43,75 | 41,26 | 2,49 | 6,2 |

$$\sum = 32,7$$

Пресметковната вредност на F-критериумот е $F_r(4; 24) = 1,0696$, а за ниво на доверба $\alpha = 0,05$ табличната вредност е $F_t(4; 24) = 2,7$, а бидејќи е $F_r < F_t$ хипотезата за адекватноста на моделот (39) се прифаќа со 5% ниво на доверба.

Равенката на регресијата (39) е изразена со кодираните вредности на факторите x_2 и x_3 . За таа да се трансформира во равенка со природни вредности на факторите x_2 и x_3 , се користи општата формула, за трансформација на кодираните вредности во природни, а таа е:

$$x_i = \frac{x_i - x_{i0}}{\Delta x_i}$$

каде што е:

- x_i — кодова вредност на i -тиот фактор
- x_i — природна вредност на i -тиот фактор
- x_{i0} — основно ниво на i -тиот фактор
- Δx_i — полуинтервал на варирането и тој е

$$\Delta x_i = \frac{x_{ig} - x_{id}}{2}$$

- x_{ig} — горно ниво на варирането
- x_{id} — долно ниво на варирането

Изразите за кодираните вредности на факторите X_2 и X_3 , со оглед на податоците дадени во табелата бр. 3.8 се:

$$X_2 = \frac{x_2 - 0,093}{0,077} ; \quad X_3 = \frac{x_3 - 15,8}{13}$$

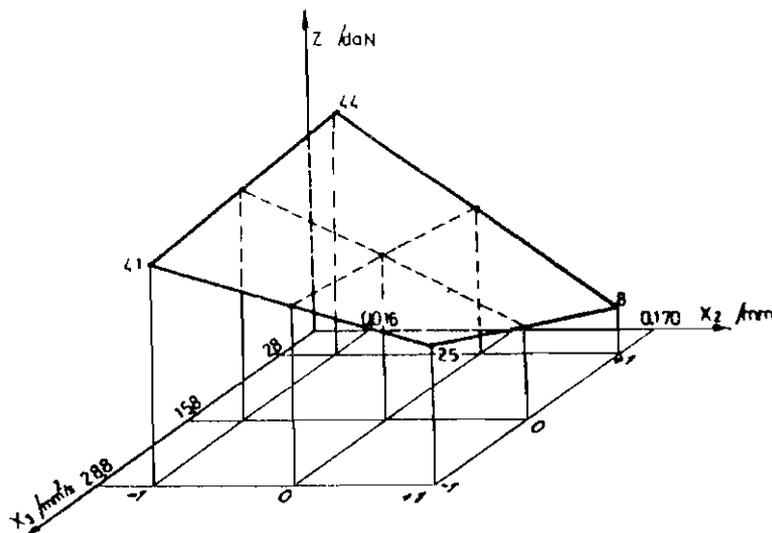
така што, кога тие ќе се заменат во равенката (39) се добива изразот за силата, при собирањето на амортизерот изразена со природните вредности на влијателните фактори:

$$z = 48,27 - 245 x_2 - 0,19 x_3 + 4,9 x_2 x_3 \quad (40)$$

Со помош на равенката (39) и помошната табела бр. 3.24 на сл. 3.37 е нацртана промената на силата на вовлекувањето на амортизерот во зависност од зјајот меѓу водилката и клипницата (x_2) и вискозноста на маслото x_3 .

табела 3.24

| Параметри | | $\frac{z}{\text{daN}}$ | Параметри | | $\frac{z}{\text{daN}}$ |
|-----------|-------|------------------------|-----------|-------|------------------------|
| X_2 | X_3 | | X_2 | X_3 | |
| -1 | -1 | 41,0 | +1 | 0 | 16,7 |
| +1 | -1 | 25,1 | 0 | +1 | 26,1 |
| +1 | +1 | 8,26 | -1 | 0 | 42,6 |
| -1 | +1 | 44,0 | 0 | 0 | 29,7 |
| 0 | -1 | 33,2 | | | |

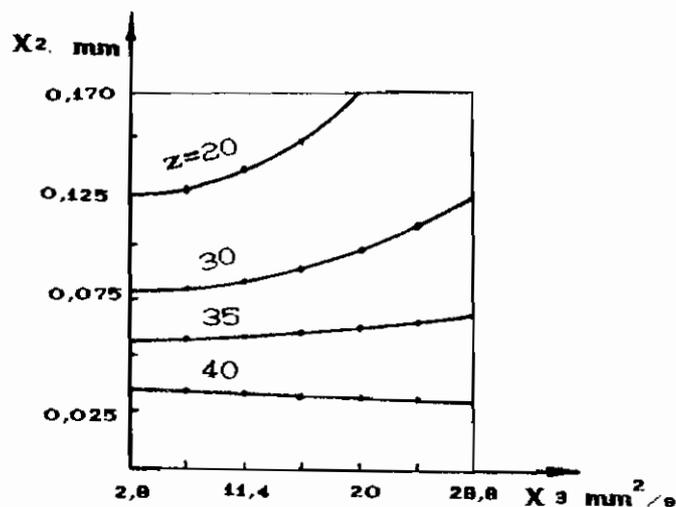


сл. 3.37. Промена на силата при вовлекување на амортизерот со промена на зјајот x_2 и вискозноста x_3

Табела бр. 3.25

| $\frac{Z}{\text{daN}}$ | Зададени вредности за $x_3 / \text{mm}^2/\text{s}$ | | | | |
|------------------------|--|-------|-------|-------|-------|
| | 7,1 | 11,4 | 15,7 | 20,0 | 24,3 |
| | Добиени вредности за x_2 / mm | | | | |
| 20 | 0,128 | 0,138 | 0,151 | 0,169 | 0,189 |
| 30 | 0,080 | 0,085 | 0,090 | 0,100 | 0,109 |
| 35 | 0,057 | 0,059 | 0,061 | 0,066 | 0,069 |
| 40 | 0,033 | 0,032 | 0,031 | 0,031 | 0,029 |

Со цел да се добие визуелен увид во промената на силата Z од факторите x_2 и x_3 , искористена е равенката (40) и со помош на табелата бр. 23 на сл. 3.38 се нацртани кривите на изохипсите $Z = \text{const.}$



Сл. 3.38 Изохипси $Z = \text{const}$ на површината прикажана на сл. 3.37

Од напред изнесеното може да се заклучи дека најголемо влијание на промената на силата на вовлекување на амортизерот има промената на факторот x_2 – зазорот меѓу водилката и клипницата, додека промената на факторот x_3 – вискозноста на маслото, има послабо влијание.

Трајноста на амортизерот може да се зголеми доколку се делува на успорувањето на промените на откриените слаби места во амортизерот. За тоа постојат можности, па според тоа постои и можноста за зголемување на надежноста на амортизерот [3.13].

3.6. ПАРЕТО АНАЛИЗА

Квалитетот на производот се цени според грешките (фелерите) што можат на него да се појават во текот на производството или според отказите во текот на експлоатацијата. На производот можат да се појават одреден број грешки/откази со различна зачестеност и поради различни причини. Во многу случаи, повеќето од грешките/отказите и загубите, што поради нив настануваат, се јавуваат поради релативно мал број причини. Според тоа, доколку се идентификуваат причините за појава на најзастапените грешки/откази можно е значително намалување на количеството производи со грешка или производи во отказ. За решавање на ваков вид проблеми може да се користи Парето анализата (3.20; 3.38).

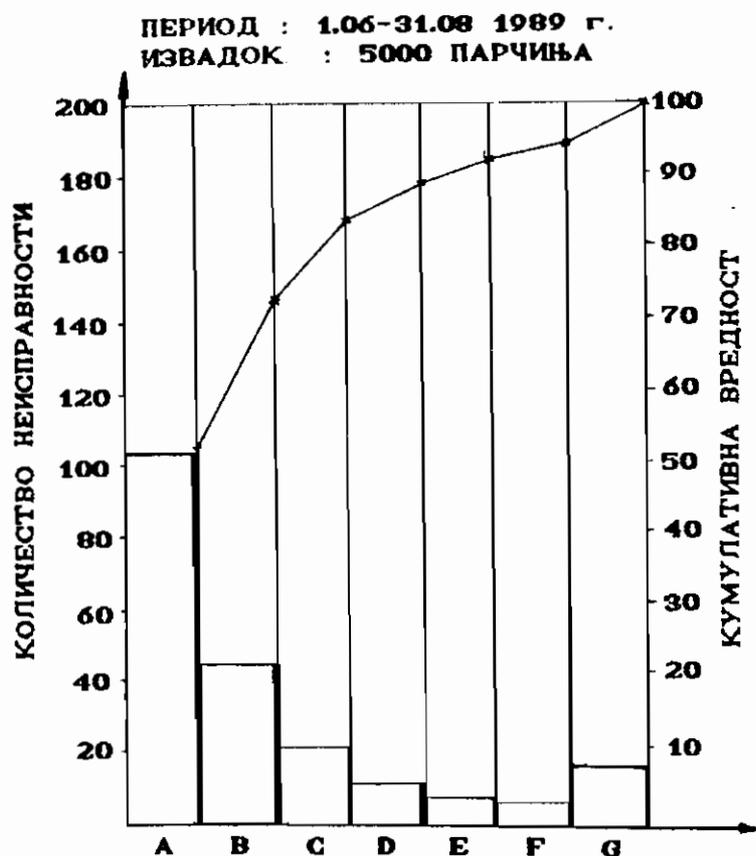
Парето анализата се врши преку Парето дијаграмот. За таа цел е потребно да се дефинира проблемот кој што ќе се анализира: грешките, отказите, трошоците, застоите во работа, повредите при работа и сл. На пример доколку се анализираат грешките кои што се појавуваат на производот, потребно е да се наведат видовите грешки. Потоа се одредува колкаво е количеството на секоја грешка во вкупното количество производи со грешка. Грешките кои ретко се сретнуваат се вбројуваат во "останато". Со така добиените податоци се формира табела во која се наведени грешките според зачестеноста. Групата "останато" се става на последно место во табелата без оглед на

Таб. бр. 3.26

| Оз-нака | Вид грешки | Количество грешки | Кумулативна вредност | Процентуално учество | Кумулативна процентна вредност |
|---------|--------------|-------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|
| A | деформација | 104 | 104 | 52 | 52 |
| B | гребнатица | 42 | 146 | 21 | 73 |
| C | мали дупчиња | 20 | 166 | 10 | 83 |
| D | прснатица | 10 | 176 | 5 | 88 |
| E | дамка | 6 | 182 | 3 | 91 |
| F | шуплина | 4 | 186 | 2 | 93 |
| G | останато | 14 | 200 | 7 | 100 |
| вкупно | | 200 | — | 100 | — |

¹⁾ В. Парето – Италијански економист

нејзината големина (види таб. бр. 3.26). Табелата се дополнува и со рубриците за кумулативните вредности. Врз основа на изготвената табела се црта Парето дијаграмот (сл. 3.39).



Сл. 3.39 Парето дијаграм за грешките

Откога ќе се открие доминантната грешка треба да се изготви Парето - дијаграм на причините за појавата на таа грешка.

Проблемот може да се реши доколку се посматра од различни агли, па затоа се прават различни Парето - дијаграми.

При класификацијата не е пожелно да групата "останато" биде застапена со висок процент.

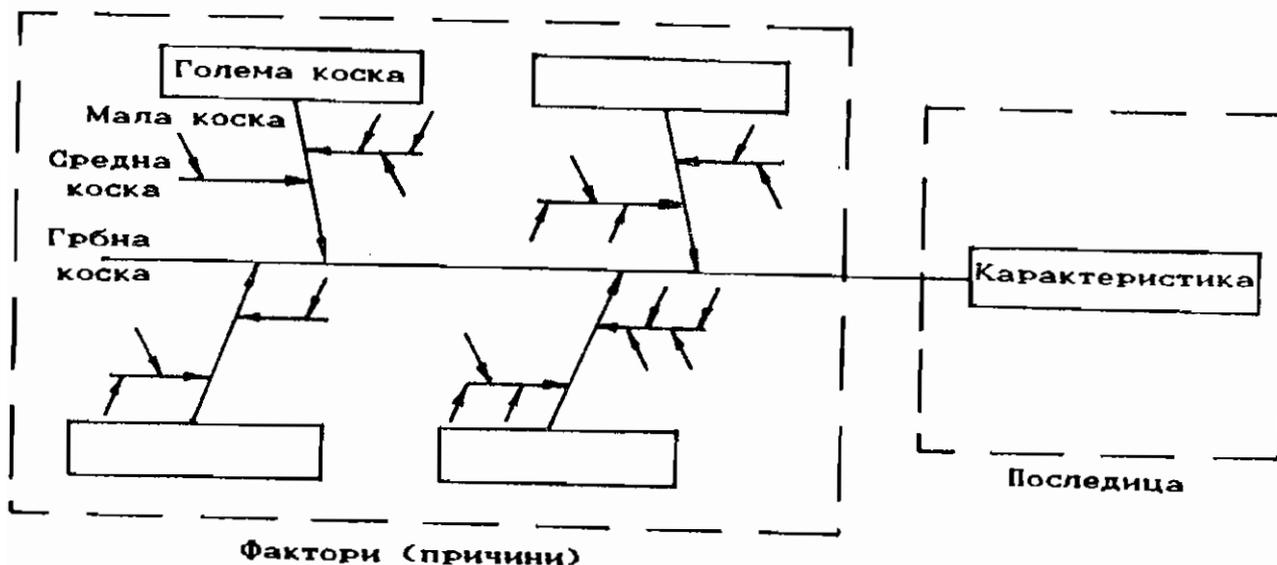
Грешките/отказите можат да бидат посматрани и од аспект на цената на ~~капиталот~~ ^(ценомер). Во тој случај, на вертикалната оска на Парето - дијаграмот, се наведува ~~цената~~ ^{процент} ~~пороци~~ ^{пороци} ~~војба~~ ^{војба} на

посебните грешки/откази.

3.7. ДИЈАГРАМ НА ПРИЧИНИ И ПОСЛЕДИЦА

Дијаграмот на причини и последица се користи за откривање на врската меѓу квалитетот на производот и разновидните фактори кои што имаат влијание врз квалитетот. Изработка на добар дијаграм на причини и последица не е лесна работа. Оние кои успеале да изготват добар дијаграм на причини и последица, всушност го решиле и проблемот за квалитетот на производот.

Дијаграмот на причини и последица се нарекува и "дијаграм ребина коска" бидејќи личи на ребин скелет. (види сл. 3.40).



Сл. 3.40 Структура на дијаграмот причини и последица

Постапката за изработка на дијаграмот причини и последица е следната:

- се дефинираат карактеристиките на квалитетот на производот
- се одбира онаа карактеристика на квалитетот која што ќе се анализира, се впишува во правоаголна рамка и од неа се повлекува линијата "грбна коска". Потоа, како "големи коски", се испишуваат примарните причини што влијаат врз одбраната карактеристика на квалитетот и, исто така, се ставаат во правоаголни рамки.

– се испишуваат секундарните причини што влијаат на "големите коски" (примарните причини) и тие ги сочинуваат "средните коски", а потоа се испишуваат терцијалните причини што влијаат на "средните коски" – малите коски.

– се врши рангирање на факторите според интензитетот на нивното влијание врз одбраната карактеристика на квалитетот, а доминантните фактори посебно се означуваат.

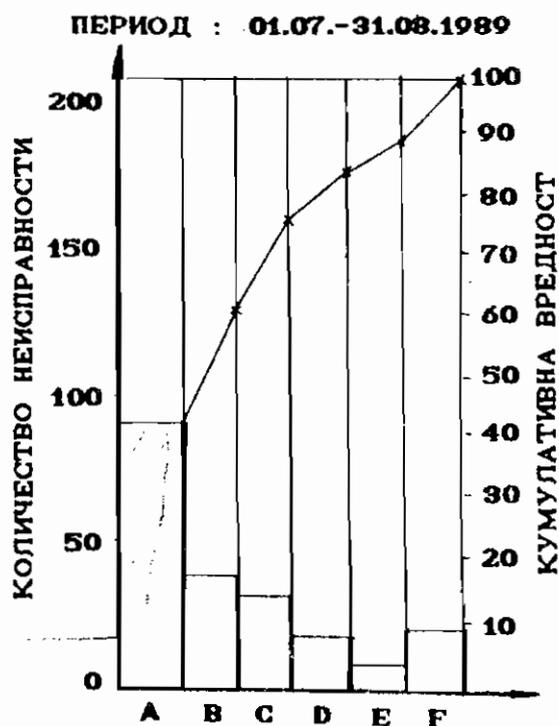
За секоја карактеристика на квалитетот се црта посебен дијаграм на причини и последица. Доколку таков дијаграм се прави за две или повеќе карактеристики, дијаграмот станува гломазен и комплициран за употреба.

Целта е да се откријат оние причини на кои што ќе може да се делува, бидејќи само така може да се подобри карактеристиката на квалитетот.

3.8 КОМБИНИРАНА ПРИМЕНА НА ПАРЕТО ДИЈАГРАМОТ И ДИЈАГРАМОТ НА ПРИЧИНИ И ПОСЛЕДИЦА

При решавањето на проблемите во врска со подобрувањето на квалитетот можат комбинирано да се применуваат повеќе методи. На следниов пример ќе биде прикажана комбинираната промена на Парето дијаграмот и дијаграмот на причини и последица. (З.20).

Врз основа на двомесечна класификација на грешките на еден производ нацртан е Парето дијаграмот (сл. 3.41).



Сл. 3.41 Парето дијаграм за грешките

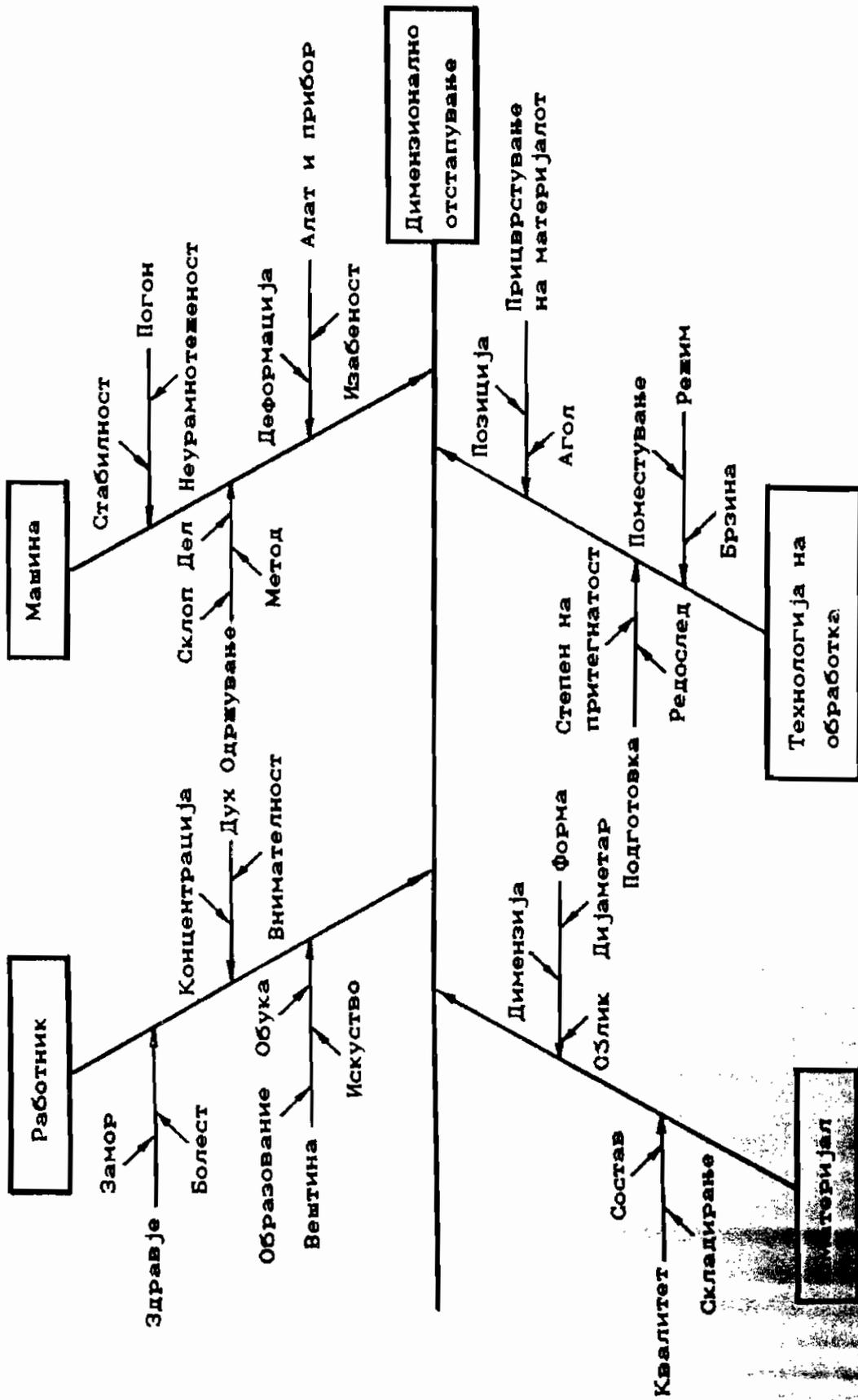
Одлучено е да се намали бројот на производи со грешка при што особено внимание му е посветено на димензионалното отстапување. За таа цел, најнапред, врз основа на дискусијата со компетентни лица е конструиран дијаграм на причини и последица - сл. 3.42.

Потоа е направен Парето дијаграм на причините за димензионалното отстапување (сл. 3.43). Доминантен фактор кој што влијае на димензионалното отстапување е начинот на прицврстувањето на делот при изработката. Бил предложен нов начин на прицврстување, како и други видови подобрувања.

(не ги заборавајте да ги решите грешките со А)

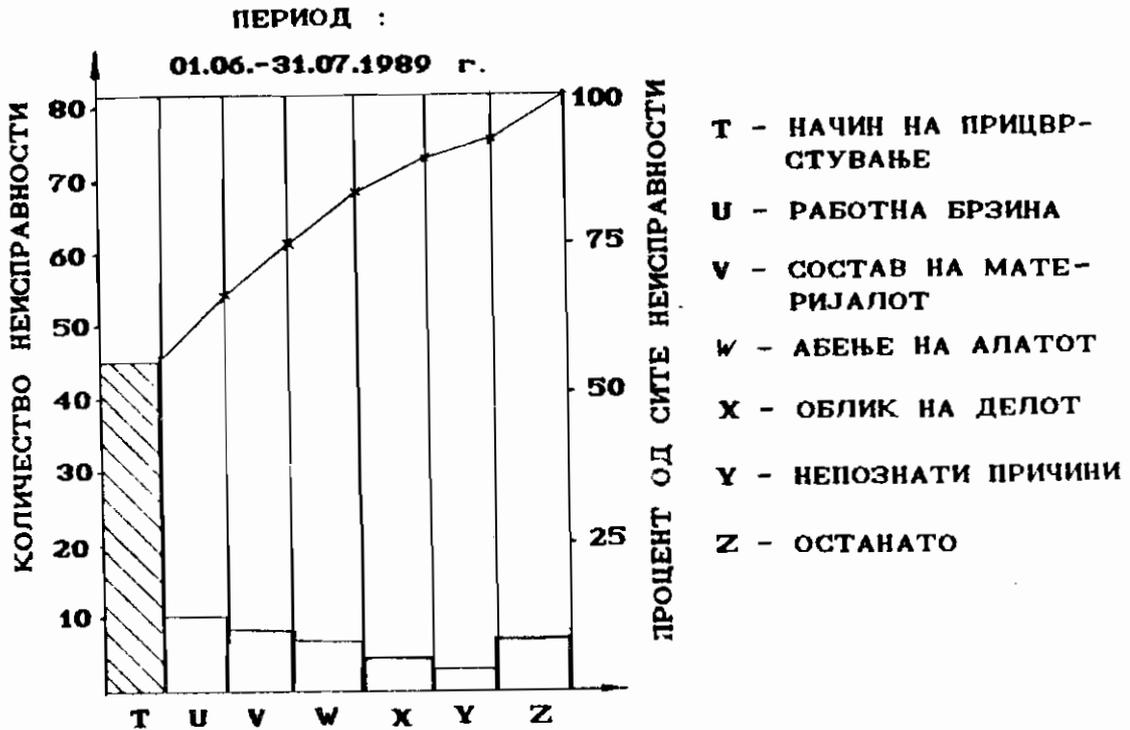
Видете сликата

(Најчесто забораваат да ги решат грешките)

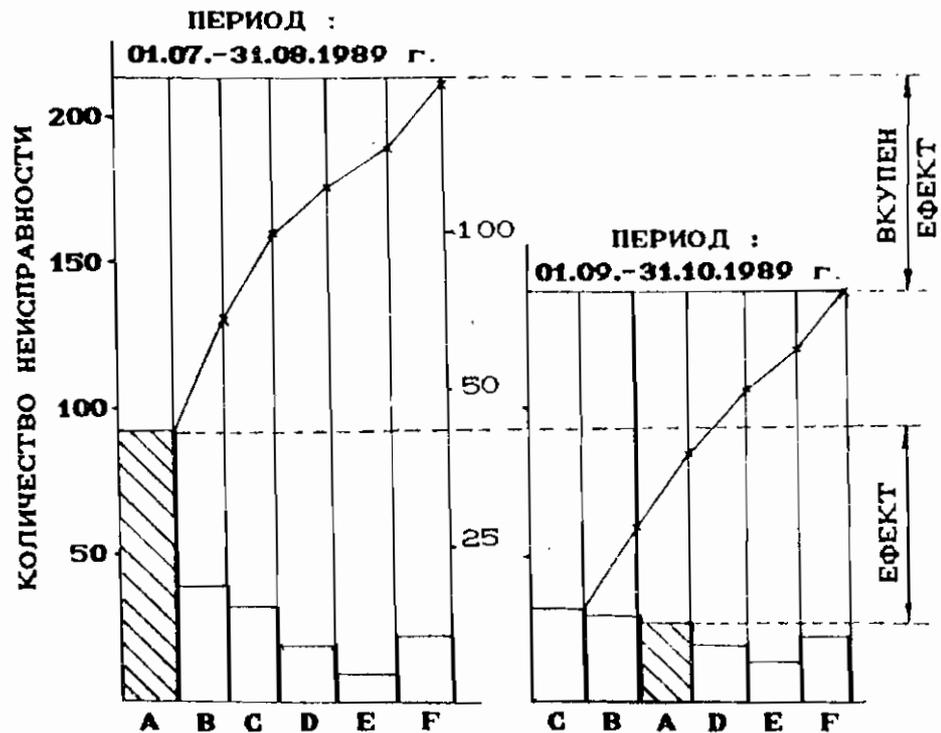


Промена

3.42. Дијаграм за причини и последица за димензионално отстапување



Сл. 3. 43 Парето дијаграм на причини



Сл. 3. 44 Споредување на Парето дијаграмите пред и по подобрувањето

По извршеното подобрување повторно се собирали податоци за грешките, врз основа на кои е направен нов Парето дијаграм на грешките. Ефектот од применетите подобрувања е видлив од сл. 3. 44.

4. НАДЕЖНОСТ НА ДИНАМИЧКИ ОПТОВАРЕНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ

4.1. ВОВЕД

Голем дел од машинските елементи во текот на експлоатацијата се изложени на стохастички напрегана. И покрај ова димензирањето на елементите се вреше под претпоставка да се тие оптоварени со константни оптоварувања, а комплицираноста на оптоварувањето се земаше предвид преку емпириски коректорни фактори како што се: степен на сигурноста, коефициентот на ударното оптоварување и др. При тоа се сметаше дека трајноста на елементот е неограничена. Како резултат на ваквиот приод кон димензионирањето на динамички оптоварените елементи често елементите беа предимензионирани, а и покрај применувањето на степените на сигурноста и другите коректорни фактори, доаѓаше до кршење на елементите.

Порастот на барањата за што подобро искористување на материјалот, т. е. за намалување на масата на елементите, како и за зголемувањето на нивната надежност и издржливост при се потешките експлоатациони услови на работа, придонесе за развој на нова метода за пресметка на машинските елементи. Новиот начин на димензионирањето на елементите претпоставува комплексно познавање на оптоварувањата на кои што е изложен елементот во текот на експлоатацијата, како и познавање на неговата отпорност /издржливост на таквите оптоварувања. Добивањето на таквите информации е сврзано со одредени мерења и испитувања со што се усложнува процесот на димензионирањето на елементите.

Исполнувањето на барањето за намалување на масата на елементот (намалувањето на неговите димензии) при истовремено зголемување на неговата надежност, на прв поглед изгледа невозможно. Меѓутоа, ова барање може да се исполни со примена на современиот приод кон димензионирањето. Со таквиот приод е овозможено оптимално димензионирање на елементите, за дефинирани експлоатациони услови и за дефинирано ниво на нивната надежност во тек на одреден експлоатационен период.

Проблемот може да се дефинира и на друг начин: колкава е издржливоста(надежноста) на одреден елемент за дадените експлоатациони услови?. Одговорот и на ова прашање исто така е сврзан со одредени мерења на работните оптоварувања и

лабораториски испитувана на издржливоста на елементот.

За намалувањето на масата на елементите и за зголемувањето на нивната надежна работа, придонесуваат и современите материјали и технолошки процеси при производството на машинските елементи кои во текот на работењето, се изложени на динамички оптоварувања (4.7; 4.10; 4.18; 4.32).

Во продолжение ќе стане збор за работните оптоварувања, и одредување на издржливоста и надежноста на динамички оптоварените елементи.

4.2 РАБОТНИ ОПТОВАРУВАЊА НА ЕЛЕМЕНТИТЕ

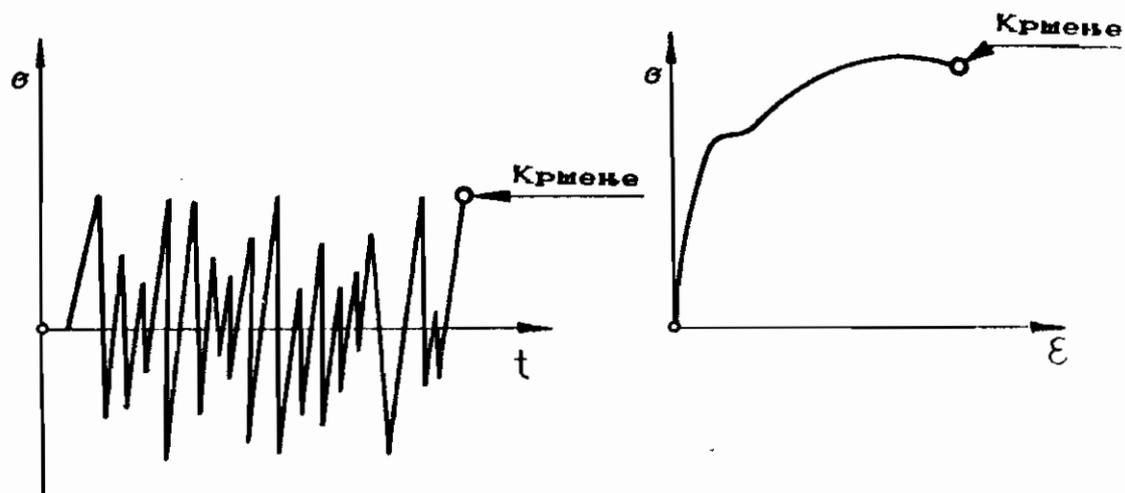
Во текот на експлоатацијата, под влијание на надворешните оптоварувања, машинските елементи се изложени на статички или динамички напрегања. И едните и другите напрегања можат да предизвикаат кршење или трајни деформации на деловите, поради што тие не се во состојба понатаму да ја вршат функцијата за која што се наменети.

За да дојде до онеспособување на елементот под дејство на статичките напрегања потребно е тие да бидат поголеми од критичните напрегања. За критично напрегање може да се усвои границата на течењето или границата на кинењето на материјалот.

Меѓутоа, кај динамички оптоварените елементи до кршење на елементот може да дојде и под дејство на напрегања кои се далеку од критичните напрегања. Причина за ваквата појава е заморот на материјалот под дејство на динамичките оптоварувања. На тој начин се објаснува кршењето и на оние елементи кои се димензионирани и со одреден степен на сигурност.

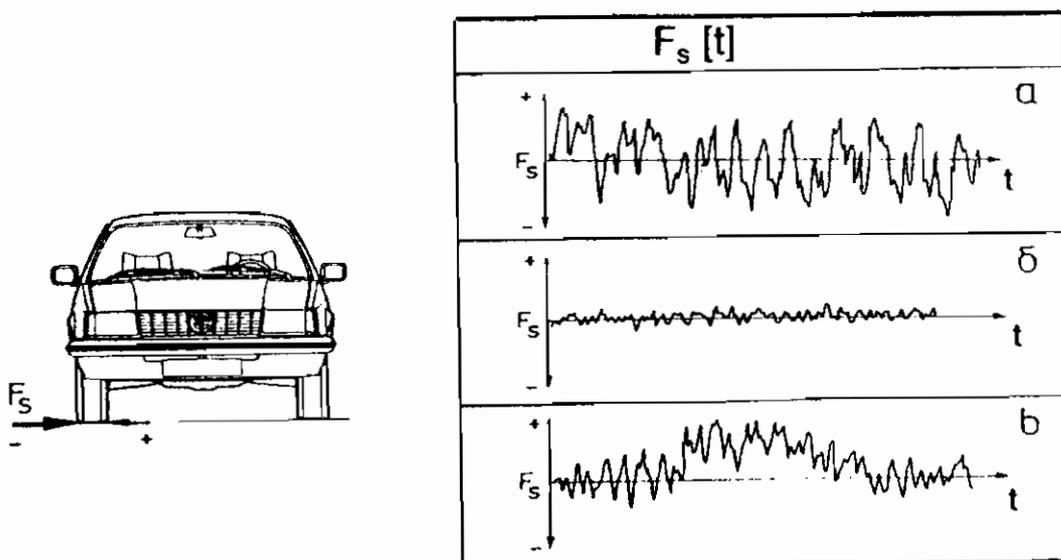
На сл. 4.1 се дадени споредбените дијаграми на промената на напрегањето во динамички оптоварен дел и дел оптоварен на квази статичко истегане. Од нив се гледа дека при интензивните динамички напрегања и помало напрегање од критичното статичко напрегање може да предизвика кршење.

Голем дел од машинските елементи се изложени на динамички стохастички напрегања, чии средни вредности, амплитуди и зачестености се менуваат во зависност од најразличните отпори кои што машината ги совладува вршејќи корисна работа. Мерењето на работните оптоварувања /напрегања, се врши во услови кои се карактеристични за работата на одредена машина. На сл. 4.2 се прикажани промените на бочната



Сл. 4.1 Споредба на динамички и статички напрегања

сила на тркалото на едно возило во зависност од експлоатационите услови. Резултатите од мерењето се користат како основа за симулирање на експлоатационите оптоварувања во лабораториски услови со цел да се одреди издржливоста на динамички оптоварените делови или при пресметката на надежноста /издржливоста на одреден динамички оптоварен елемент во дадени експлоатациони услови, за што подоцна ќе стане збор.



Сл. 4.2 Промена на бочната сила на тркалото при возење по
а) нерамен пат б) автопат в) во кривина

4.2.1 Одредување на работните оптоварувања

Работните оптоварувања можат да се одредат на аналитички или/и експериментален начин. Во општ случај експерименталниот начин на одредување на работните оптоварувања е поточен, но за негово реализирање е потребно да постои објект на мерењето. Наспроти тоа, аналитичкиот начин на одредувањето на работните оптоварувања е понеточен, поевтин, побрз и може да се изврши за објект кој се уште не постои – во фазата на неговиот развој.

Аналитичкиот начин на одредувањето на работните оптоварувања се темели на обрасците со кои се пресметуваат отпорите кои што треба машината да ги совлада при вршењето полезна работа во разни експлоатациони околности – отпорите на движењето на возилото, отпорите на реженето на материјалот кај машините алатки и т.н. Во продолжение ќе биде изнесен методот на одредувањето на работните оптоварувања по експериментален начин. Принципите на ваквиот начин на одредување на работните оптоварувања се универзално применливи.

4.2.1.1 Експериментално одредување на работните оптоварувања

Експерименталното одредување на работните оптоварувања се состои од неколку активности и тоа: дефинирање на експлоатационите услови на работењето на машините, дефинирање на програмата на мерењето, реализирање на мерењето, обработка на резултатите на мерењето и нивна статистичка обработка.

Експлоатационите услови имаат пресудно влијание врз издржливоста и надежноста на производот. Поради тоа и одредувањето на работните оптоварувања е во тесна врска со дефинирањето на работните услови според нивниот вид и обем пред да се почие со нивното мерење.

Машините и уредите својата задача ја исполнуваат во циклуси, кои се повторуваат. Во рамките на еден работен циклус се извршува одреден обем на полезна работа. На пример: работниот циклус на еден авион е поаѓањето кон пистата, летнувањето од неа, летањето, спуштањето на писта до конечно негово запирање. Во секоја фаза од работниот циклус машината е изложена на одредени работни оптоварувања кои од циклус до циклус можат да бидат различни. На промените на работните

оптоварувања покрај, режимот на оптовареноста на машината заради совладување одредени отпори, може да има влијание и начинот на ракувањето со машината [4.14], географските и климатските услови и др. Освен тоа треба да се дефинира колкав е обемот на поодделните фази на работното оптоварување во вкупниот работен циклус на машината (склопот или елементот).

Кога машината во текот на експлоатацијата работи под повеќе работни режими, мерењето на работните оптоварувања се врши во сите карактеристични работни режими. За да се одреди издржливоста на елементот во различни работни режими потребно е да се знае учеството на секој од тие режими во вкупниот работен век на елементот.

Доколку прогнозирањето на издржливоста на елементот се изврши само врз основа на најтешкиот режим на работа, ќе се добие издржливост, односно надежност на елементот која е помала од реалната. Ако, пак, димензионирањето на елементот се врши според најтешкиот режим, елементот ќе биде предимензиониран.

Врз основа на широкиот спектар на работните оптоварувања, во различните експлоатациони услови, може да се создаде репрезентативна пробна патека или полигон. Компонирањето на репрезентативната патека (полигон) е проблем тесно поврзан со филозофијата на квалитетот на секоја фирма за нејзиниот производ.

Програмата на мерењето треба да дефинира кои компоненти на оптоварувањето ќе се мерат; колку записи и колкави записи на работните оптоварувања се потребни.

Доколку елементот во текот на експлоатацијата е изложен на повеќе разни оптоварувања, може да се изврши рангирањето на оптоварувањата според степенот на нивното влијание врз вкупното ниво на оптоварувањето. Со селективниот приод кон оптоварувањата би се поедноставило мерењето. Рангирањето на влијателните оптоварувања може да се изврши со помош на методите на планирањето на експериментот (види т. 3.5).

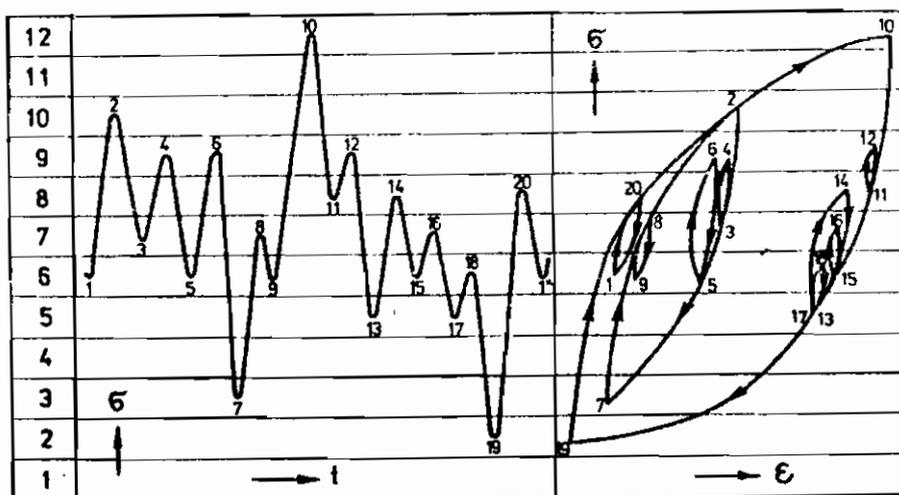
Што се однесува до должината на записот на работното оптоварување и колку пати тој треба да се повторува – тоа прашање е во тесна врска со времетраењето и цената на мерењето на работните оптоварувања но и со нивото на довербата во добиените статистички показатели на стохастичките променливи големини. Конкретни упатства за ова не постојат.

Мерењето на работните оптоварувања на елементите најчесто се врши преку мерењето на работните напрегања на кои

што тој е изложен вршејќи полезна работа. Ова се врши со помош на мерни ленти, при што дилатациите на елементите се претвораат во електрични големини. За мерењето на механичките големини по електричен пат постои бројна литература [4.9]. Се разбира, при тоа треба да се открие корелацијата меѓу оптоварувањата и напрегањата во елементот.

Обработката на резултатите од мерењето се врши со цел да се добијат статистички показатели за случајната променлива. Таквите показатели овозможуваат споредување на две или повеќе случајни променливи и даваат појасна слика за неа. Записите на промените на бочната сила на тркалото, онакви какви што се прикажани на сл. 4.2, не даваат, доволно информации за случајната променлива F_s во текот на времето t . Со обработката на случајната променлива се добиваат колективот на оптоварувањето, кој потоа се користи при одредувањето на надежноста /издржливоста на елементот, и блок програмата за испитување на издржливоста на елементот во лабораториски услови. За нив подоцна ќе стане повеќе збор.

Стохастичката промена на напрегањето, односно оптоварувањето на машинскиот елемент, доведува до замор, односно до негов лом. На заморот на елементот првостепено влијание има промената на амплитудите на напрегањето, а влијанието на брзината, односно зачестеноста на промената на напрегањето се занемарува. Поради тоа, за проблемот на заморот на материјалот се врши статистичка обработка на амплитудите на напрегањето, а не и на времето и зачестеноста на промените на напрегањето.



Сл. 4.3 Тек на промената на напрегањето со времето и соодветната промена на напрегањето со деформациите

Целосна слика за промената на напрегањето во елементот се добива кога покрај промената на напрегањето во текот на времето се дава и промената на напрегањето со деформацијата, како што е прикажано на сл. 4.3.

На тој начин е можен увидот во јазлите на хистерезисот – во нивниот облик и количина, а тие се мера за вложената енергија при динамичките оптоварувања. Оваа енергија е во директна врска со заморот на материјалот.

Меѓутоа, денес се уште егзистираат постапките на обработката на стохастичките напрегања, кои се менуваат со времето, и во продолжение ќе стане збор за начините на обработката на таквите стохастички променливи.

Обработката на стохастичката променлива се врши според повеќе методи. За да можат да се споредуваат резултатите од обработката, добиени на различни места, потребно е да се наведе која од постоечките методи е употребена при обработката на стохастичката променлива, колкава е должината на записот, колкав број класи е применет, колкава е широчината на класите и се друго, што може, да има влијание врз резултатите од обработката.

Обработката на сигналот може да се изврши рачно, што е мошне макотрпна работа доколку е во прашање подолг запис, и автоматски. Начинот на автоматската обработка зависи од тоа на што е извршен записот, на хартија или на магнетна лента.

Веќе беше спомнато дека постојат повеќе методи за обработка на стохастички променливите големини. Овде ќе бидат презентирани методите кои што обично се применуваат при обработката на стохастичките напрегања односно оптоварувања – методот на преминот на класите (level – crossing count method), методот на амплитудите (range counting) и методот на амплитудите и средните вредности (range mean counting).

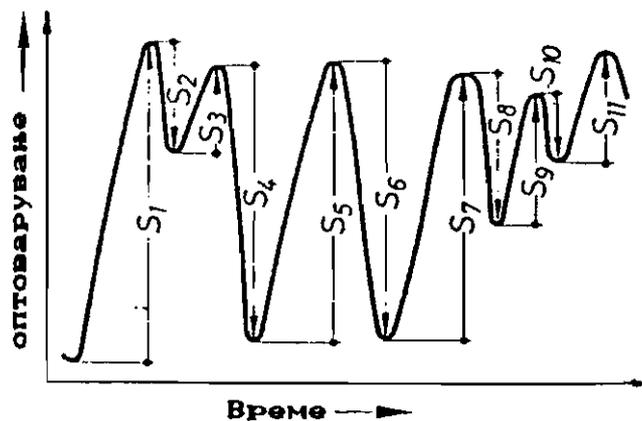
Според методот на преминот на класите, областа на промената на случајно променливата се дели на класи. Класите се со еднаква широчина, а минималниот број на класите е десет. Се регистрира пресечувањето на записот со границите на класите, и тоа кај позитивните класи при порастот, а кај негативните класи при опаѓање на записот. На сл.4.4, со кружиња се означени пресеците во позитивните класи, а со точки, пресеците во негативните класи. Избројаните пресечни точки се основа за одредување на законот на распределбата на случајната



Сл. 4. 4 Метод на премин на класите

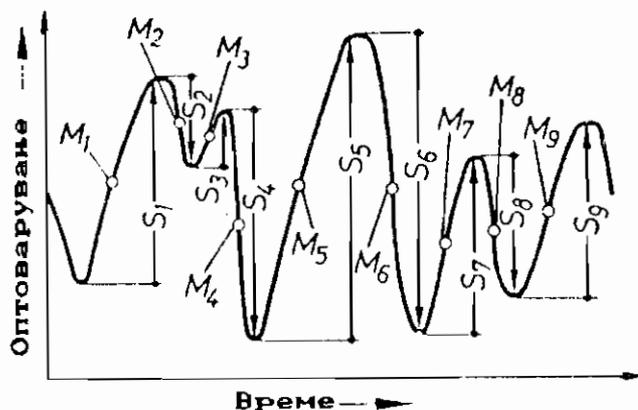
променлива. Верификација на законот на распределбата и одредување на неговите параметри наједноставно се врши со помош на веројатносна хартија (види т. 2. 2).

Методот на амплитудите се темели на регистрирањето на амплитудите на случајната променлива, а потоа следува нивно класирање. Како амплитуда се означува разликата меѓу две соседни екстремни вредности. Амплитудите можат да се регистрираат како позитивни и негативни. Растојанието меѓу минималната и следната максимална вредност се вбројува во позитивна амплитуда, (S_1, S_3, S_5, \dots на сл. 4. 5) а меѓу врвот и наредната впадината е негативна амплитуда (S_2, S_4, S_6, \dots).



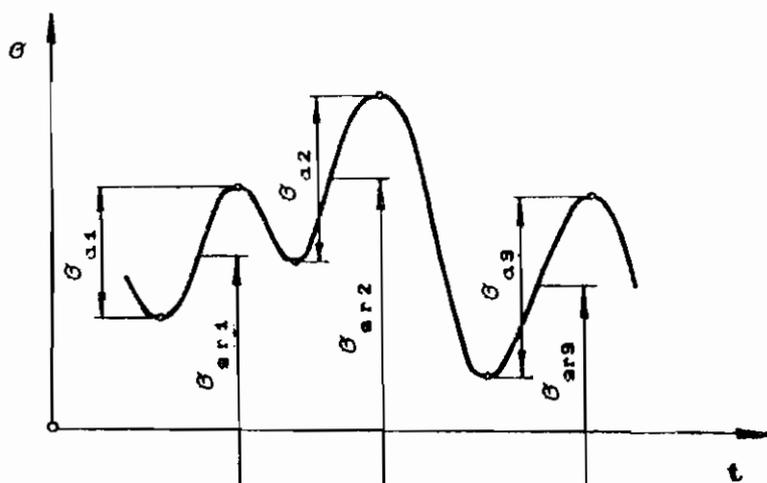
Сл. 4. 5 Метод на амплитуди

При обработката на стохастичката промена може освен амплитудите да се класираат и нивните средни вредности (M_1, M_2, M_3, \dots на сл. 4.6). Овој метод е метод на амплитуди и средна вредност (range mean counting).



сл. 4.6. Метод на амплитуди и средни вредности

За статистичка обработка на резултатите од мерењето потребно е да се изврши групирање на случајните променливи во класи со еднаков интервал. На пример, по извршената обработка на записот на напрегането во текот на времето, прикажан на сл. 4.7, на кој се регистрирани само позитивните амплитуди σ_{ai} и нивните средни вредности $\sigma_{ar i}$, регистрираните големини се групираат според нивните вредности во однапред одредени класи. На пример во првата класа, чија широчина е од 0 до 50 N/mm^2 , ќе се вклучат сите вредности на амплитудите $\sigma_a = 0 - 50 \text{ N/mm}^2$, во втората класа чија широчина е $50 - 100 \text{ N/mm}^2$ ќе се вклучат



сл. 4.7 Обработка на записот напрегане - време

вредностите $\sigma_a = 50 - 100 \text{ N/mm}^2$ итн. На ист начин можат да се класираат средните вредности $\sigma_{\text{ср}i}$ доколку се врши и нивна статистичка обработка.

Ако класите на промена на напреганата се нумерираат со 1, 2, 3 ... k и ако во секоја класа има по $\Delta n_1, \Delta n_2, \Delta n_3 \dots \Delta n_k$, случајни променливи тогаш вкупниот број на регистрираните случајни променливи n е:

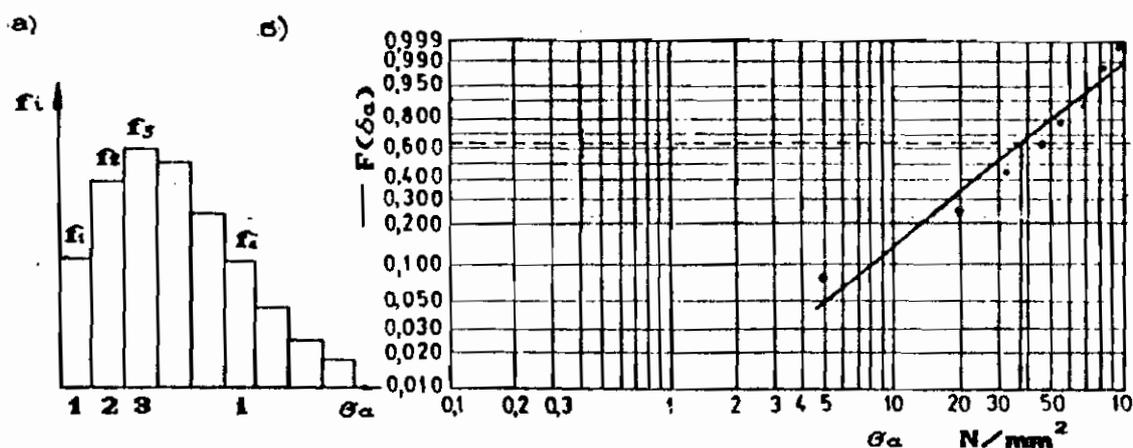
$$n = \sum_{i=1}^k \Delta n_i$$

Зачестеноста на појавата во секоја класа се одредува според изразот:

$$f_1 = \frac{\Delta n_1}{n}, \quad f_2 = \frac{\Delta n_2}{n}, \quad \dots, \quad f_i = \frac{\Delta n_i}{n}$$

Графички претставените зачестености на секоја класа формираат хистограм на функцијата на густината на веројатноста (сл. 4.8 а). Параметрите на функцијата на случајната променлива (средната вредност, дисперзијата и др.) најлесно се одредуваат со помош на соодветна веројатносна хартија. Кумулативните вредности на функцијата на веројатноста

$$F_1 = f_1, \quad F_2 = f_1 + f_2, \quad \dots, \quad F_i = \sum_{i=1}^i f_i$$



Сл. 4.8 Хистограм на густината на распределбата а) и кумулативна функција на веројатноста б)

со нивните соодветни класи, сочинуваат низа точки во веројатносната хартија, низ кои кумулативната функција на

веројатноста се повлекува како права линија (сл. 4.8 б). Според положбата на правата линија од веројатносната хартија се отчитуваат параметрите на теоретската функција на распределбата на случајната променлива. [4.25]

4.2.1.2. Колектив на оптоварувањето

Колектив (блок) на оптоварувањето претставува збир на поодделните вредности на променливите оптоварувања на кои што е изложен елементот во текот на вршењето полезна работа, на пример, во тек на неколку изминати километри пат на транспортната машина, во тек на неколку часа работа на компресорот, или во тек на неколку работни циклуси на некој уред.

Режимот на оптоварувањето на елементот се цени според застапеноста на поединечните оптоварувања во колективот на оптоварувањето. Режимот е потежок доколку застапеноста на големите оптоварувања е поголема.

Колективот на оптоварувањето се добива од хистограмот на густината на оптоварувањата ($\Delta n_i - \sigma_a$), односно од кумулативната фреквенција ($F_k - \sigma_a$) сл. 4.9. За да се претстави учеството на поединечните оптоварувања во вкупниот број оптоварувања, се формира дијаграм на колективот на оптоварувањето, сл. 4.10. На ордината се нанесени напреганата, а на апцисата вредностите на промените на поедините оптоварувања во колективот n_{bi} .

Количеството промени на поедините оптоварувања во колективот на оптоварувањата се одредува според образецот:

$$n_{bi} = H_i \cdot n \cdot n_k$$

каде што се:

$H_i = 1 - F_i$ — спротивна кумулативна фреквенција. Таа се одредува од вредностите на дискретните кумулативни вредности F_i (како што тоа е направено во табелата 4.1) или преку правата на распределбата на оптоварувањата претставена во мрежата на Вејбуловата распределба (види сл. 4.8).

$n = \sum_{i=1}^k \Delta n_i$ — вкупен број на регистрирани промени на оптоварувањето.

n_k – коефициент за зголемување на вредностите на апсцисната оска. Во табелата 4.1, која што се однесува на колективот на сл. 4.10, усвоено е $n_k = 10^4$.

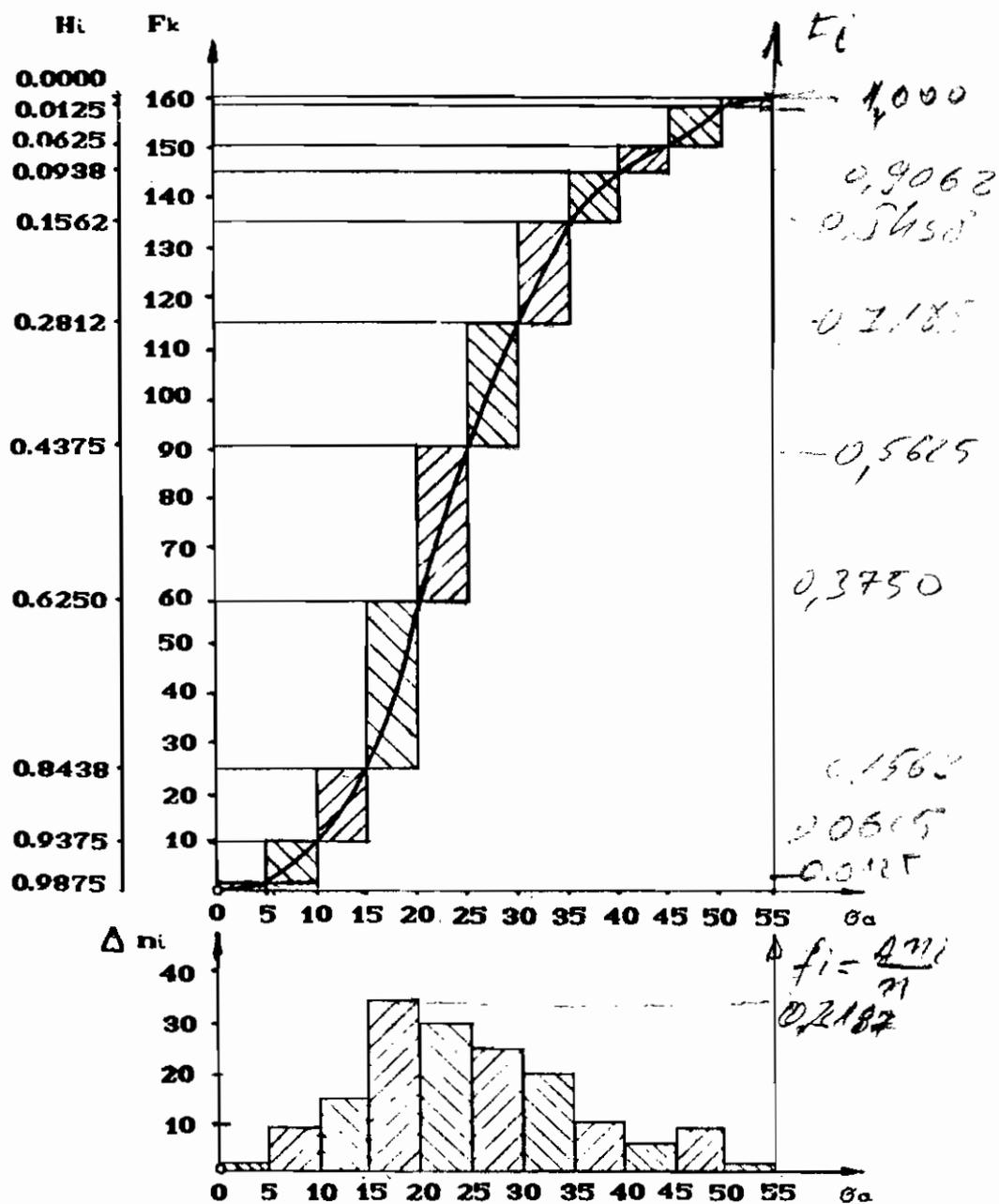
Коефициентот n_k некогаш треба да се воведи да би се оформила логаритамска апсцисна скала во дијаграмот на оптоварувањето. На тој начин се олеснува отчитувањето на количеството промени на големите оптоварувања, чие што учество во колективот на оптоварувањето е мало, а влијанието врз заморот на елементот им е големо.

Табела бр. 4.1

| i | σ_{ai} N/mm ² | Δn_i | f_i | F_i | $H_i = 1 - F_i$ | $n_{bi} = H_i \cdot n \cdot n_k$ | $\log n_{bi}$ |
|-----|------------------------------------|--------------|--------|--------|-----------------|----------------------------------|---------------|
| 1 | 0-5 | 2 | 0,0125 | 0,0125 | 0,9875 | 1580000 | 6,199 |
| 2 | 5-10 | 8 | 0,0500 | 0,0625 | 0,9375 | 1500000 | 6,176 |
| 3 | 10-15 | 15 | 0,0937 | 0,1562 | 0,8438 | 1350000 | 6,130 |
| 4 | 15-20 | 35 | 0,2187 | 0,3750 | 0,6250 | 1000000 | 6,000 |
| 5 | 20-25 | 30 | 0,1875 | 0,5625 | 0,4375 | 700000 | 5,845 |
| 6 | 25-30 | 25 | 0,1563 | 0,7188 | 0,2812 | 450000 | 5,653 |
| 7 | 30-35 | 20 | 0,1250 | 0,8438 | 0,1562 | 250000 | 5,398 |
| 8 | 35-40 | 10 | 0,0625 | 0,9062 | 0,0938 | 150000 | 5,176 |
| 9 | 40-45 | 5 | 0,0312 | 0,9375 | 0,0625 | 100000 | 5,000 |
| 10 | 45-50 | 8 | 0,0500 | 0,9875 | 0,0125 | 20000 | 4,301 |
| 11 | 50-55 | 2 | 0,0125 | 1,0000 | 0,0000 | 0 | - |

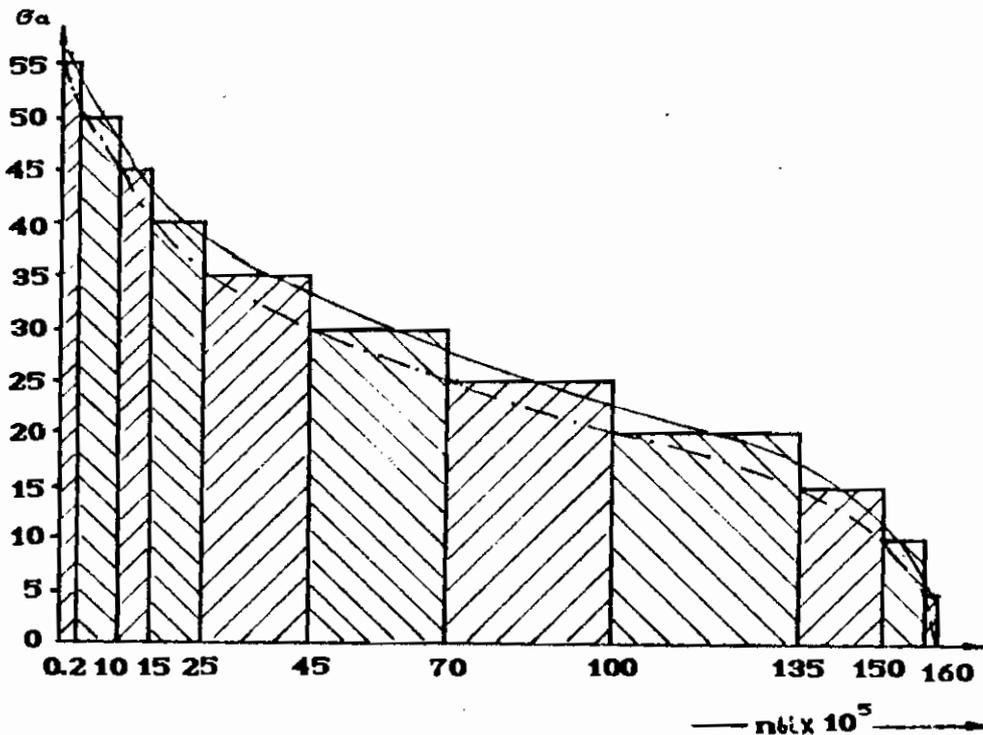
$$n = 160$$

Колективот на оптоварувањето прикажан со непрекината линија не е погоден за понатамошна употреба, ниту за прогнозирање на издржливоста на делот, ниту за симулација на работните оптоварувања. Затоа, тој се претставува скалесто како на сл. 4.10, а тоа е покажано и на сл. 4.11, на која што е прикажан колективот на оптоварувањата на тркалото од бочна сила, добиен со обработка на промените на бочната сила во текот на изминат пат со методот на премин на класите (4.18). Колективот на оптоварувањето прикажан на сл. 4.11а со непрекината линија се однесува на поминат пат од 1000 km, и е трансформиран во скалест спектар, од 6 скали, кој што одговара на 50.000 km поминат пат сл. 4.11б.



Сл. 4.9 Кумулативна функција и хистограм на густината на оптоварувањето

Оптоварувањето на елементите на машините кои што работат во различни експлоатациони услови, може да биде многу разновидно. Тоа се гледа од графиконот на густината на распределбата на оптоварувања во трансмисијата на едно возило (M) и средните вредности на тие напрегања (\bar{M}) – прикажан на сл. 4.12 (4.10).

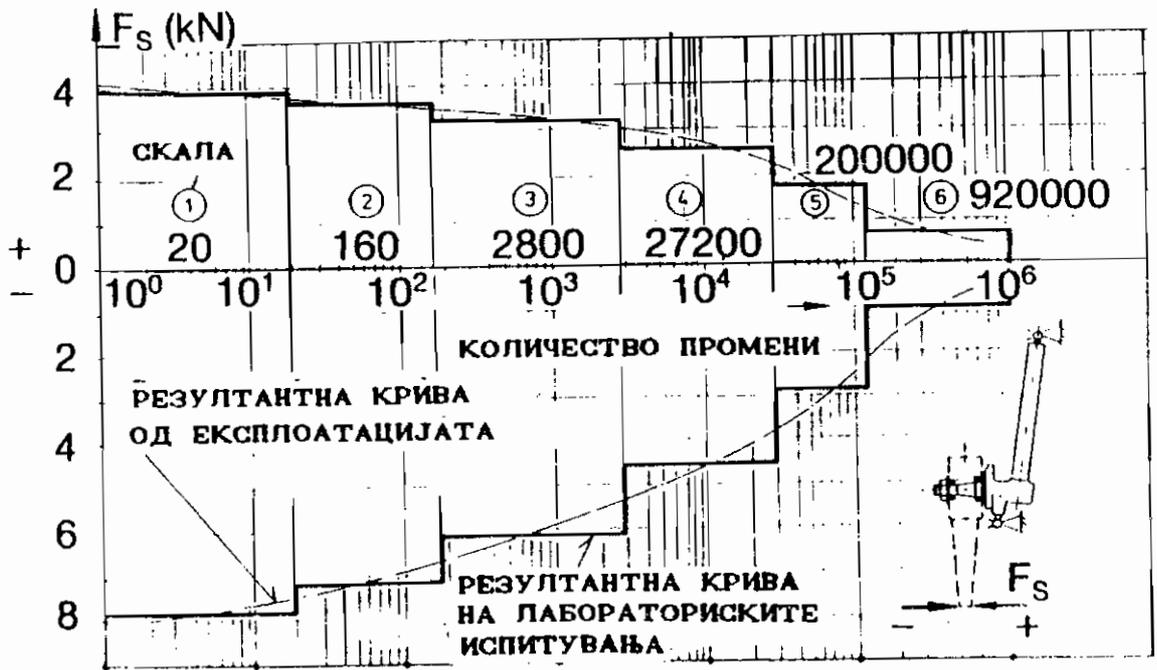
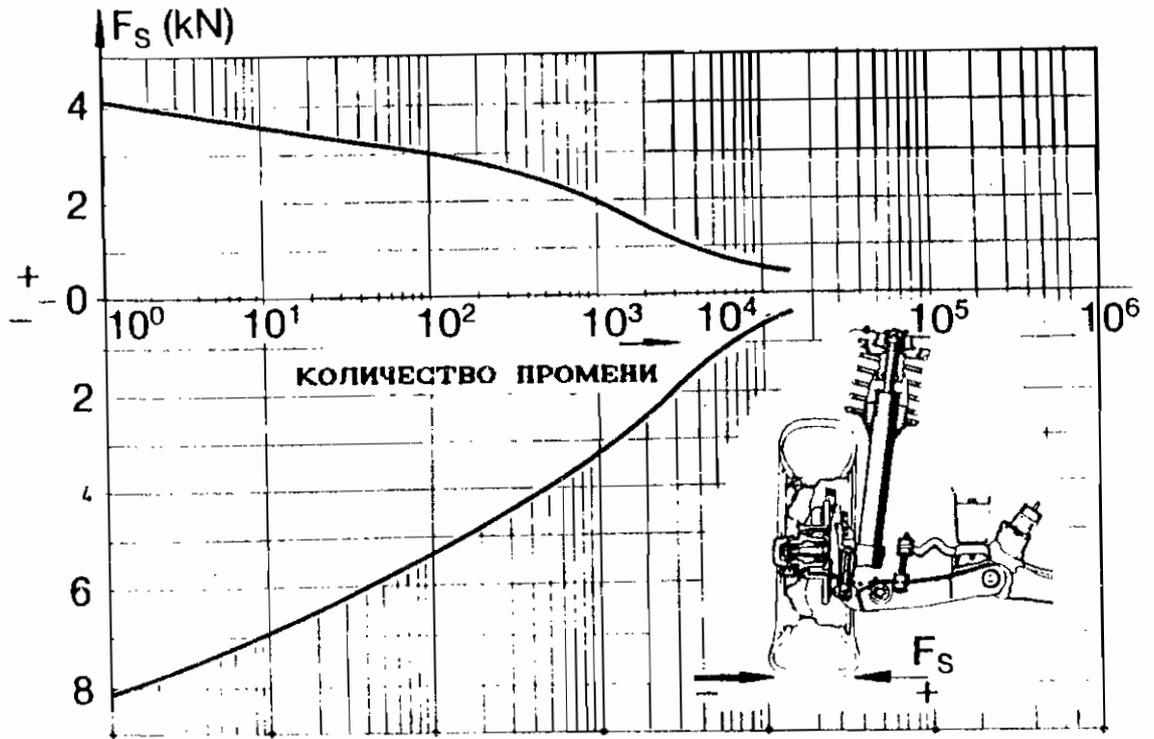


Сл. 4.10 Колектив на оптоварувањето

На сликата, освен површината на распределбата на дводимензионалната случајна големина $f(M; \bar{M})$, се прикажани и неколку условни густини на распределба $f(M/\bar{M})$ и безусловната распределба $f(\bar{M})$ на торзионите моменти (M) и нивните средни вредности (\bar{M}).

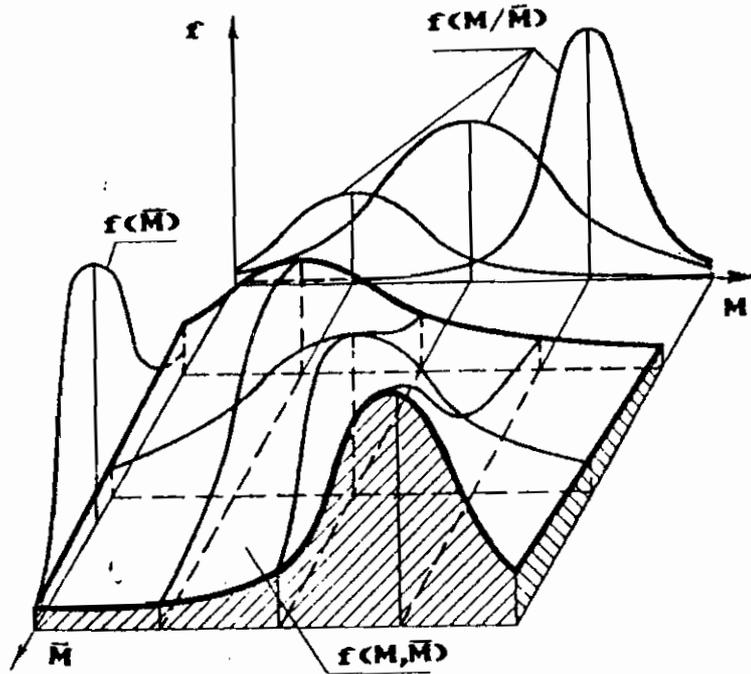
Густината на распределбата на оптоварувањата на кои што е изложен елементот укажува на режимот на оптоварувањето на кој што е тој изложен. Доколку учеството на поголемите оптоварувања во густината на распределба е поголемо, дотолку режимот на оптоварувањето е потежок. Според тоа, не е тешко да се процени дека условните густини на распределбата $f(M/\bar{M})$ — прикажани на сл. 4.11, презентираат три различни режими на оптоварување.

Режимите на оптоварувањето можат да се споредуваат и според колективите на оптоварувањето, бидејќи тие го покажуваат учеството на поединечните вредности на променливите оптоварувања на кои што е изложен елементот во текот на работенето. Тоа е направено на сл. 4.13, каде што на ординатата



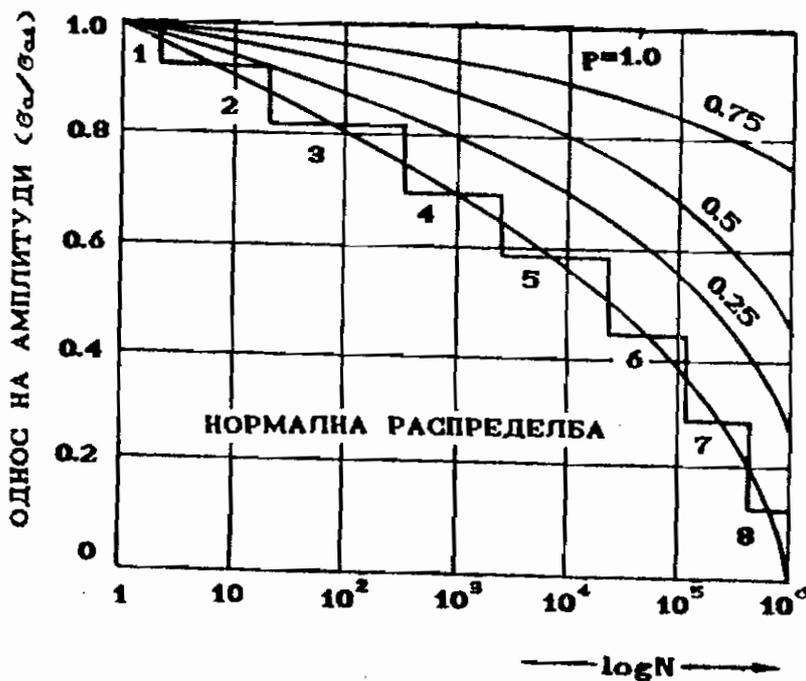
Сл. 4.11 Колектив на страничното оптоварување на тркало [4.18]

се нанесени односите на амплитудите на оптоварувањето (σ_a/σ_{al}) а на логаритамската апсисна оска се нанесени нивните учества во колективот на оптоварувањето.



Сл. 4.12 Густина на распределбата на оптоваруваната во трансмисија

Вредноста на "p" е однос меѓу најголемата и најмалата амплитуда во колективот на оптоварувањето. Најтежок режим на оптоварување е при $p = 1$ тоа е чисто хармониско оптоварување при што сите амплитуди на оптоварување се еднакви, а останатите режими на оптоварување се полесни.



Сл. 4.13 Колективи на оптоварување и нивната p - вредност

4.3. ОДРЕДУВАЊЕ НА ИЗДРЖЛИВОСТА И НАДЕЖНОСТА НА ДИНАМИЧКИ ОПТОВАРЕНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ

4.3.1 Вовед

Во претходното поглавје стана збор за работното оптоварување, а тоа е само една од компонентите кои што влијаат на издржливоста на динамички оптоварените елементи. Втората компонента што влијае врз издржливоста на динамички оптоварените елементи е издржливоста на таквите елементи на работните оптоварувања, т.е. квалитетот на елементот од аспект на поднесувањето на динамички оптоварувања.

Според тоа, кога е во прашање издржливоста на елементот треба да бидат дефинирани работните оптоварувања како и самиот елемент – неговиот облик, материјалот од кој што е изработен и технолошкиот процес на изработката.

Во рамките на релацијата работни оптоварувања – елемент можат да бидат поставени следните прашања:

1. Може ли дадениот елемент успешно да ја извршува задачата во одреден експлоатационен интервал и под одредени работни оптоварувања?
2. Каква е промената на издржливоста на елементот по извршените конструктивни или/и технолошки измени на него?
3. Колкаво влијание на издржливоста има променетото работно оптоварување на елементот?

Најточен одговор на сите овие прашања може да се добие од експлоатацијата. Меѓутоа, на одговорот од експлоатацијата се чека долго време, а долгото чекање на резултатите не е прифатливо во условите на брзиот развој во современото производство.

Во такви услови, одговорот на напред поставените прашања, се бара со помош на постоечките пресметковни и лабораториски методи за одредување на издржливоста на елементот под одредени работни оптоварувања. Со овие методи со поголема или помала точност, може да се прогнозира издржливоста на елементот во одредени експлоатациони услови, но конечната верификација сепак мора да се добие од експлоатацијата.

Во продолжение ќе бидат изложени методите на одредување на издржливост и надежност на елементот при дефинирани работни оптоварувања, во лабораториски услови и пресметковно.

4.3.2 Експериментално одредување на издржливост на динамички оптоварени елементи

Издржливоста на динамички оптоварените елементи главно се одредува експериментално т.е. во лабораториски услови. Експерименталното одредување на издржливост се врши со цел да се одреди квалитетот на новопроизведениот производ или да се провери ефектот од конструктивните и/или технолошките подобрувања извршени врз постоечкиот производ. Резултатот од експерименталните истражувања е т.н. кривата на заморот на материјалот, за која подоцна ќе стане повеќе збор.

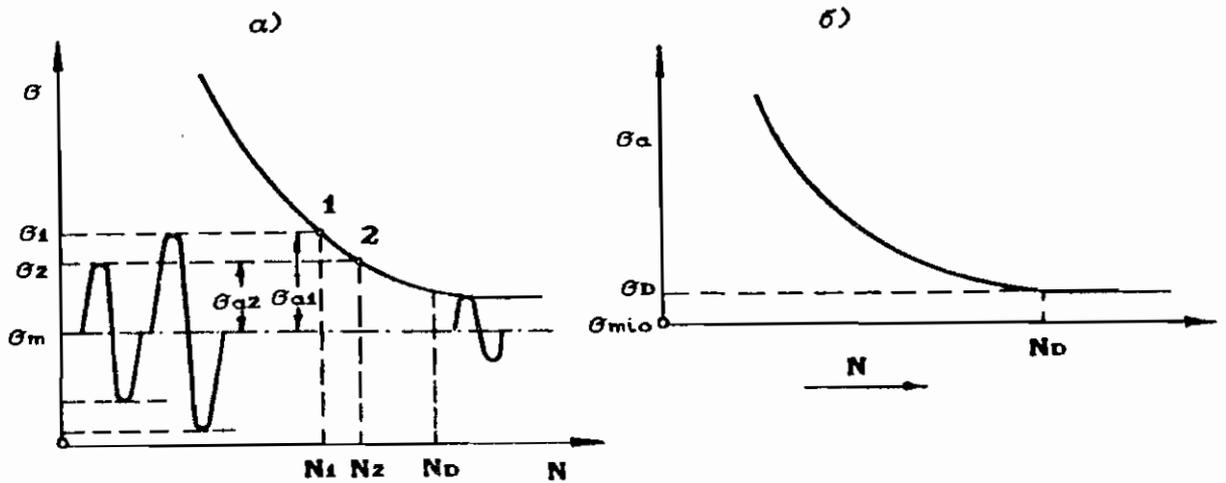
Во фаза на развојот на нов производ, кога тој се уште не е изработен, кривата на неговиот замор може да се одреди според постоечките емпириски обрасци кои ги земаат предвид, јакосните својства на материјалот од кој што е изработен делот, неговата форма и димензиите, технологијата на неговата изработка и ред други фактори [4.10; 4.27].

Поради усвојување на поголем број коефициенти кои влегуваат во емпирискиот образец, емпириското одредување на динамичката издржливост на елементот е приближно. За поточното одредување на динамичката издржливост се применуваат лабораториските истражувања. Со лабораториските истражувања се одредува основната или работната издржливост на елементот односно епруветата (при испитување на материјалот).

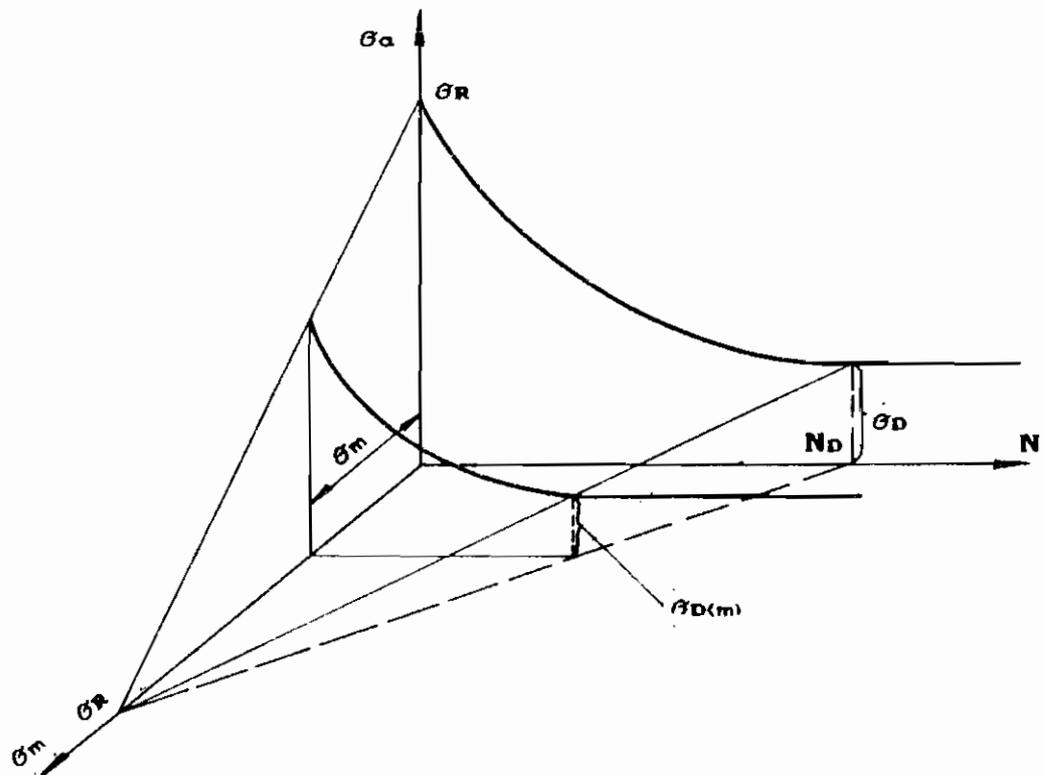
4.3.2.1 Одредување на основната издржливост

Основната издржливост ја покажува зависноста меѓу константиите амплитудни напрегана на кои што е изложен елементот σ и бројот на циклусите до појава на лом N . При одредувањето на основната издржливост средното напрегање во елементот е константно.

Графичкото представување на основната издржливост е позната под името Велерова – линија, прикажана на сл.4.14. Ординатата на сл.4.14а, го содржи средното и амплитудното напрегање ($\sigma = \sigma_m + \sigma_a$), додека ординатата на сл.4.14б ги содржи само амплитудните напрегана, но при тоа треба да стои податокот при кое средно напрегање σ_m е добиена Велеровата крива. Тоа е потребно затоа што трајната динамичка издржливост (на сл.4.14 означена со σ_B), т.е. најголемото амплитудно (хармониско)



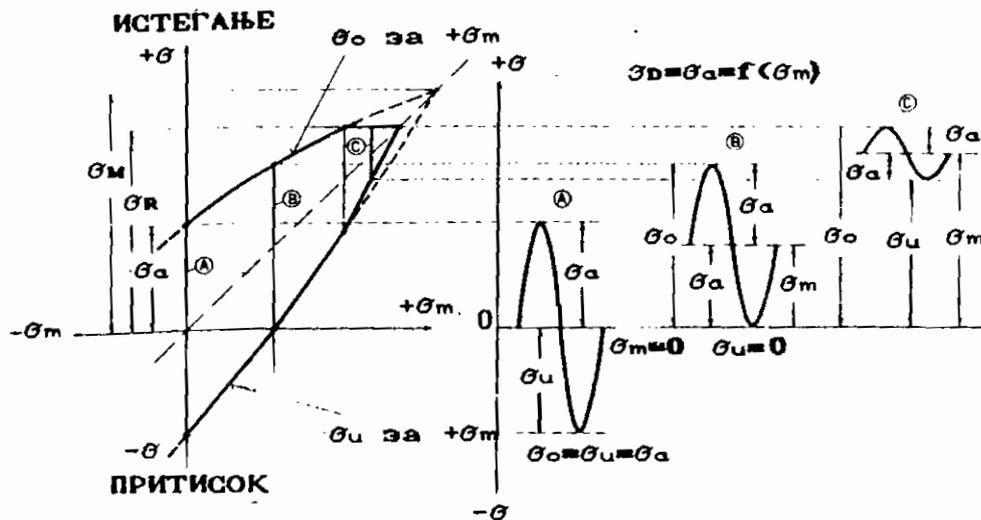
Сл. 4.14 Велерова линија



Сл. 4.15 Површина на заморот

напрегание кое што елементот може неограничено долго да го издржи, се менува со промената на средното напрегание σ_m . Тоа се гледа и од површината на заморот (сл. 4.15), која покажува меѓусебната зависност меѓу бројот на циклусите до појава на лом N , амплитудните напрегана σ_a и средното напрегание σ_m [2.16]. Со σ_R е означено напрегането на границата на развлекувањето

на материјалот. Од сликата се гледа дека со порастот на средното напрегање σ_m , се намалува трајната динамичка издржливост σ_D и граничниот број на циклуси N_D .



Сл. 4.16 Смитов дијаграм

Меѓутоа, врската помеѓу средното напрегање во елементот и трајната динамичка издржливост се отчитува од Смитовиот дијаграм (сл. 4.16). Од него за зададено средно напрегање σ_m (вредност нанесена на апсциса), од ординатата се отчитува колкаво може да биде вкупното напрегање σ ($\sigma = \sigma_m \pm \sigma_D$) и колкава е трајната динамичка издржливост $\sigma_D = \sigma_a$. Дадени се и максималните ($\sigma_0 = \sigma_m + \sigma_D$) и минималните ($\sigma_u = \sigma_m - \sigma_D$) напрегања кои што се појавуваат во елементот кога тој е оптоварен со одредено средно напрегање σ_m и променливо амплитудно напрегање σ_D . Со σ_m е означена јакоста на кинењето, а со σ_D границата на развлекувањето на материјалот.

Смитовиот дијаграм како што беше веќе речено, ја дава врската помеѓу средното напрегање и трајната динамичка издржливост. Но, целосни податоци за однесувањето на елементот, односно епруветата (при испитувањето на материјалот), дава Велеровата крива бидејќи таа покрај податокот за трајната динамичка издржливост при одредено средно напрегање ги дава податоците за однесување на елементот/материјалот и при повисоки напрегања, при кои што настанува кршење. Затоа во продолжение ќе стане повеќе збор за Велеровата крива.

Велеровата крива всушност се состои од една експоненцијална крива, и една права линија (сл. 4.17). Според тоа таа може да се изрази со следниве равенки:

$$\begin{aligned} \sigma_a^m \cdot N &= C \quad \text{за } \sigma_a \geq \sigma_D \quad (C = \text{const}) \\ N &= \infty \quad \text{за } \sigma_a = \sigma_D \end{aligned}$$

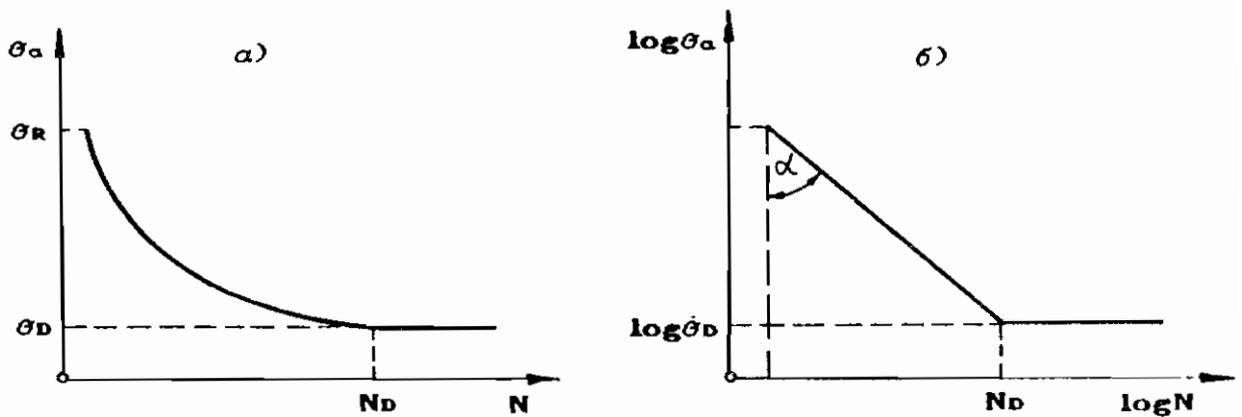
Со логаритмирањето на првата равенка се добива равенка на права:

$$m \cdot \log \sigma_a + \log N = \log C$$

Ако е $\log N = x$; $\log \sigma_a = y$; $\log C = c_1$, тогаш горната равенка се трансформира во равенка на права:

$$m y + x = c_1.$$

На тој начин експоненцијалната крива во логаритамскиот координатен систем $\log N - \log \sigma_a$ преминува во права (види сл. 4.17 б).



Сл. 4.17 Начини на претставување на Велеровата крива

Ова има практично значење затоа што е потребно да се одредат само две точки од оваа права, па да се дефинира подрачјето на Велеровата крива за кое е $\sigma_a \geq \sigma_D$. Во случај да се познати тие две точки може да се напише релацијата:

$$\sigma_{a1}^m \cdot N_1 = \sigma_{a2}^m \cdot N_2$$

а од неа се добива вредноста на експонентот m , односно тангенсот од аголот α на сл. 4.17б. По логаритмирањето на горната равенка се добива:

$$m \cdot \log \sigma_{a1} + \log N_1 = m \cdot \log \sigma_{a2} + \log N_2, \text{ а од тука}$$

$$m = \frac{\log N_2 - \log N_1}{\log \sigma_{a1} - \log \sigma_{a2}} = \operatorname{tg} \alpha$$

Одредувањето на основната динамичка издржливост на елементот /опруветата, се врши во две фази. Едната фаза е одредување на временската издржливост, т.е. параметрите на експоненцијалниот дел на Велеровата крива, а втора фаза е одредување на трајната динамичка издржливост (σ_b).

Одредувањето на временската динамичка издржливост се врши врз основа на експериментални испитувања кои што се вршат на два напонски нивоа. На секое напонско ниво се испитува извадок од n елементи. Доколку извадокот е поголем, дотолку се информациите за издржливост на испитуваниот елемент се поточни. Но треба да се има предвид дека со порастот на извадокот расте и цената на испитувањето, бидејќи секој елемент од извадокот се изложува на хармониско напрегање се додека не се скрши.

Издржливоста, бројот на циклуси на оптоварување до кршење, на елементите кои го сочинуваат извадокот е случајна големина. Затоа, за оценка на издржливост при секое напонско ниво обично се користат графичките методи за одредување на параметрите на распределбата на случајната (Вејбуловата) распределба (види т. 22). Кога извадокот е релативно мал ($n = 5 - 50$), а таков е обично случајот при испитувањата на издржливост, се користи методот на рангирањето. Вредностите на рангот на медијаната се отчитуваат од статистичка табела во прилогот - 1 или приближно се пресметуваат според емпирискиот израз:

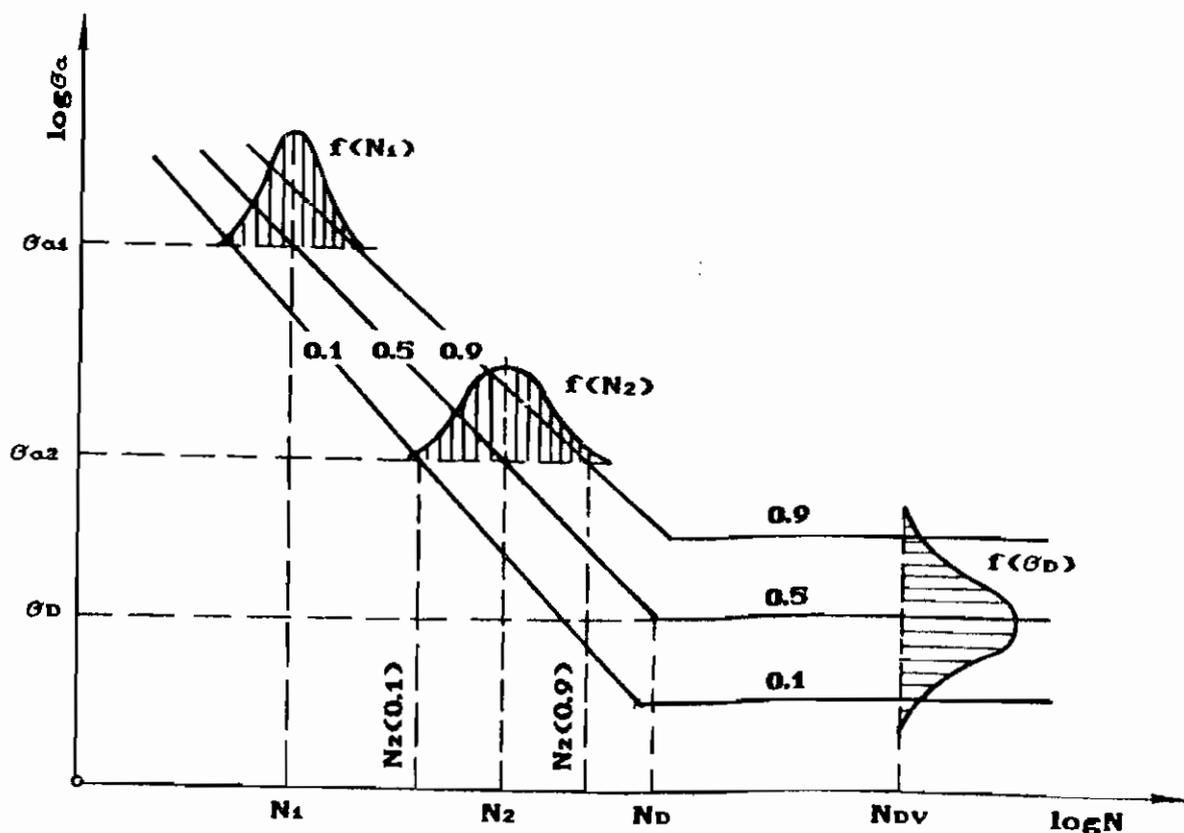
$$F(j) = \frac{j - 0,3}{n + 0,4}$$

каде што се:

- j - реден број на резултатот од испитувањето
- n - количество на елементи во извадокот

Со внесување на отчитаните пресметаните вредности $F(j)$ и соодветниот број на циклуси до кршење за секој елемент во извадокот N , се добиваат n точки во веројатносната хартија. Правата повлечена низ тие точки ја дефинира распределбата на издржливоста на елементите при даденото ниво на оптоварување σ_a , односно $\sigma = \sigma_m + \sigma_a$.

Постапката се повторува и на второто напонско ниво, а резултатите од испитувањата на двете напонски нивоа (σ_{a1} и σ_{a2}) се внесуваат во координатниот систем $\log N - \log \sigma$ на Велеровата крива во вид на густина на распределба на трајноста $f(N_1)$ и $f(N_2)$ – види сл. 4.18.



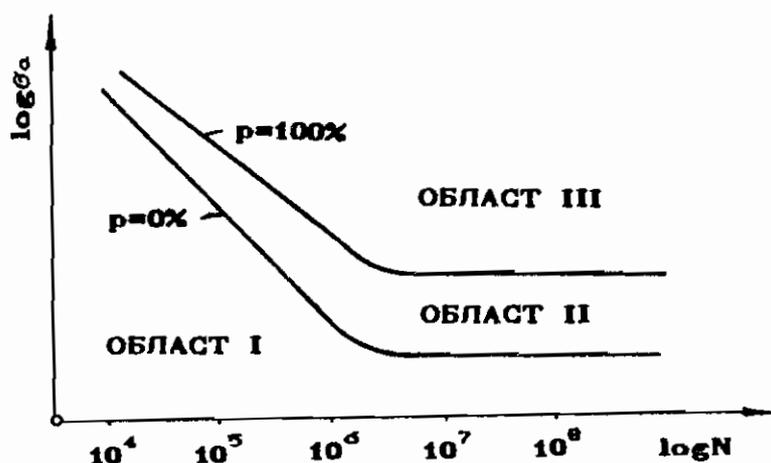
Сл. 4.18 Експериментално одредување на Велеровата линија

Трајна динамичка издржливост е најголемо амплитудно напрегание кое што може елементот/епруветата да го издржи неограничен број пати (трајно). За нејзино одредување се користат две методи; метода на проби, и скалеста метода [4.25; 4.31]. При одредување на трајната динамичка издржливост, според овие методи, се усвојува број на циклуси N_{Dv} , за кои со сигурност се знае дека е поголем од граничниот број на циклуси N_D . Доколку елементот издржи N_{Dv} циклуси на оптоварување, се смета дека такво оптоварување ќе може да го издржи неограничен број пати.

Според методата на проби, се бираат неколку напонски нивоа σ_{Di} , за кои се смета дека се близу до трајната динамичка издржливост. На секое напонско ниво (i) се испитува извадок од по n_i елементи. Доколку напонското ниво е пониско, бројот на

скршените епрувети во извадокот ќе биде помал – т.е. повеќе епрувети ќе го достигнат бројот на циклуси N_{bv} . Врз основа на количеството искршени елементи на секое напонско ниво n_{ki} , се пресметува веројатноста на кршењето на елементите на дотичното ниво, според образецот:

$$F(i) = \frac{n_{ki}}{n_i + 1}$$



Сл. 4.19 Области во дијаграмот на заморот

Со пресметаните вредности $F(i)$ и соодветните напонски нивоа σ_i се дефинираат точки во Вејбуловата веројатносна хартија, а потоа и правата со која се дефинираат параметрите на Вејбуловата распределба на трајната динамичка издржливост на елементот (види го примерот – т. 4.4 на крајот од поглавјето). Кога се дефинирани параметрите не е тешко да се нацрта и кривата на густината на распределбага на трајната динамичка издржливост $f(\sigma)$ – види сл. 4.18.

При примена на напред изнесената метода може да се промаши зоната на трајната динамичка издржливост. За да се избегне тоа обично на методата на проби и претходи скалестата метода. Според скалестата метода испитувањето почнува со хармониско оптоварување на еден елемент од извадокот на едно однапред одбрано напонско ниво. Ако, елементот се скрши до N_{bv} циклуси, следниот елемент се испитува на малку пониско напонско ниво (на пониската напонска скала).

Ако пак елементот издржи N_{bv} промени, следниот елемент се испитува на следното повисоко напонско ниво (на повисоката напонска скала). На тој начин, со испитување на повеќе напонски

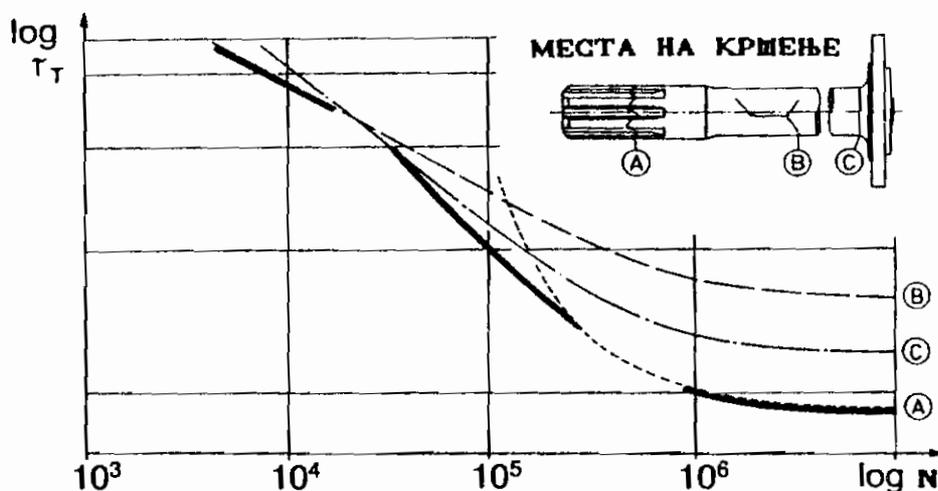
нивоа, не може да се промаши подрачјето на трајната динамичка издржливост, а се добива појасна слика каде таа се наоѓа. Веројатноста на кршењето на елементите се пресметува според образецот од претходната метода. Меѓутоа, поради малото количество елементи во извадокот на некои скали (n_i) кај нив не е можно да се одреди веројатноста на кршењето (види го примерот 4.4).

Внесувајќи ги функциите на густината на распределбата на издржливостите на двете напонски нивоа во областа на временската динамичка издржливост $f(N_1)$ и $f(N_2)$, и функцијата на густината на распределбата на трајната динамичка издржливост $f(\sigma_b)$, се добива вкупното подрачје на растурањето на веројатноста на кршењето во Велеровиот дијаграм (сл. 4.18). Границите на ова подрачје се добиваат со спојувањето на точките со нста веројатност на кршење. На дијаграмот се нанесени линиите со кои се означени границите на веројатноста на кршењето 0,1; 0,5 и 0,9. Ако на пример нивото на напрегањето на елементот е σ_{a2} , веројатноста делот да се искрши по $N_{2(0,1)}$ циклуси е 0,1. Или со други зборови, 10% од елементите кои се оптоварени со амплитудно напрегање σ_{a2} , веројатно ќе бидат скршени по претрпените $N_{2(0,1)}$ циклуси на оптоварување. Преостанатите 90% од елементите ќе издржат $N_{2(0,1)}$ циклуси. Половината од елементите веројатно ќе ги издржат N_2 оптоварувања без да се скршат, а другите 50% ќе се скршат при помал број оптоварувања од N_2 . На ист начин се толкува и границата на веројатноста на кршењето 0,9. Веројатно дека ниту еден елемент од извадокот нема да се скрши до бројот на циклусите кој што одговара на почетокот на густината на распределбата $f(N_2)$ – до бројот на циклусите кој е малку помал од $N_{2(0,1)}$, а ниту еден елемент од извадокот нема да издржи број на оптоварувања кои одговараат на крајот на густината на распределба, на малку поголем број циклуси од бројот $N_{2(0,9)}$.

На сл. 4.19 се прикажани трите карактеристични области во дијаграмот на заморот. Во областа I не би требало да дојде до кршење на елементот, а во областа III не би требало да има нескршен елемент. Областа II е преодна зона, тоа значи дека во неа ќе дојде до кршење на елементот. Кога ќе настане кршењето – после колку циклуси на оптоварување, тоа не е можно однапред да се прогнозира, но може да се каже дека веројатноста оти елементот ќе се скрши расте од влезот во областа (линијата $p = 0\%$), до излезот од неа (линијата $p=100\%$).

Параметрите на основната издржливост се дефинираат според веројатноста 0,5, а тоа се параметрите на точката на прекршувањето σ_B и N_B и експонентот на кривата m , кој што се одредува според веќе напред наведениот образец.

Основната издржливост на машинскиот елемент значително е помала од основната издржливост на стандардната епрувета која што се користи при испитување на материјалот на издржливоста. Меѓутоа, користејќи ги корективните фактори со кои што се зема предвид пресекот на елементот (димензиите), квалитетот на надворешната површина, евентуалната концентрација на напреганата и евентуалното површинско ојачување на делот кое се постигнува со одредени технолошки постапки (сачмарене, валане) и др. [4.7; 4.10; 4.24; 4.27; 4.31], може од познатата основна издржливост на материјалот, приближно да се одреди основната издржливост на конкретниот елемент.



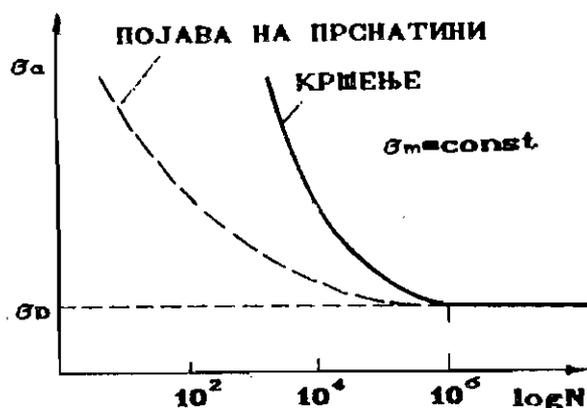
Сл. 4. 20 Велерова линија за елемент со повеќе места на кршење

Кај елементите кај кои до појава на пукнатина може да дојде на повеќе места како што е тоа, на пример, случај кај полувратилата прикажан на сл. 4. 20, за секое место за кршење, А, В, и С постои посебна Велерова линија. Потоа од тие посебни Велерови линии се одредува Велерова линија која што се однесува на целото полувратило (сегментите извлечени со полна линија на сл. 4. 20).

Меѓутоа, како што е познато, на кршењето на динамички оптоварен елемент му претходи појава на пукнатина која постепено се шири, а до кршење доаѓа кога преостанатиот пресек

на елементот не ќе може да ги поднесе напрегањата на кои што е изложен. Количеството променливи оптоварувања кои што елементот ги поднесува од појава на пукнатината до кршењето е различно и, пред се, зависи од металургиските својства на материјалот, но и од интензитетот на оптоварувањата. На сл. 4.21 е покажана положбата на кривата на појавата на пукнатината во однос на Велеровата крива. Растојанието меѓу овие две линии зависи од материјалот од кој што е направен елементот [4.3], а се одредува експериментално или пресметковно [4.6; 4.31].

Знаејќи ја брзината на ширењето на настанатата прснатина до кршење на елементот, можат да се решат одредени практични проблеми како што се:

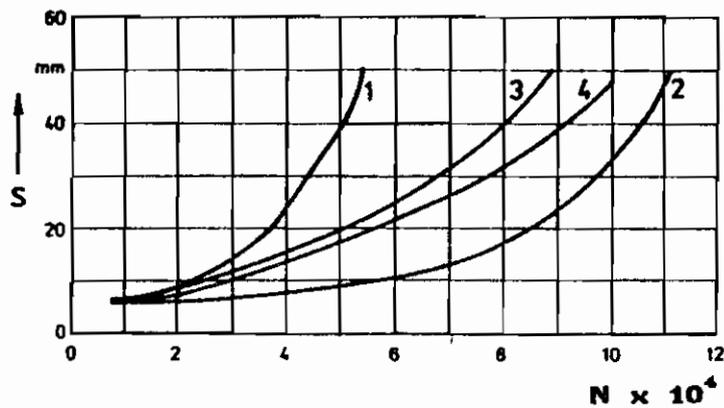


Сл. 4.21 Крива на појава на пукнатина и Велерова крива

— да за дадените работни услови се прогнозира преостаната издржливост на елементот на кој што се појавила пукнатината,

— да се одреди со колкаво намалено оптоварување треба понатаму елементот да работи за евентуално да ја достигне предвидената издржливост, и др.

Во прилог на напред изнесените проблеми може да послужи и дијаграмот на сл. 4.22. На него е прикажан порастот на пукнатината, (s), во зависност од количеството променливи оптоварувања (N) во елементи од два различни материјала, во кои максималните напрегања се приближно еднакви, но средните напрегања се разликуваат [4.6]. Од дијаграмот се гледа дека ширењето на пукнатината во челикот со голема јакост е приближно еднакво, без оглед на различните напрегања на кои што е изложен, додека таа појава во челик со средна јакост, во голема мера зависи од големината на средните напрегања.



Сл. 4. 22 Влијание на променливото оптоварување врз ширењето на пукнатината

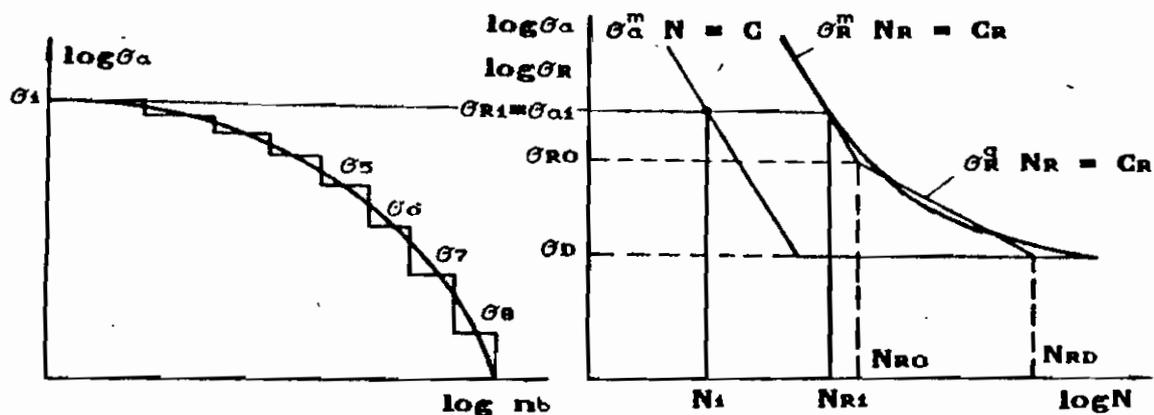
- 1 – челик со средна јакост ($\sigma_m \pm \sigma_a = 0 \pm 200 \text{ N/mm}^2$)
- 2 – челик со средна јакост ($\sigma_m \pm \sigma_a = 140 \pm 100 \text{ N/mm}^2$)
- 3 – челик со голема јакост ($\sigma_m \pm \sigma_a = 0 \pm 200 \text{ N/mm}^2$)
- 4 – челик со голема јакост ($\sigma_m \pm \sigma_a = 100 \pm 100 \text{ N/mm}^2$)

4. 3. 2. 2. Одредување на работната издржливост

За разлика од основната издржливост која се однесуваше на издржливост при напрегање со константна амплитуда, поимот работна издржливост се однесува на издржливоста на елементот под влијание на напрегање со променлива амплитуда. Врската меѓу овие две издржливости е прикажана на сл. 4. 23. Ако елементот е изложен на променливо напрегање, σ_1 тој ќе предизвика кршење по N_1 циклуси. На тој начин ќе се добие една точка од основната издржливост на елементот, од неговата Велерова линија. Меѓутоа, ако ова истото напрегање σ_1 е само најголемото напрегање во колективот на напрегањата со кое елементот се оптоварува, кршењето ќе настане значително подоцна, по N_m циклуси на оптоварувања [4. 25].

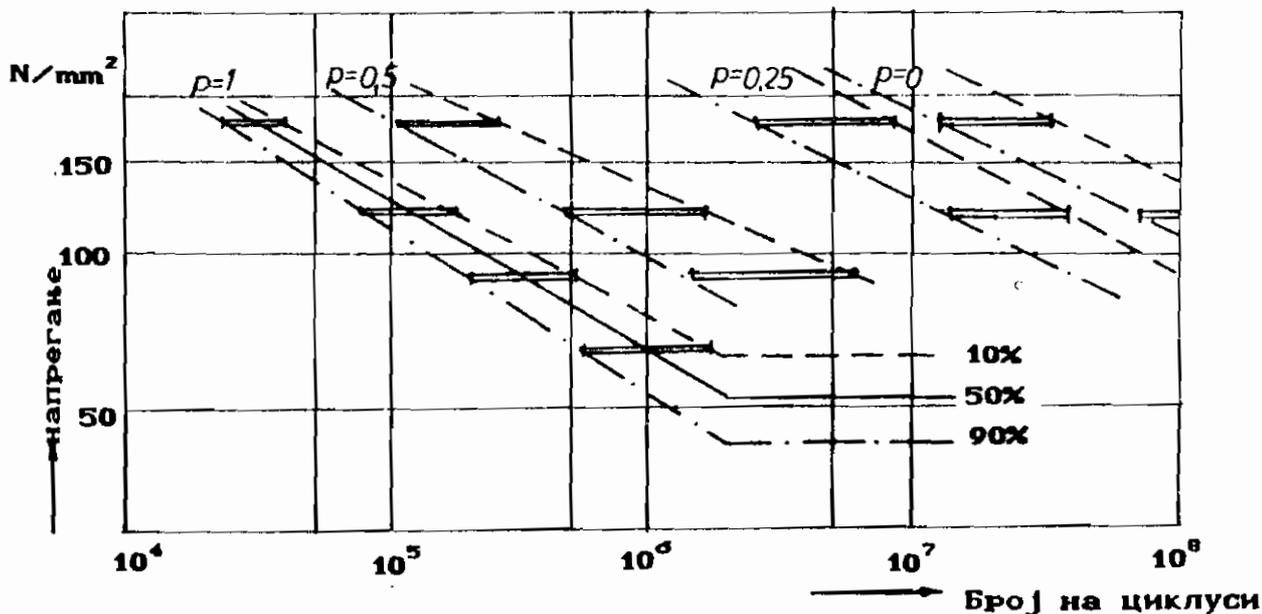
Како што со варирање на големината на напрегањето σ_a се добива кривата на основната издржливост, така со варирањето на најголемото напрегање во спектарот $\sigma_1 = \sigma_r$ се добива кривата на работната издржливост. Во бројот на промените N_m се вклучени сите промени на напрегањето, така што релативното учество на поодделните промени е исто како што е во соодветниот колектив на напрегањето. При промена на напрегањето σ_1 не смее да дојде до промена на тежината на работниот режим, па затоа во ист

однос се менуваат и другите напонски нивоа $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ итн. При тоа останува ист однос на напрегањето и броевите на промените во колективот на оптоварувањето — т. е. не се менува тежината на колективот на оптоварувањето.



Сл. 4. 23 Основна и работна издржливост на елементот

Кривата на работната издржливост асимптотски се приближува на трајната издржливост σ_B . Нејзиниот наклон не мора да е ист со наклонот на кривата на основната издржливост, или може да биде со ист наклон на само дел од кривата, како што е тоа прикажано на сл. 4. 21. Во случај кривата да има два различни



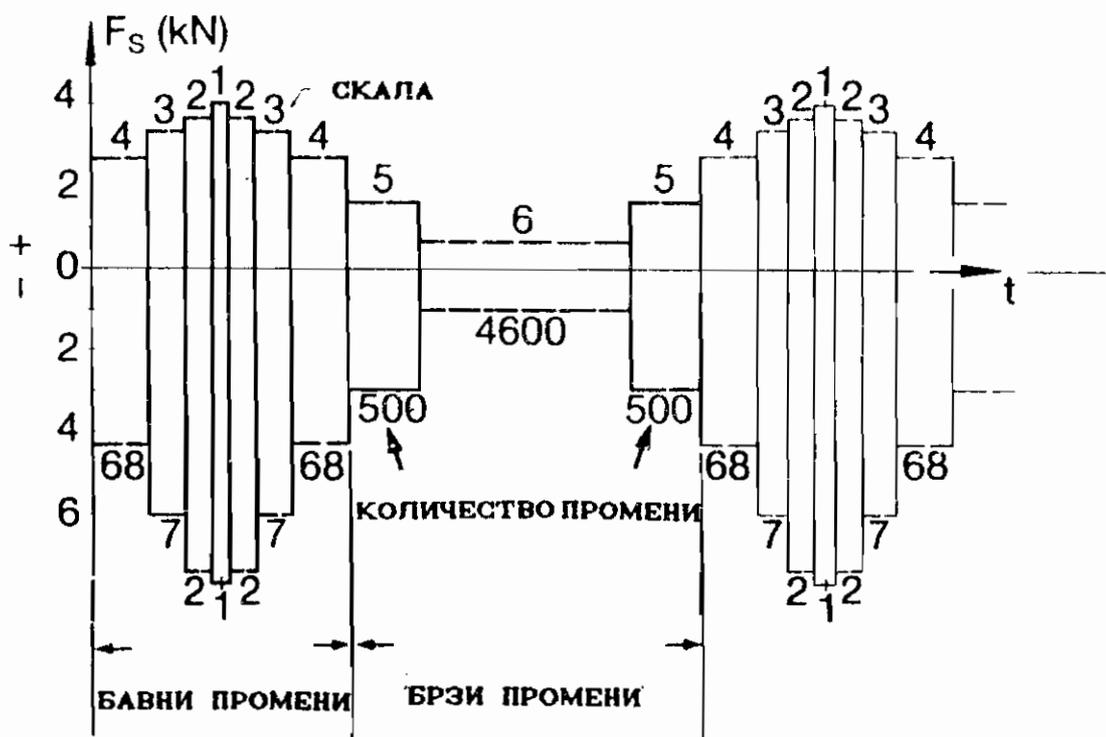
Сл. 4. 24 Влијание на колективот на оптоварувањето врз динамичката издржливост на елементот

наклона, ќе има и два различни експонента, па за нејзино дефинирање ќе мора да се извршат испитувања на најмалку три напонски нивоа.

Доколку режимот на оптоварување е послаб, учеството на поголемите напрегања во колективот на оптоварувањето е помало, па бројот на циклусите до кршење на делот N_f е поголем. Тоа се гледа од сл. 4.24 на која е прикажано влијанието на четири различни колективи на оптоварување (види сл. 4.13), врз издржливоста на елементот [4.3; 4.6; 4.14].

Експерименталното одредување на работната издржливост се врши со симулирање на колективот на оптоварувањето. Таквото симулирање представува компромисно решение меѓу стохастичкиот карактер на оптоварувањето на кое што е елементот изложен во експлоатација и можностите на техниката за испитување т.е. можностите на современите пулсатори.

Симулацијата на колективот на оптоварувањето се постигнува со блокови на оптоварување, кои што во текот на испитувањето се повторуваат се до кршењето на елементот. Во блокот на оптоварувањето се застапени сите амплитуди на оптоварувањето кои што се наоѓаат во колективот на оптоварувањето, а нивното повторување во рамките на блокот е



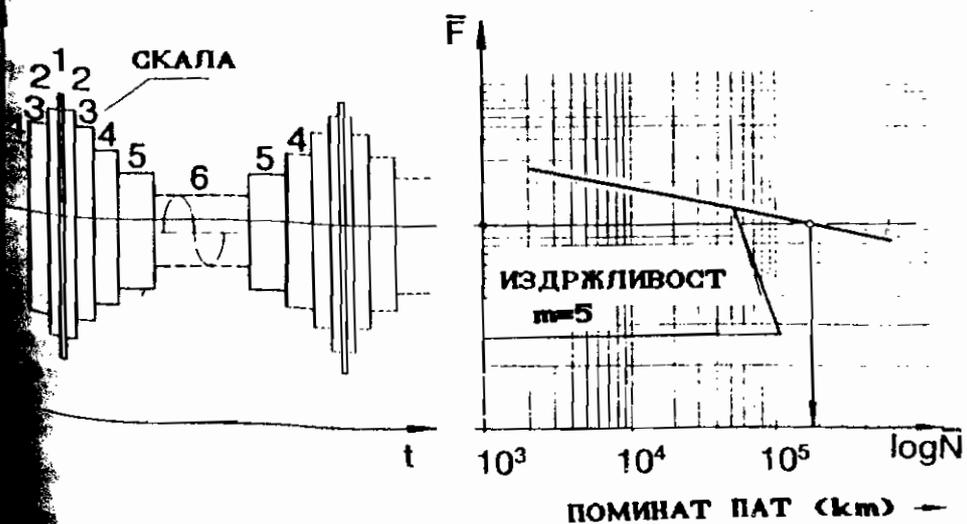
Сл. 4.25 Блок на оптоварување на пулзатор

сразмерно на нивната застапеност во колективот на оптоварувањето.

На сл. 4.25 е прикажан блок на оптоварување произлезен од колективот на оптоварувањето добиен при снимањето на бочната сила на тркалото, даден на сл. 4.11. Тој во себе ги содржи сите шест скали (нивоа на оптоварување), се состои од вкупно 5755 осцилации, и одговара на 250 km поминат пат со одреден квалитет и конфигурација. Еден блок на оптоварување на пулзатор трае околу 20 минути [4.18]. Поголемите амплитуди во блокот на оптоварувањето, пулзаторот ги реализира побавно, а помалите брзо. Тоа произлегува од неговите технички можности.

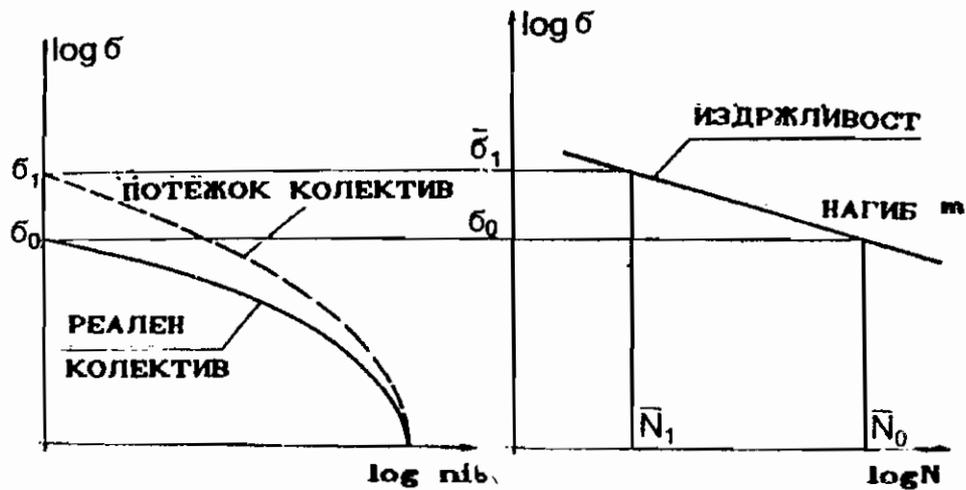
За да се одреди областа на растурањето на работната издржливост, потребно е да се изврши испитување на извадоци од елементи на обично три напонски нивоа. Техниката на вдувањето на функцијата на распределбата е ист како и за вдувањето на основната издржливост (види т. 4.3.2.1 и 4.18).

Со испитувањата при кои што елементот се оптоварува исто - во блокови, се добива линијата на работната издржливост и со таа е дефиниран и експонентот m (види сл. 4.26)



4.26 Линија на работна издржливост и блок на оптоварување

а е позната линијата на работната издржливост може да се одреди и потешок колектив на оптоварување со чија што брзо се одредува издржливоста на елементот (види



Сл. 4. 27 Издржливоста во зависност од колективот на оптоварувањето

Резултатите од забрзано лабораториско испитување при кое што силите на оптоварувањето, измерени во експлоатација, се зголемени за 40%, покажани се на сл. 4. 28. Со потешкиот колектив на оптоварување, ломот настанува по 17.000 km. Бидејќи е познат експонентот на линијата на работната издржливост се одредува бројот на циклуси кој што би го елементот издржал во случај на колектив на оптоварување кој што одговара на нормалните експлоатациони услови (170.000 km).



Сл. 4. 28 Забрзани лабораториски испитувања

На тој начин се врши процена на работната издржливост на елементот со помош на резултатите добиени при потешки колективи на работно оптоварување.

4.3.2.3 Процена на работната издржливост по пресметковен пат

Работната издржливост на динамички оптоварениот елемент може да се пресмета врз основа на неговата основна издржливост и познатиот колектив на оптоварувањето. На тој начин се избегнуваат долготрајните и скапи испитувања на работната издржливост на елементот, бидејќи се користат резултатите од основната издржливост (Велеровата крива), до кои се доаѓа побрзо и поефтино.

Заморот на материјалот е долготраен процес на постепена акумулација на оштетувањето под дејство на амплитудни напрегана со различни нивоа. Тој процес до денес не е целосно разјаснет, па затоа се развиени повеќе хипотези за акумулирање на оштетувањето. Во тие хипотези акумулирањето на оштетувањето се темели на поимот "оштетување" – D . "Оштетувањето" е апстрактна големина која што на почетокот на работата на елементот има вредност нула ($D=0$), а во моментот на неговото кршење има вредност единица ($D=1$).

Според линеарната хипотеза за акумулирање на оштетувањето, секое рамномерно амплитудно оптоварување предизвикува и одредено оштетување. Затоа за еден циклус на оптоварување, оштетувањето изнесува $D_1=1/N$, а за n циклуси на оптоварување $D_n = n/N$, каде што е N број циклуси за појава на кршење.

Наједноставна линеарна хипотеза за акумулација на оштетувањето е Palmgren-Miner-овата хипотеза. Според неа, амплитудните напрегана кои што се помали од трајната динамичка издржливост не предизвикуваат замор на материјалот. Кршење поради замор настапува тогаш кога збирот на поодделните оштетувања, настанати под дејство на различни амплитудни напрегана повисоки од трајната динамичка издржливост, е единица, т. е.

$$\sum_{i=1}^j \frac{\Delta n_i}{N_i} = 1$$

каде што е (види со 4.20):

Δn_i – количество амплитудни напрегана со ниво σ_{ai} во колективот на оптоварувањето.

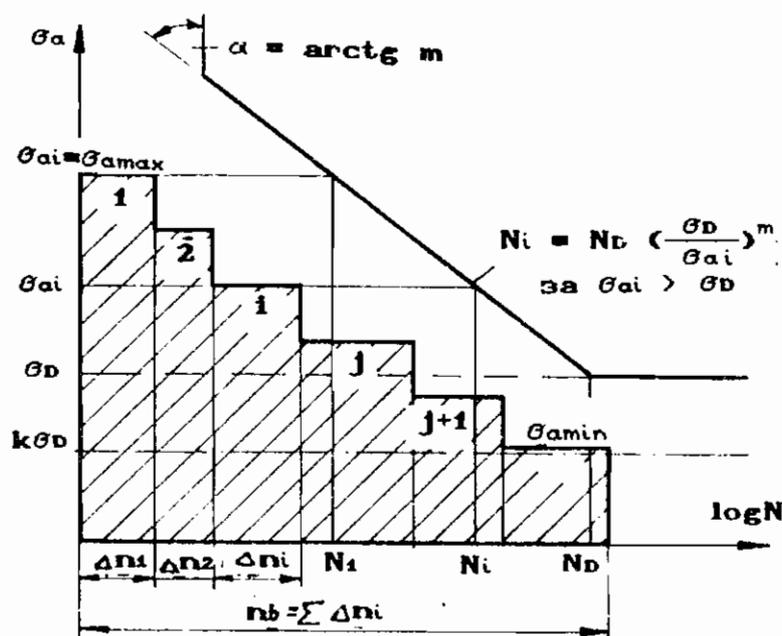
N_i – количество циклични напрегана до моментот на појавата на кршење.

j – бројот на првото амплитудно ниво кое што е поголемо или еднакво на трајната динамичка издржливост σ_D .

На сл. 4.29 е даден колективот на оптоварувањето во дискретна (степенеста) форма. Во текот на работната издржливост на елементот колективот на оптоварувањето се повторува λ пати (види сл. 4.30), па вкупното количество различни амплитуди е:

$$N_{\Sigma} = \lambda \cdot n_b = \lambda \cdot \sum_{i=1}^r \Delta n_i b$$

или, кога е во прашање издржливоста на елементот изразена во поминат пат, $L = \lambda \cdot l_b$.



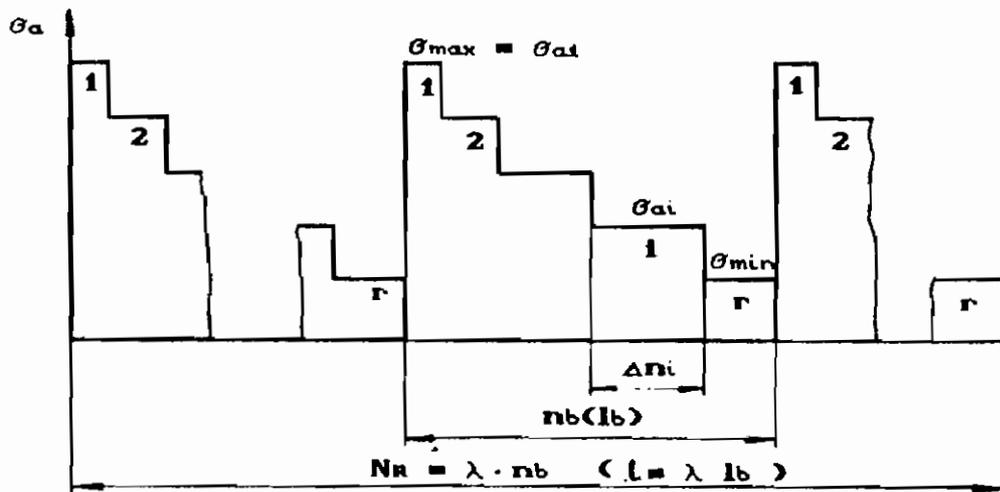
сл. 4.29 Линеарна хипотеза за акумулирање на оштетувањето

Една од модифицираните линеарни хипотези е хипотезата на Серенсен – Когаев [4.27]. Според неа, се воведува функција на интеракција на напреганата a_p , која што се пресметува според изразот:

$$\alpha_p = \frac{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_D} p - K}{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_D} - K}$$

Во формулата за α_p воведена е константата K , чија што вредност е $K = 0,5 - 0,7$. Оваа вредност одговара на спуштениото (намаленото) ниво на амплитудните напрегана кое што предизвикува оштетувана. Според хипотезата на Серенсен - Когачев, амплитудните напрегана (σ_{ai}) кои што се помали од $K \cdot \sigma_D$ т.е. $(0,5 - 0,7) \cdot \sigma_D$, не предизвикуваат оштетувана, а поголемите амплитудни напрегана од $K \cdot \sigma_D$, се земаат предвид со коефициентот на формата на колективот на оптоварувањето кој што се пресметува според изразот:

$$p = \sum_{i=1}^l \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{\max}} \cdot t_i, \text{ кај што е } t_i = \frac{\Delta n_i}{n_b}$$



Сл. 4.30 Колектив на оптоварување во текот на работната издржливост

Според тоа од колективот на оптоварувањето се отфрлаат амплитудите $\sigma_{ai} < K \cdot \sigma_D$, а потоа се одредува новата вредност $n_b = n_1 + n_2 + \dots + n_l$, каде што е l бројот на првото ниво на амплитудните напрегана кои што се поголеми од $K \cdot \sigma_D$.

Средната работна издржливост на елементот, според модифицираната линеарна хипотеза за акумулирањето на оштетувањето, се врши според изразот:

$$\sum_{i=1}^j \frac{\Delta N_{ri}}{N_i} = a_p$$

каде што е j – број на првото амплитудно ниво кое што е еднакво или поголемо од σ_D .

Ако во оваа равенка, наместо вкупниот број циклуси на повторување на амплитудното напрегање σ_{ai} во текот на работниот век N_{ri} , се стави

$$\Delta N_{ri} = \Delta n_i \cdot \lambda$$

а наместо количеството променливи циклични напрегања до моментот на кршењето – N_i (според Велеровата линија), се става изразот

$$N_i = N_D \left[\frac{\sigma_D}{\sigma_{ai}} \right]^m$$

се добива изразот за пресметка на количеството блокови на оптоварување до појава на кршење:

$$\lambda = \frac{a_p \cdot \sigma_D^m \cdot N_D}{\sum_{i=1}^j \Delta n_i \cdot \sigma_{ai}^m}$$

Треба да се напомене дека во именителот на изразот за λ се зема само оној дел од колективот на оптоварувањето чии што амплитудни напрегања се поголеми од σ_D , т.е. скалите од 1 до j на сл. 4. 29.

Работната издржливост на елементот, изразен во број на циклуси до кршење (N_R), кога елементот е оптоварен со колектив на оптоварување во кој што σ_{ai} е најголемото напрегање, се добива од следниот израз:

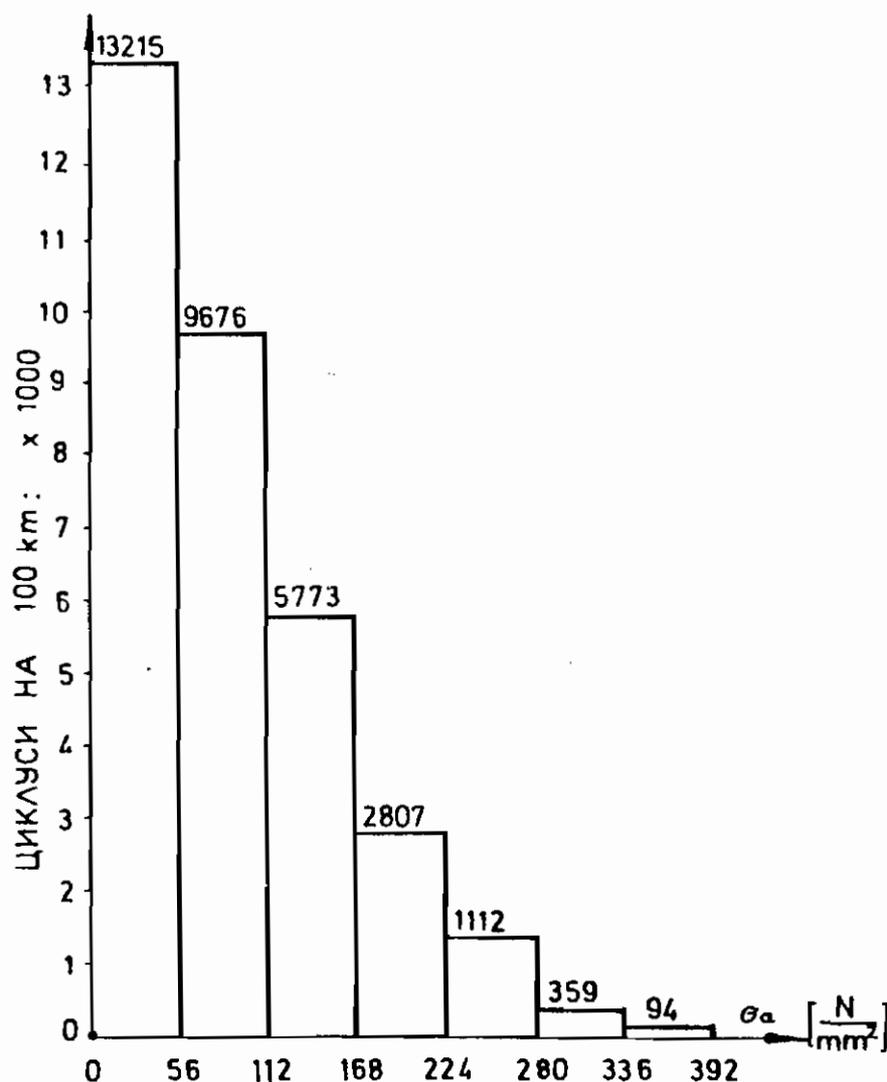
$$N_R = \lambda \cdot \sum_{i=1}^r \Delta n_i = \lambda \cdot n_b$$

Количеството блокови на оптоварување до појава на кршење (λ), според хипотезата на Palmgren-Miner, се пресметува според напред наведениот израз за λ , во кој што се зема да е $a_p=1$.

4.4 ПРИМЕР

Во оваа точка ќе бидат презентирани методологиите на пресметките од претходните точки на следниов пример:

При движење на полно товарно возило со брзина од 20 km/h, по пат чија што подлога е од коцка, е извршено снимање на работното оптоварување на неговата предна лисната пружина. Снимениот запис на работното оптоварување е обработен според методот на премин на класи и е добиен хистограмот на зачестеноста на амплитудните оптоварувања (напрегања) прикажан на сл. 4. 31.



Сл. 4. 31 Хистограм на зачестеноста на амплитудните напрегања на пружината при движењето на возилото со 20 km/h по лоша коцка

За да се одреди основната издржливост на предната пружина, нејзината Велерова линија, извршени се лабораториски испитувања на замор. При тоа пружината е оптоварувана со средно оптоварување кое што одговара на статичкото оптоварување на пружината во возилото т. е. $\sigma_m = \sigma_{st} = 400 \text{ N/mm}^2$.

За одредување на основната временска издржливост на пружината испитувани се по 20 пружини на две напонски нивоа $\sigma_1 = 800 \text{ N/mm}^2$ и $\sigma_2 = 950 \text{ N/mm}^2$ и $\sigma_{ar} = 550 \text{ N/mm}^2$. Резултатите од овие испитувања се дадени во табелата 4.2.

Табела бр. 4.2

| Број циклуси до кршења $N \times 10^5$ | | | | | |
|--|----------------------------------|------|----|----------------------------------|------|
| j | $\sigma \text{ (N/mm}^2\text{)}$ | | j | $\sigma \text{ (N/mm}^2\text{)}$ | |
| | 800 | 950 | | 800 | 950 |
| 1 | 3,48 | 1,45 | 11 | 6,29 | 2,28 |
| 2 | 4,22 | 1,57 | 12 | 6,66 | 2,35 |
| 3 | 4,42 | 1,69 | 13 | 6,92 | 2,41 |
| 4 | 4,46 | 1,83 | 14 | 6,98 | 2,48 |
| 5 | 5,10 | 1,95 | 15 | 7,10 | 2,55 |
| 6 | 5,54 | 2,08 | 16 | 7,22 | 2,68 |
| 7 | 5,74 | 2,10 | 17 | 8,14 | 2,75 |
| 8 | 5,79 | 2,14 | 18 | 8,44 | 2,86 |
| 9 | 5,91 | 2,15 | 19 | 8,85 | 2,91 |
| 10 | 6,14 | 2,20 | 20 | 9,34 | 2,93 |

За да се одреди трајната основна издржливост на пружината, најнапред е користена скалестата метода. Усвоено е дека граничниот број на циклуси до кршење не е поголем од усвоената вредност $N_{0v} = 5 \times 10^6$ циклуси. Резултатите од испитувањата се дадени во табелата 4.3

Табела бр. 4.3

| σ_i N/mm^2 | ○ – нескршена | ● – скршена | n_i | n_{ki} |
|-------------------------------|---------------|-------------|-------|----------|
| 700 | | | 1 | 1 |
| 675 | | | 4 | 3 |
| 650 | | | 13 | 10 |
| 625 | | | 20 | 10 |
| 600 | | | 11 | 1 |
| 575 | | | 1 | 0 |
| | Вкупно | | 50 | 25 |

За по прецизно одредување на трајната основна издржливост, применета е методата на проби. На пет напонски нивоа (σ_{vi}) се испитани по $n_i = 20$ пружини. Бројот на скршените пружини на секое ниво (n_{ki}) е различен и е даден во табелата 4. 4.

Табела бр. 4. 4

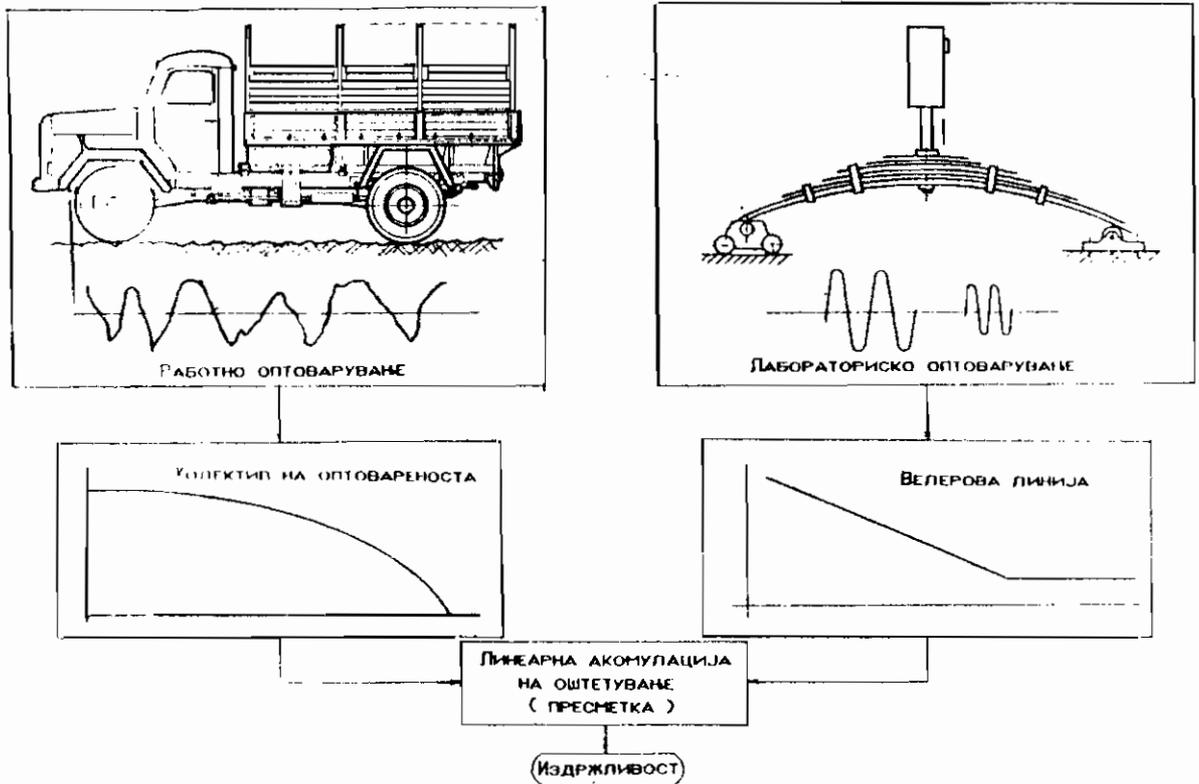
| Циклуси до кршење $N \times 10^6$ | | | | | | Циклуси до кршење $N \times 10^6$ | | | | | |
|-----------------------------------|--|------|------|------|------|-----------------------------------|--|------|-----|-----|-----|
| j | $\sigma_i = \sigma_m + \sigma_{vi} (N/mm^2)$ | | | | | j | $\sigma_i = \sigma_m + \sigma_{vi} (N/mm^2)$ | | | | |
| | 700 | 650 | 600 | 550 | 500 | | 700 | 650 | 600 | 550 | 500 |
| 1 | 1,54 | 1,75 | 1,94 | 2,10 | 3,14 | 11 | 2,10 | 2,34 | | | |
| 2 | 1,62 | 1,76 | 1,97 | 2,48 | 3,56 | 12 | 2,14 | 2,41 | | | |
| 3 | 1,69 | 1,85 | 2,01 | 2,77 | | 13 | 2,17 | 2,45 | | | |
| 4 | 1,79 | 1,94 | 2,14 | 3,01 | | 14 | 2,25 | 2,51 | | | |
| 5 | 1,80 | 1,98 | 2,17 | 3,20 | | 15 | 2,34 | 2,54 | | | |
| 6 | 1,81 | 2,10 | 2,20 | | | 16 | 2,36 | | | | |
| 7 | 1,84 | 2,15 | 2,34 | | | 17 | 2,41 | | | | |
| 8 | 1,92 | 2,19 | 2,42 | | | 18 | 2,42 | | | | |
| 9 | 1,98 | 2,22 | 2,56 | | | 19 | | | | | |
| 10 | 2,01 | 2,30 | 2,62 | | | 20 | | | | | |
| n_{ki} | | | 10 | 5 | 2 | n_{ki} | 18 | 15 | | | |

Користејќи ги резултатите од испитувањето на работните оптоварувања на пружината и резултатите од лабораториските испитувања, според шемата на сл. 4. 32 да се одреди работната издржливост на пружината во дадените експлоатациони услови на возилото.

Според шемата на сл. 4. 32, една од задачите кои ѝ претходат на одредувањето на работната издржливост на пружината е одредување на кривата на основната издржливост – Велеровата крива.

За да се одреди стрмиот дел на кривата (временската издржливост) се користат податоците од табела бр. 4. 2. Со оглед дека големината на извадокот е $n = 20$, ранговите на медијаната се отчитуваат од табелата во прилогот 1 или приближно се пресметуваат според емпирискиот образец

$$F(j) = \frac{j - 0,3}{n + 0,4}$$



Сл. 4.32 Шема за одредување на работната издржливост на пружината

Во овој случај вредностите $F(j)$ се отчитани од табелата во прилогот – 1 и се внесени во табелата бр. 4.5.

Табела бр. 4.5

| j | $N \times 10^5$ циклуси | | $F(j)$ % | j | $N \times 10^5$ циклуси | | $F(j)$ % |
|-----|-------------------------|------|-------------|-----|-------------------------|------|-------------|
| | 800 | 950 | | | 800 | 950 | |
| 1 | 3,48 | 1,45 | 3,41 | 11 | 6,29 | 2,28 | 52,46 |
| 2 | 4,22 | 1,57 | 8,25 | 12 | 6,66 | 2,35 | 57,37 |
| 3 | 4,42 | 1,69 | 13,15 | 13 | 6,92 | 2,41 | 62,29 |
| 4 | 4,46 | 1,83 | 18,05 | 14 | 6,98 | 2,48 | 67,21 |
| 5 | 5,10 | 1,95 | 22,97 | 15 | 7,10 | 2,55 | 72,13 |
| 6 | 5,54 | 2,08 | 27,88 | 16 | 7,22 | 2,68 | 77,03 |
| 7 | 5,74 | 2,10 | 32,80 | 17 | 8,14 | 2,75 | 81,95 |
| 8 | 5,79 | 2,14 | 37,70 | 18 | 8,44 | 2,86 | 86,85 |
| 9 | 5,91 | 2,15 | 42,63 | 19 | 8,85 | 2,91 | 91,75 |
| 10 | 6,14 | 2,20 | 47,54 | 20 | 9,34 | 2,93 | 96,60 |

Со вредностите во табелата бр. 4.4, во мрежата на Вејбуловата распределба, на сл. 4.33, нацртани се правите на распределбата на кршењето на пружината за двата напонски нивоа $\sigma = 800$ и $\sigma = 950 \text{ N/mm}^2$. Со отчитаните параметри на Вејбуловата распределба од дијаграмот се дефинираат и законите на распределбата на кршењето на пружината на двата напонски нивоа:

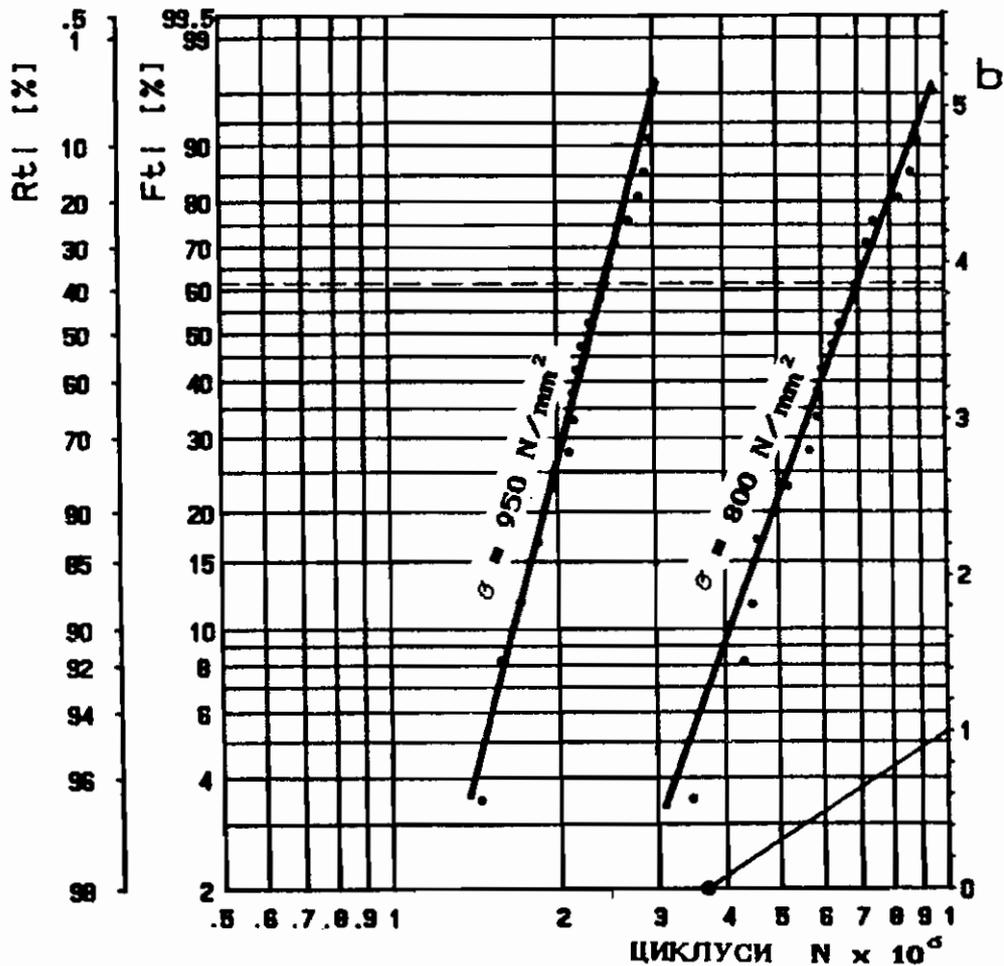
$$\text{за } \sigma = 800 \text{ N/mm}^2 \quad F(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{700000}\right)^{4,4}}$$

$$\text{за } \sigma = 950 \text{ N/mm}^2 \quad F(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{248000}\right)^{5,7}}$$

Според резултатите од скалестата метода за одредување на трајната динамичка издржливост, дадени во табелата бр. 4.3, може да се пресмета веројатноста на кршењето на елементот на секое напонско ниво. Пресметката се врши според изразот

$$F(i) = \frac{nk_i}{ni + 1}$$

а резултатите од пресметката се дадени во табелата бр. 4.6



Сл. 4.33 Распределба на издржливоста на пружината на два напонска нивоа

Табела бр. 4. 6

| σ_i (N/mm ²) | 700 | 675 | 650 | 625 | 600 | 575 |
|---------------------------------|-----|-----|-------|-------|-----|-----|
| n_i | 1 | 4 | 13 | 20 | 11 | 1 |
| n_{ki} | 1 | 3 | 10 | | 1 | 0 |
| $F(i)$ | — | 0,6 | 0,714 | 0,476 | — | — |

Од резултатите на пресметката може да се заклучи дека подрачјето на растурањето на трајната динамичка издржливост е во границите 675 до 600 N/mm².

За поточно одредување на трајната динамичка издржливост применета е методата на проби, а резултатите од испитуваната според таа метода се дадени во табелата бр. 4. 4. Врз основа на тие резултати, за секое напонско ниво, е пресметана веројатноста на кршењето на пружините $F(i) = n_{ki} / (n_i + 1)$ и е дадена во табелата бр. 4. 7. При тоа е земен предвид следниот однос на напреганата $\sigma_{Di} = \sigma_i - \sigma_m = \sigma_i - 400$.

Табела бр. 4. 7

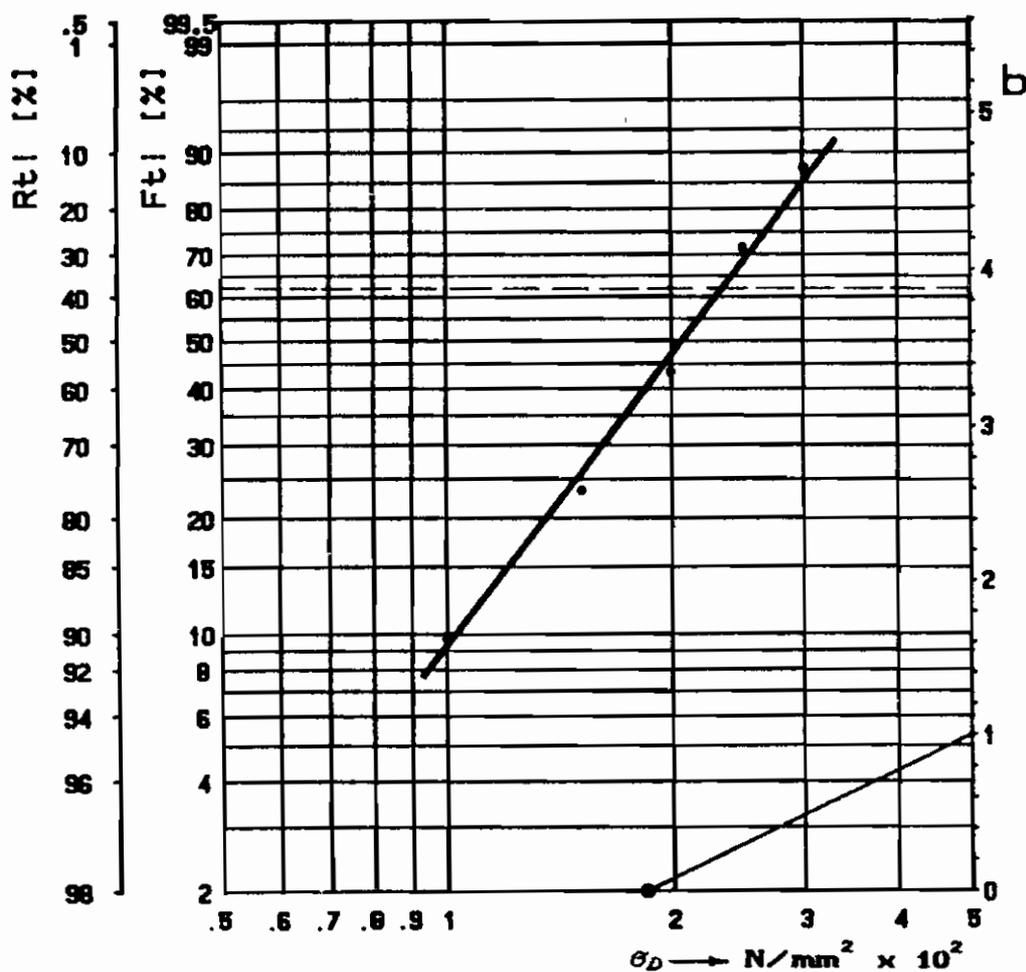
| σ_{Di} (N/mm ²) | 300 | 250 | 200 | 150 | 100 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n_i | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| n_{ki} | 18 | 15 | 10 | 5 | 2 |
| $F(i)$ | 0,857 | 0,714 | 0,476 | 0,238 | 0,095 |

Вредностите за σ_{Di} и $F(i)$ од табелата се внесени во мрежата на Вејбуловата распределба на сл. 4. 34 и е добиена правата на распределбата на трајната динамичка издржливост σ_{Di} .

Од дијаграмот на распределбата на трајната динамичка издржливост се одредуваат параметрите на распределбата така да распределбата го има следниот израз:

$$F(\sigma_D) = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma_D}{240}\right)^{2,68}}$$

Од дијаграмот на распределбата на временската издржливост на напонските нивоа $\sigma_i = 950$ и $\sigma_i = 800$ N/mm² ($\sigma_{Di} = 550$ и 400 N/mm²) — сл. 4. 33, и од дијаграмот на распределбата на трајната динамичка издржливост сл. 4. 34 одредени се веројатностите на кршењето 0,1; 0,5 и 0,9 и на сл. 4. 35 се повлечени соодветните граници на кршењето на Велеровата линија. Експонентот на Велеровата линија е одреден

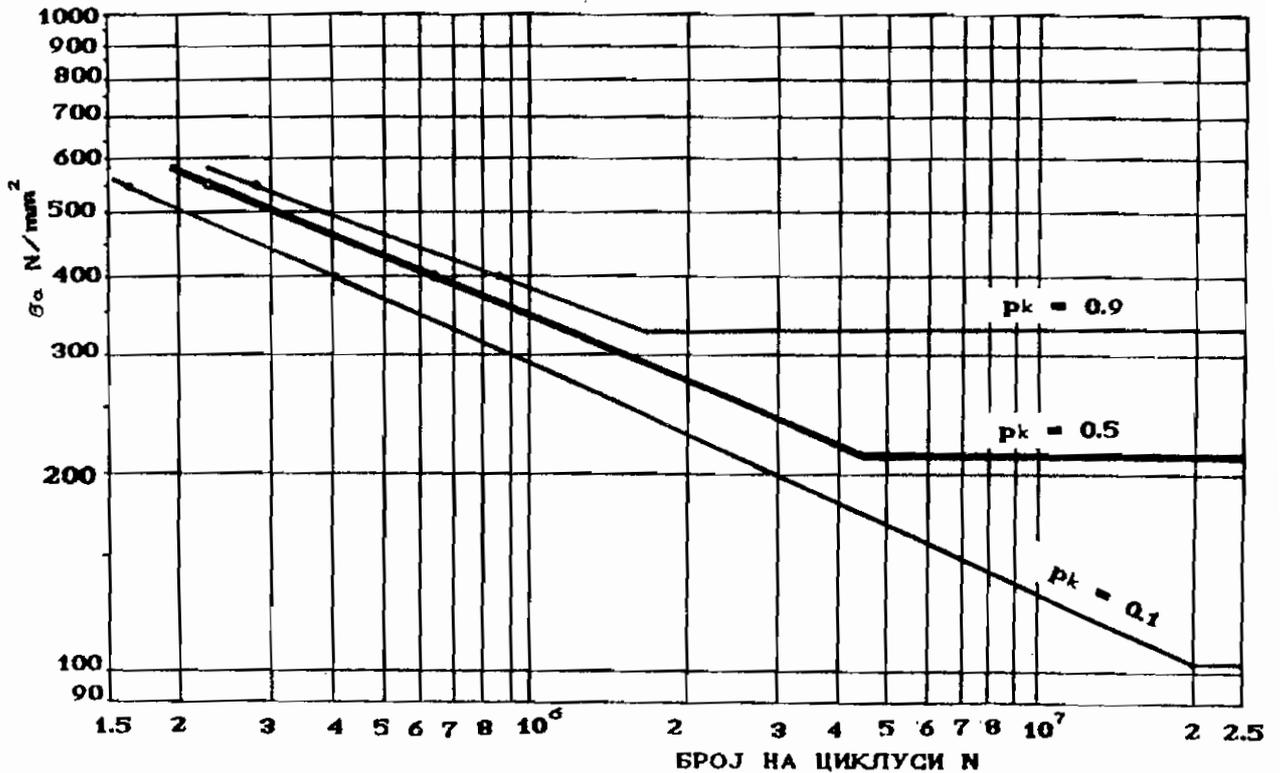


Сл. 4.34 Распределба на трајната динамичка издржливост

со помош на две точки од правата со веројатност 0,5 и тој изнесува:

$$m = \frac{\ln \left(\frac{N_D}{N_i} \right)}{\ln \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_D} \right)} = \frac{\ln \left(\frac{4.5 \cdot 10^6}{2.28 \cdot 10^6} \right)}{\ln \left(\frac{550}{209} \right)} = 3,1$$

Колективот на оптоварувањето на пружината, врз основа на хистограмот на зачестеноста на амплитудните напрегана, прикажан на сл. 4.31, се наоѓа според методологијата во т. 4.2.14. За таа цел е составена помошната табела 4.8



Сл. 4. 35 Велерова линија на листестата пружина

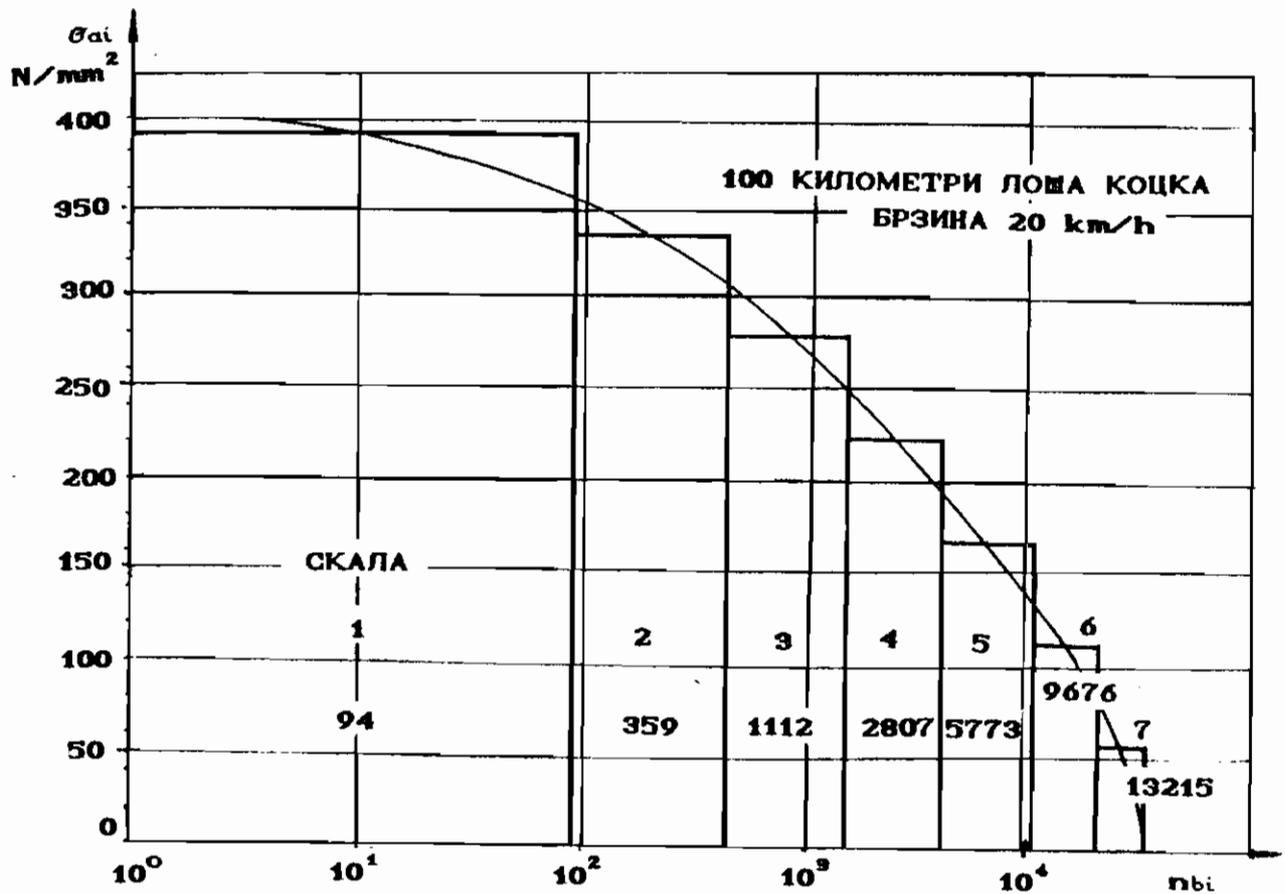
Табела бр. 4. 8

| 1 | σ_{ai} N/mm ² | Δn_i | f_i | F_i | $H_i = 1 - F_i$ | $n_{bi} = H_i \cdot n_b$ | $\log n_{bi}$ |
|---|------------------------------------|--------------|--------|--------|-----------------|--------------------------|---------------|
| 1 | 0 - 56 | 13215 | 0,4000 | 0,4000 | 0,6000 | 19821 | 4,297 |
| 2 | ... 112 | 9676 | 0,2930 | 0,6930 | 0,3070 | 10142 | 4,006 |
| 3 | ... 168 | 5773 | 0,1747 | 0,8677 | 0,1322 | 4367 | 3,640 |
| 4 | ... 224 | 2807 | 0,0849 | 0,9526 | 0,0473 | 1562 | 3,194 |
| 5 | ... 280 | 1112 | 0,0337 | 0,9863 | 0,0136 | 449 | 2,652 |
| 6 | ... 336 | 359 | 0,0109 | 0,9972 | 0,0028 | 95 | 1,968 |
| 7 | ... 392 | 94 | 0,0028 | 1,0000 | 0,0000 | 0 | - |

$$n_b = 33036$$

Според вредностите од табелата 4. 8, нацртан е колективот на оптоварувањето (види сл. 4. 36)

Работната издржливост на пружината ќе биде одредена според хипотезата на Серенсен - Когаев. За таа цел е создадена помошната табела 4. 9. Ако се усвои коефициентот $K = 0,6$ тогаш сите амплитудни напрегана под вредноста $0,6 \cdot \sigma_b = 0,6 \cdot 209 = 125 \text{ N/mm}^2$ не се земаат во обзир при пресметките, на замор. Тоа



Сл. 4.36 Колектив на оптоварувањето на пружината

значи дека последните две скали во колективот на оптоварувањето скалите 6 и 7, не влијаат на заморот на пружината и се исклучуваат од понатамошните пресметки.

Табела бр. 4.9

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--|--|-------|
| $\sigma_{ai} \text{ N/mm}^2$ | 392 | 336 | 280 | 224 | 168 | 112 | 56 |
| Δn_i ЦИКЛ. | 94 | 359 | 1112 | 2807 | 5773 | 9676 | 13215 |
| $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{amax}}$ | 1 | 0,86 | 0,71 | 0,57 | 0,43 | $\sum_{i=1}^5 \Delta n_i =$ $= 10145$ цикл $\sum_{i=1}^5 = 0,52$ | |
| $t_i = \frac{\Delta n_i}{n_b}$ | 0,009 | 0,035 | 0,110 | 0,277 | 0,569 | | |
| $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{amax}} t_i$ | 0,009 | 0,030 | 0,078 | 0,158 | 0,245 | | |
| σ_{ai}^m | $10,9 \times 10^7$ | $6,8 \times 10^7$ | $3,8 \times 10^7$ | $1,9 \times 10^7$ | $\sum_{i=1}^5 \sigma_{ai} \cdot \Delta n_i =$ $\approx 13,2 \times 10^{10}$ | | |
| $\sigma_{ai}^m \Delta n_i$ | $1,02 \times 10^{10}$ | $2,4 \times 10^{10}$ | $4,3 \times 10^{10}$ | $5,4 \times 10^{10}$ | | | |

Затоа, колективот на оптоварувањето сега се состои од $n_b = 94 + 359 + 1112 + 2807 + 5773 = 10145$ циклуса.

Најнапред се одредува коефициентот на формата на колективот на оптоварувањето:

$$p = \sum_{i=1}^{l=5} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{amax}} \cdot t_i = 0,52$$

Вредноста a_p се пресметува според изразот (види т. 4.3.2.3):

$$a_p = \frac{\sigma_{amax} \cdot p - k \cdot \sigma_D}{\sigma_{amax} - k \cdot \sigma_D} = \frac{392 \cdot 0,52 - 0,6 \cdot 209}{392 - 0,6 \cdot 209} = 0,3$$

За одредување на количеството блокови на оптоварување до кршење на пружината (λ), се користат само оние амплитудни напрегана кои што се поголеми од трајната динамичка издржливост $\sigma_D = 209$, а тоа се скалите 1; 2; 3 и 4.

Користејќи ги резултатите од помошната табела 4.9 се одредува количеството блокови на оптоварување до кршење на пружината

$$\lambda = \frac{a_p \cdot \sigma_D^m \cdot N_D}{\sum_{i=1}^j \sigma_{ai}^m \cdot \Delta n_i} = \frac{0,3 \cdot 209^{3,1} \cdot 4,5 \cdot 10^6}{13,2 \cdot 10^{10}} = 159$$

Средната работна издржливост на пружината оптоварена со зададениот колектив на оптоварувањето е:

$$N_R = \lambda \cdot n_b = 159 \cdot 33036 = 5,26 \cdot 10^6 \text{ циклуси или}$$

$$L = \lambda \cdot l_b = 159 \cdot 100 \text{ km} = 15900 \text{ km}$$

при услови на експлоатација: полно возило, брзина на движење 20 km/h по пат чија што подлога е лоша коцка.

4. 5. ЗАБРЗАНО ИСПИТУВАЊЕ НА ИЗДРЖЛИВОСТ

Одредувањето на кривата на издржливоста според вообичаената методологија е прилично долготрајна работа. При одредени испитувања на замор, при кои уредот за испитување треба да создаде поголеми амплитуди на оптоварување, не е можно да се зголеми фреквенцијата на промените на оптоварувањата. Затоа и активниот дел од испитувањето трае долго време. Кога е во прашање испитувањето на поголеми и посложени елементи, голем дел од времето на испитувањето се троши на подготвителните работи на испитувањето (замена на скршениот елемент со нов и сл.).

Поради напред изнесеното, лабораториите за испитување не се во состојба брзо да укажат на промената на квалитетот во сериското производство. Меѓутоа, брзото добивање на резултатите е потребно како при контролата на квалитетот на сериските производи, така и при развојните испитувања, кога треба да се проверат ефектите од конструктивните или технолошките промени.

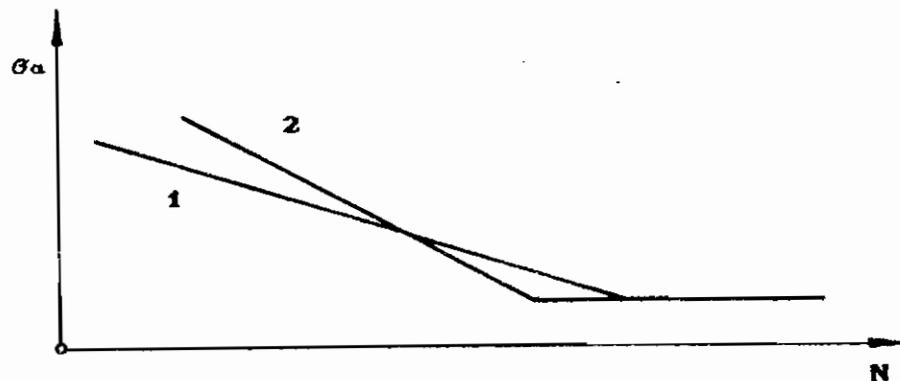
Со цел да се скуси времето на испитувањето, контролните испитувања можат да се вршат на едно ниво на оптоварување, кое е значително над трајната динамичка издржливост (види Т. 4. 3. 2). Очигледно е дека така ќе се скуси времето на испитувањето, но при тоа се можни и погрешни заклучоци за постигнатиот квалитет. Таков е случајот со споредбените испитувања на замор на два производи прикажани на сл. 4. 37. Резултатите од испитувањата при некое повисоко ниво на оптоварување σ_a ќе бидат поповолни за производот 2 отколку за производот 1, но објективно тоа не е така. Со цел да се избегнат вакви грешки испитувањата треба да се извршат на две нивоа на оптоварувања. На тој начин е дефиниран стрмиот дел на кривата на заморот.

За дефинирање на хоризонталниот дел од кривата на заморот т. е. за трајната динамичка издржливост на елементот која што е основен показател на отпорноста на замор, постојат методи за забрзано испитување. Таквите испитувања се темелат на променливо оптоварување на елементот до моментот на неговото кршење (4. 10; 4. 31).

Една од тие методи е методата Локати. Оваа метода се темели на хипотезата за линеарно акумулирање на оштетувањето. Согласно на таа хипотеза кршењето на елементот поради замор

настанува тогаш кога збирот на релативните оштетувања ја достигне вредноста единица:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$$



Сл. 4. 37 Резултати од споредбени испитувања на замор на два производа

За примена на оваа метода мора веќе да е познат токот на кривата на заморот – преку веќе извршени детални испитувања или се оценува според емпириски показатели. Се одредува кривата на заморот за веројатност на кршење 0,5 како и кривите на одредени граници на довербата, со оглед на неизбежното растурање на резултатите при испитувањето.

Делот што се испитува степенесто се оптоварува (сл. 4. 38). Се почнува со амплитудно оптоварување σ_{a1} кое што е помало од трајната динамичка издржливост σ_b . Количеството циклуси со кое се врши оптоварувањето со константна амплитуда е Δn_1 , а прирастот на амплитудата на оптоварувањето е $\Delta \sigma$. Вредноста со која се одредува широчината на скалата на оптоварувањето Δn_1 се бира меѓу $5 \cdot 10^4$ и $25 \cdot 10^4$ циклуси, а височината на скалите на оптоварувањето се зголемува за вредност која треба да е меѓу 1000 и 3000 daN/cm^2 . Степенестото зголемување на амплитудните оптоварувања се продолжува до кршење на делот што се испитува на замор.

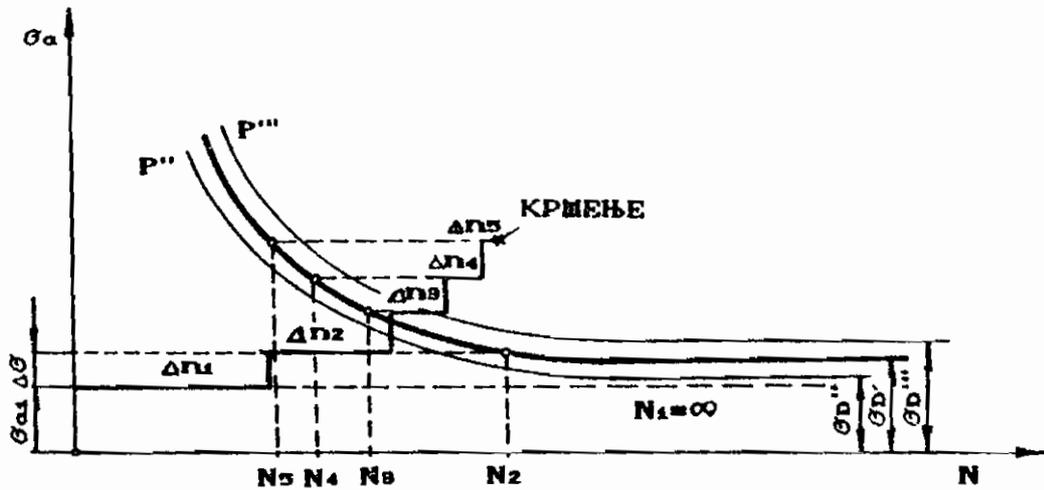
Според текот на испитувањето, при што се респектира нивото на оптоварувањето и бројот на циклусите на оптоварувањето во моментот на кршењето, се одредуваат релативните оштетувања на секое ниво на оптоварување и нивниот вкупен износ $\sum (\Delta n_i / N_i)$.

Одредувањето на вредноста N_i за кривата на заморот со веројатност на кршење 0,5 е прикажано на сл. 4. 38. Тие вредности

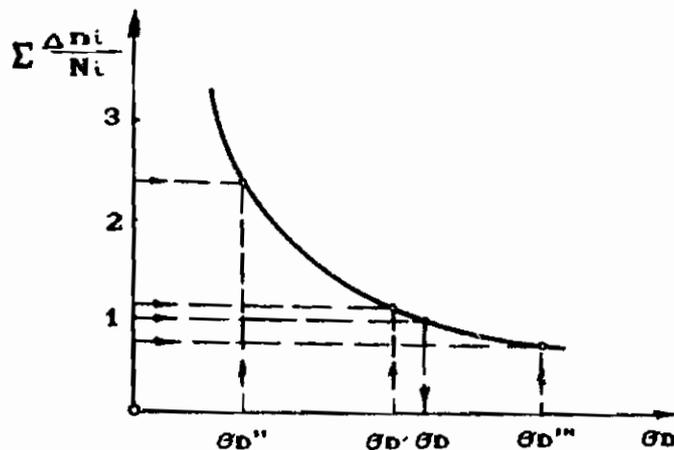
на ист начин, се одредуваат и за кривите на заморот што се однесуваат на границите на довербата p'' и p''' , чија што трајна динамичка цврстина е σ_D'' и σ_D''' .

Резултатите од испитувањата односно пресметаните вредности се нанесуваат во дијаграм $\sigma_D - \Sigma(\Delta n_i/N_i)$ (види слика 4.39). Низ трите точки во дијаграмот апроксимативно се повлекува крива, а потоа со интерполација за вредноста $\Sigma n_i/N_i=1$ се одредува бараната трајна динамичка цврстина на делот што се испитува - σ_D .

Со цел да се добие поточна вредност, постапката може да се повтори со уште неколку елементи, па σ_D на испитуваниот



Сл. 4. 38 Шематски приказ на постапката Локати



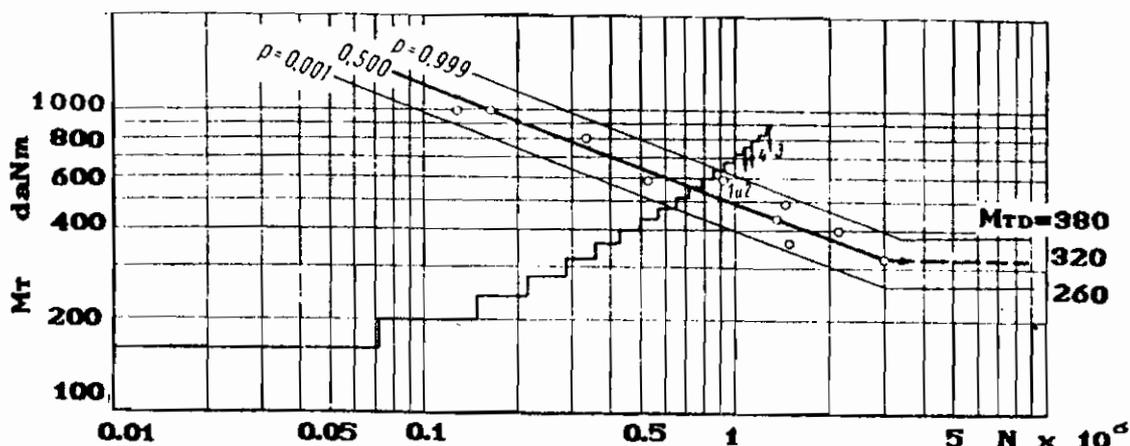
Сл. 4. 39 Одредување на σ_D според Локати

елемент се одредува како средна вредност од резултатите на сите извршени испитувања.

Напред презентираниот метода, и сличните на неа, се применуваат во случај кога не се бара висока точност. Затоа оваа метода се препорачува како метода со која може да се изврши контрола на стабилноста на технолошкиот процес на производство при сериското производство на одредени витални делови.

За секој дел, чиј квалитет се контролира, може да се одреди оптимален режим на степенесто оптоварување, кој ќе обезбеди најкучо време на испитување без да се намали точноста на одредувањето на трајната динамичка издржливост.

Пример: Со помош на забрзани испитувања по метод Локати, потребно е да се одреди трајната динамичка издржливост на торзисни оптоварувања θ на полувратило на едно товарно возило [4.10]. Со претходни детални испитувања на замор е одредена целосна крива на заморот $M_t - N$ и границите на доверието кои што се однесуваат на веројатноста на кршење $p = 0,001$ и $0,999$ (види сл. 4.40).



Сл. 4.40 Резултати од забрзаните испитувања на полувратило на товарно возило

Бидејќи трајната динамичка издржливост, според резултатите од претходните испитувања е при торзисен момент од 320 [daNm], забрзаните испитувања се почнати со оптоварување од 160 [daNm]. Усвоено е бројот на циклусите на оптоварувањата во секоја скала на оптоварувањето да изнесува $\Delta n_i = 71500$, а прирастот на оптоварувањето по блокови да изнесува $\Delta M_t = 40$

(daNm), што одговара на прираст на тангенцијално оптоварување $\Delta\tau = 1,8 \text{ [daN/mm}^2\text{]}$ (види сл. 4.40).

Со ист режим на оптоварување, степенесто се оптоварувани четири полувратила, а резултатите од испитуваната се дадени на сл. 4.40 и во табелата бр. 4.10.

Табела 4.10

| Број на полу- вратилото | Број на циклуси до кршење N | Оптоварувањето во моментот на кршењето M [daNm] |
|----------------------------|--------------------------------|---|
| 1 | 1.100.000 | 760 |
| 2 | 1.125.000 | 760 |
| 3 | 1.336.800 | 880 |
| 4 | 1.134.000 | 760 |

За да се одреди трајната динамичка издржливост на полувратилото, се пресметува релативното оштетување на различни нивоа на оптоварување. Пример за пресметка на таквите оштетувања кои што се однесуваат на полувратилото бр.1 е даден во табела 4.11.

Количеството циклуси на оптоварувањето до кршење на полувратилото за секое ниво на оптоварување, може да се одреди аналитички или графички. При аналитичкото одредување треба најнапред да се одредат равенката на кривата на заморот и равенката на нивните граници на довербата, т.е. равенките $N = f(M\tau)$, а потоа за одредено оптоварување $M\tau_i$ се пресметува колкаво е N_i .

За графичкото одредување на количеството циклуси на оптоварувањето до кршење на полувратилото потребно е, на графикот на кој е нацртана кривата на заморот и кривите на границите на довербата, да се нанесе степенестиот режим на променливото оптоварување, онака како што тоа е направено на сл. 4.40. Потоа за секое ниво на оптоварување $M\tau_i$ се отчитуваат вредностите на N_i за $p = 0,001; 0,5$ и $0,999$. Тоа е направено за полувратилото бр.1, а отчитаните вредности се внесени во табелата 4.11.

Она што е направено за полувратилото бр.1 е направено и за останатите три полувратила а акумулираните оштетувања од испитувањето на сите четири полувратила се дадени во табелата бр.4.12. Во горниот дел на табелата се наведени и вредностите

Табела 4.11

| Ниво на оптоварување M_t [daNm] | Ниво на напрегање $\Delta \sigma$ [daN/mm ²] | Количество цикли Δn_i 1000 | $p=0,001$ | | $p=0,500$ | | $p=0,999$ | |
|-----------------------------------|--|------------------------------------|----------------------------------|--------------------------|----------------------------------|--------------------------|----------------------------------|--------------------------|
| | | | Циклуси до лом $N_i \times 10^3$ | $\frac{\Delta n_i}{N_i}$ | Циклуси до лом $N_i \times 10^3$ | $\frac{\Delta n_i}{N_i}$ | Циклуси до лом $N_i \times 10^3$ | $\frac{\Delta n_i}{N_i}$ |
| 160 | 7.0 | 71.5 | 8 | 0 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| 200 | 8.8 | 71.5 | 8 | 0 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| 240 | 10.6 | 71.5 | 8 | 0 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| 280 | 12.4 | 71.5 | 2500 | 0.0286 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| 320 | 14.2 | 71.5 | 1800 | 0.0398 | 3000 | 0.0238 | 8 | 0 |
| 360 | 16.0 | 71.5 | 1300 | 0.0550 | 2300 | 0.0310 | 8 | 0 |
| 400 | 17.8 | 71.5 | 1050 | 0.0680 | 1700 | 0.0420 | 3000 | 0.0238 |
| 440 | 19.6 | 71.5 | 800 | 0.0895 | 1350 | 0.0530 | 2300 | 0.0310 |
| 480 | 21.4 | 71.5 | 650 | 0.1100 | 1100 | 0.0650 | 1850 | 0.0386 |
| 520 | 23.2 | 71.5 | 500 | 0.1430 | 900 | 0.0795 | 1500 | 0.0476 |
| 560 | 25.0 | 71.5 | 420 | 0.1700 | 730 | 0.0980 | 1220 | 0.0586 |
| 600 | 26.8 | 71.5 | 350 | 0.2040 | 610 | 0.1170 | 1020 | 0.0700 |
| 640 | 28.6 | 71.5 | 300 | 0.2380 | 520 | 0.1370 | 900 | 0.0795 |
| 680 | 30.4 | 71.5 | 250 | 0.2860 | 450 | 0.1590 | 780 | 0.0915 |
| 720 | 31.2 | 71.5 | 220 | 0.3400 | 380 | 0.1880 | 660 | 0.1080 |
| 760 | 33.0 | 27.5 | 190 | 0.1450 | 330 | 0.0835 | 580 | 0.0475 |
| | | | | 1.611* | | 1.076* | | 0.596* |

* $\sum n_i/N_i$ – акумулирано оштетување

на трајните динамички оптоварувања за секоја од трите на трајните динамички оптоварувања за секоја од трите веројатности на кршењето p , добиени при претходните детални испитувања на замор. Тие вредности се отчитани од дијаграмот на сл. 4.40 и изнесуваат $M_{tr} = 260; 320$ и 380 daNm.

Со вредностите во табелата 4.12, наведени во колоните 2; 3 и 4, во координатниот систем $M_t - \sum (n_i/N_i)$, на сл. 4.41, за секое полувавило се нанесени по три точки за секое полувавило и низ нив се повлечени линиите 1, 2, 3 и 4.

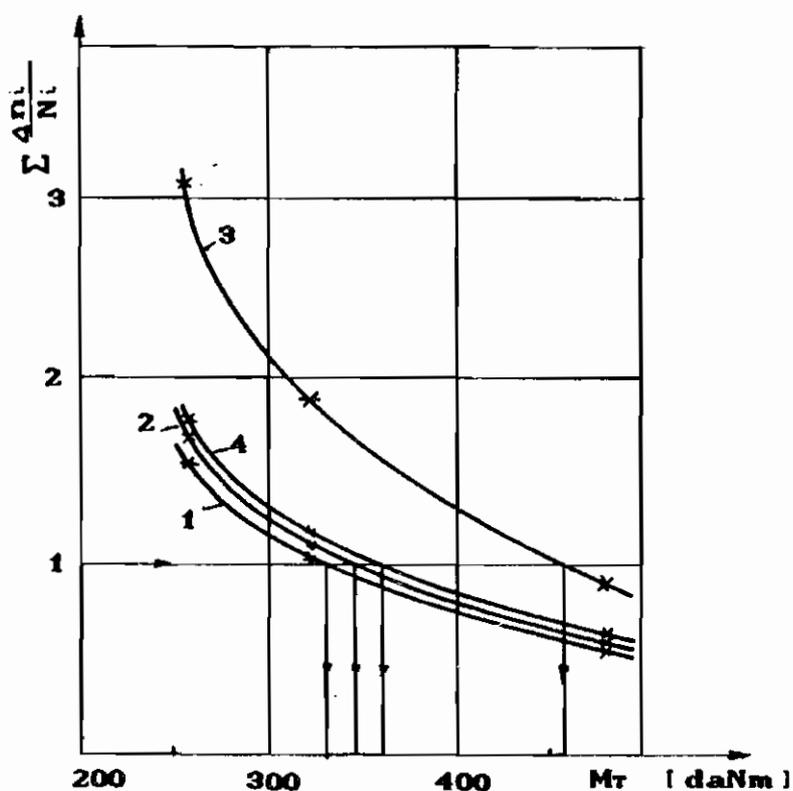
За одредување на трајното динамичко оптоварување на испитаните четири полувавила, според хипотезата за акумулација на оштетувањето, потребно е да се изврши интерполација на добиените вредности за $\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$ како на сл. 4.39. Графичката интерполација е извршена на сл. 4.41, а вредностите на трајното динамичко оптоварување се нанесени во колоната 5 на табелата 4.12, за секое полувавило.

Средната вредност на трајното динамичко оптоварување

Табела 4.12

| Број на полу-вратилото | Акумулирано оштетување при вредностите | | | Трајно динамичко оптоварување кое што одговара на $\Sigma n_i/N_i = 1$; M_T [daNm] |
|------------------------|--|---------------------------|---------------------------|---|
| | $p=0,001$ $M_{T0}=260$ | $p=0,500$ $M_{T0}=320$ | $p=0,999$ $M_{T0}=380$ | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 1,611 | 1,076 | 0,596 | 332 |
| 2 | 1,742 | 1,152 | 0,639 | 352 |
| 3 | 3,132 | 1,946 | 0,975 | 461 |
| 4 | 1,796 | 1,179 | 0,655 | 364 |

добиено од четирите испитувана е 377 [daNm], а таа е за 15% поголема вредност од вредноста добиена според вообичаените испитувана на замор.



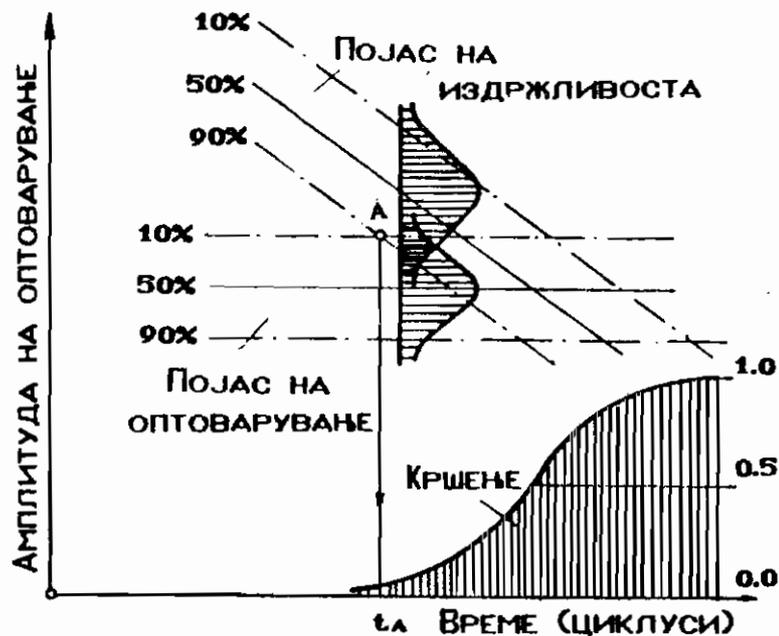
Сл. 4.41 Одредување на трајното динамичко оптоварување

4.6. ОДРЕДУВАЊЕ НА ВЕРОЈАТНОСТА НА ИЗДРЖЛИВОСТА

Голем дел од елементите на поодделни машини се изложени во текот на експлоатацијата на многу различни оптоварувања. Такви оптоварувања се јавуваат на пример во текот на целиот работен век на елементите на возилото, а потекнуваат од

различните големини на товарот, квалитетот на патот, стилот на возењето и др. [4.14].

Меѓутоа, и издржливоста на елементите не е изедначена (види Т. 4.3.2). Растурање на издржливоста настанува поради неизедначеноста на квалитетот на елементите, а тоа е последица од неизедначеноста на технолошките операции во текот на изработката на елементот (површинската и термичката обработка, појавата на внатрешни напрегана), квалитетот на материјалот и т.н.



Сл. 4.42 Одредување на надежноста (ненадежноста) на елементот

Поради растурањето на оптоваруваната на елементот во текот на експлоатацијата, како и поради растурањата на неговата издржливост, не е можно експлицитно да се одреди моментот на неговото кршење, туку може да се одреди веројатноста на кршењето, неговата надежност или ненадежност по одреден број часови работа, поминат пат или циклуси на оптоварување. Принципот на одредувањето на таа веројатност прикажан е на сл. 4.42.

На сликата е прикажан појасот на издржливост на елементот со веројатностите 90% ; 50% и 10% дека кршењето нема да се случи, како и појасот на променливите амплитудни оптоварувања во текот на работата на елементот со истите веројатности [4.3; 4.12]

Веројатноста на кршењето на елементот се пресметува како производ на веројатностите на два независни настани (според правилото "И" – од веројатноста). Кршењето настанува кога ќе дојде до преклопувањето на двете независни распределби – густината на распределбата на издржливоста и густината на распределбата на оптоварувањето. Така на пример, веројатноста дека ќе дојде до кршење на елементот во моментот t_A – точката А на сл. 4.42 е :

$$P_A = P_{iz} \cdot P_{op} = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$$

Тоа значи дека од 100 елементи во експлоатација, до моментот t_A може да се скрши еден дел. Од сликата може да се заклучи дека на дисперзијата на кршењето на елементот поголемо влијание има дисперзијата (растурањето) на издржливоста на елементот, отколку што има дисперзијата на оптоварувањето на кое што тој е изложен. Затоа е важно квалитетот на производот да биде поизедначен, растурањето на квалитетот да биде што е можно помало. Тоа е, пак, во тесна врска со контролата на квалитетот на сите нивоа на производството и монтажата на елементот.

Напред беше споменато дека до кршење на елементот може да дојде доколку дојде до преклопување на густините на распределбите на издржливоста и на оптоварувањето (види сл. 4.42 и 4.43). Во случај да двете распределби се нормални, веројатноста дека ќе дојде до кршење се пресметува на следниот начин:

Ако со "s" се означи оптоварувањето, а со "S" издржливоста [4.21], изразите за нивната густина на распределбата се:

$$f_s(s) = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{s - \mu_s}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

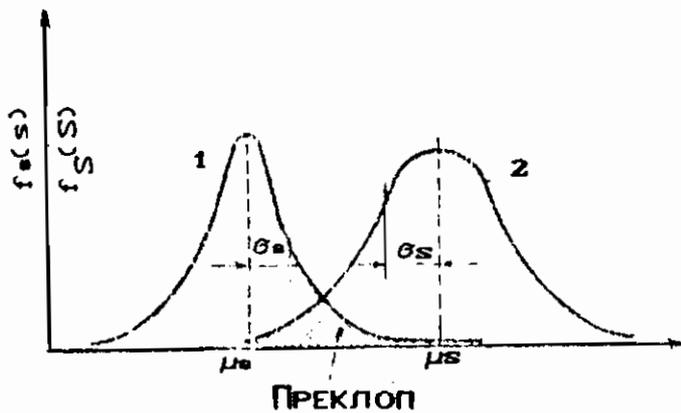
$$f_S(S) = \frac{1}{\sigma_S \sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2 \right]$$

каде што е μ средна вредност, а σ средно квадратно отстапување на случајните големина. Ако се воведо случајната променлива $y = S - s$, таа исто така ќе има нормална распределба со средна вредност $\mu_y = \mu_S - \mu_s$ и средно квадратно отстапување $\sigma_y = (\sigma_S^2 + \sigma_s^2)^{1/2}$, па веројатноста на работата на елементот без

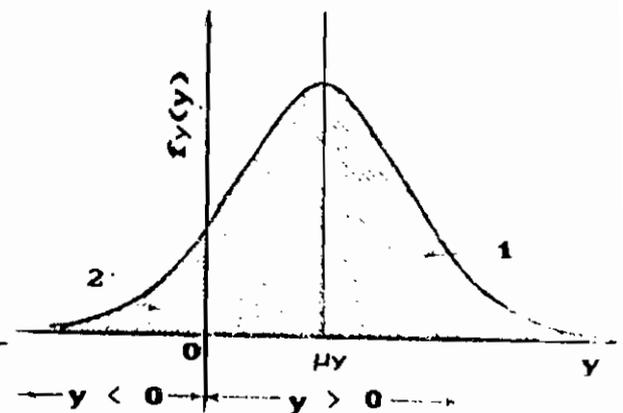
појава на кршење (надежноста на елементот) се пресметува според следниот интеграл.

$$R = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \cdot dy$$

Вредност на овој интеграл одговара на површината 1 на сл. 4.44, а пресметката се врши со воведување на стандардизирана случајна променлива $Z = (y - \mu_y) / \sigma_y$, со помош на табелата на Лапласовата функција [4.30].



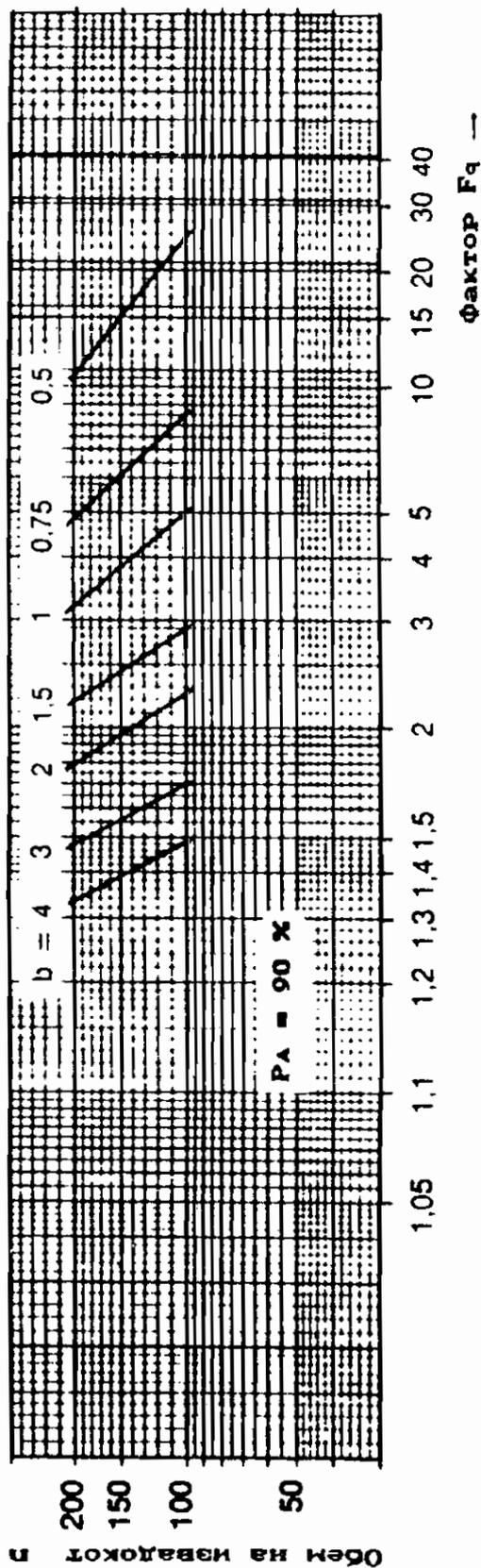
Сл. 4.43 Преклопување на густините на распределбата на оптоварувањето (1) и издржливоста(2)



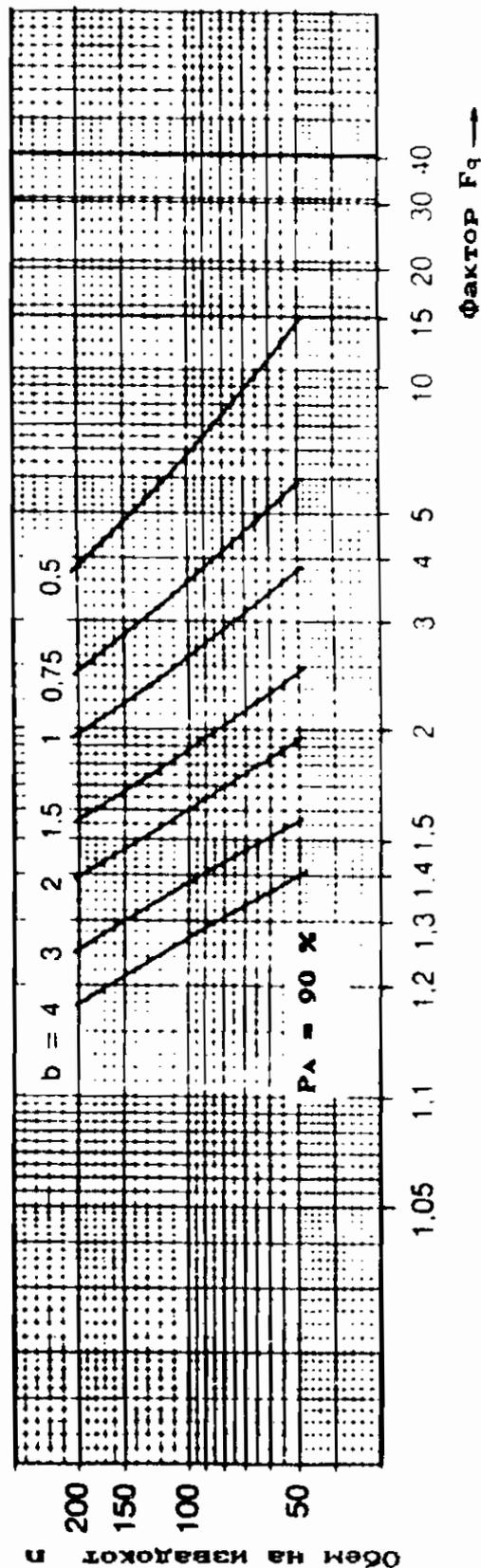
Сл. 4.44 Густина на распределбата на случајните големина y

На напред изнесениот начин се пресметува надежноста на елементот, кога законите на распределба на оптоварувањето и издржливоста се нормални. Кога се во прашање други закони на распределба, проблемот на одредување на надежноста (ненадежноста), обично се решава со графички методи [4.21].

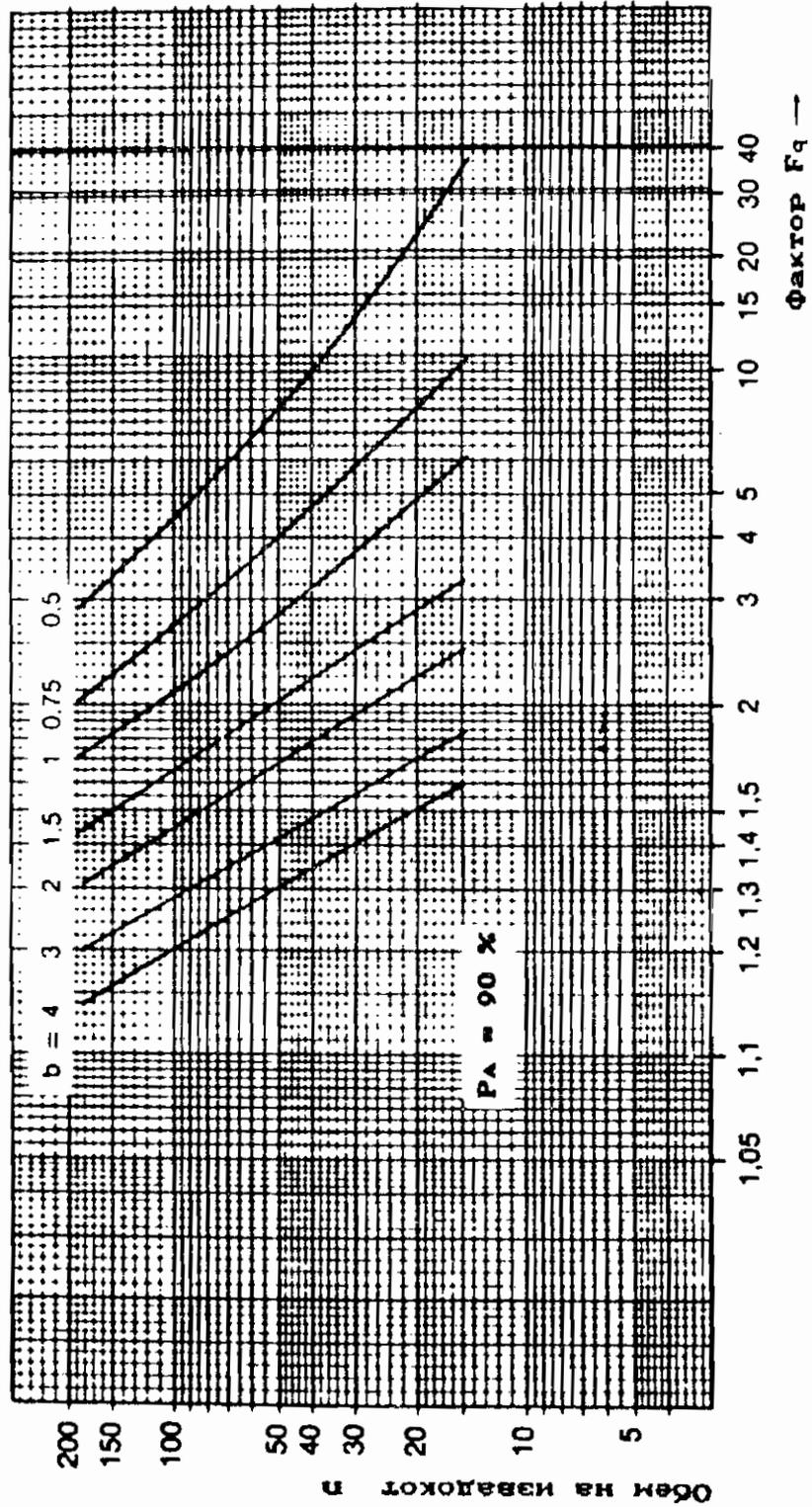
Диаграм бр. 1 ПОДРАЧЈЕ НА ДОВЕРБА ЗА ИЗДРЖЛИВОСТ t_1 ЗА РАЗЛИЧНИ b -ВРЕДНОСТИ



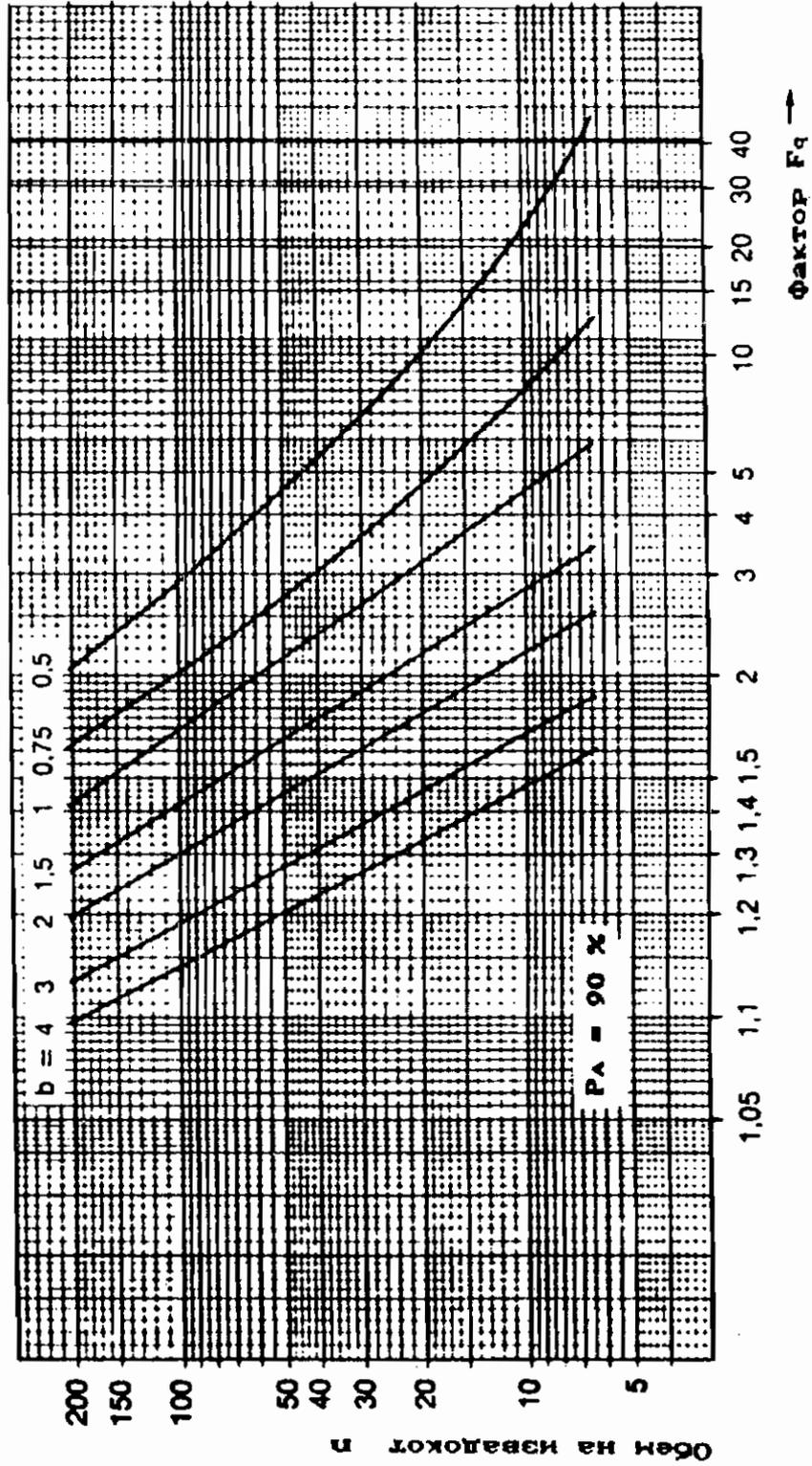
Диаграм бр. 2 ПОДРАЧЈЕ НА ДОВЕРБА ЗА ИЗДРЖЛИВОСТ t_2 ЗА РАЗЛИЧНИ b -ВРЕДНОСТИ



Дијаграм бр. 3 ПОДРАЧЈЕ НА ДОВЕРБА ЗА ИЗДРЖЛИВОСТ t_5
ЗА РАЗЛИЧНИ b -ВРЕДНОСТИ

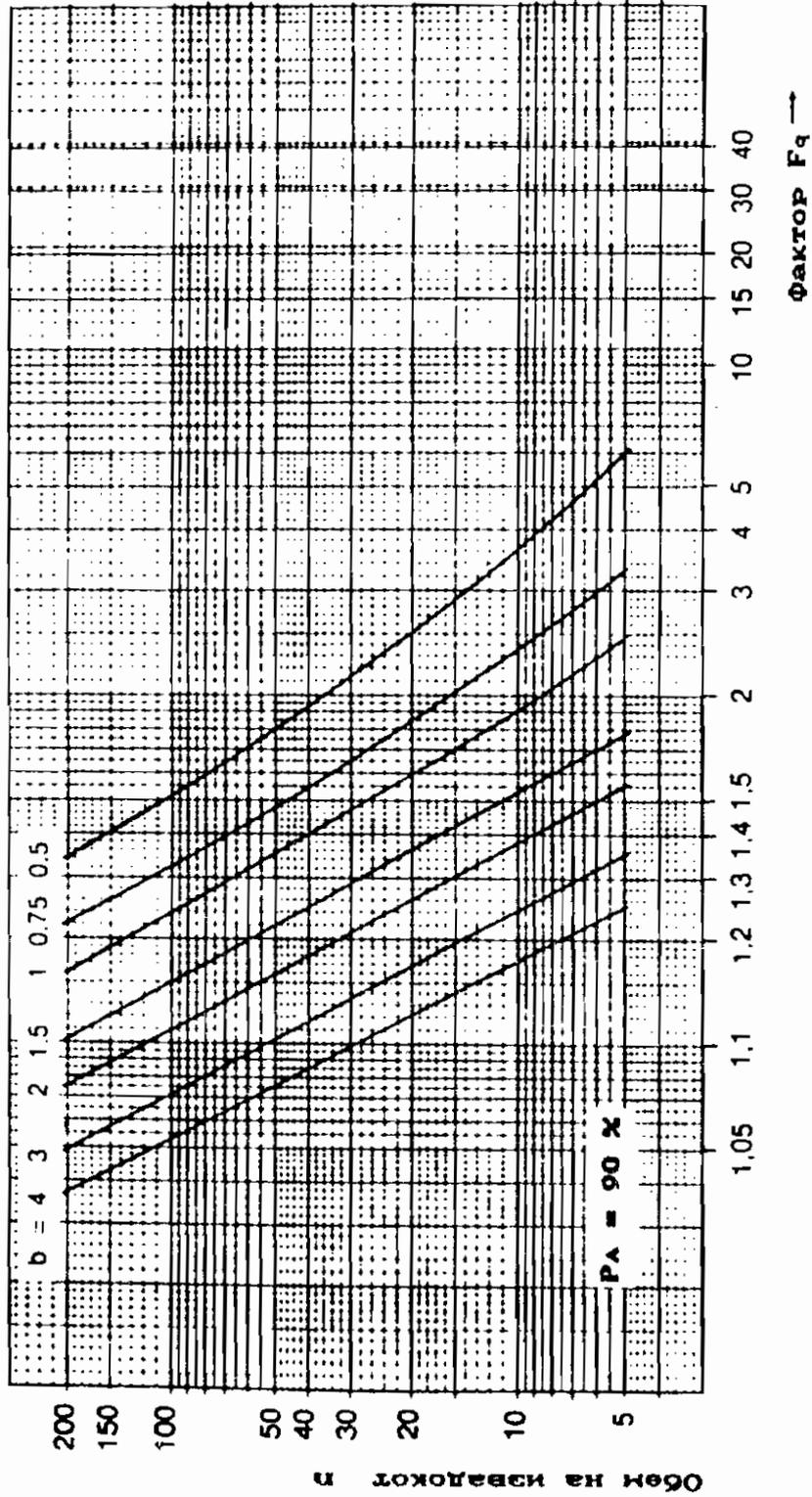


Дијаграм бр. 4 ПОДРАЧЈЕ НА ДОВЕРБА ЗА ИЗДРЖЛИВОСТ t_{10}
ЗА РАЗЛИЧНИ b -ВРЕДНОСТИ

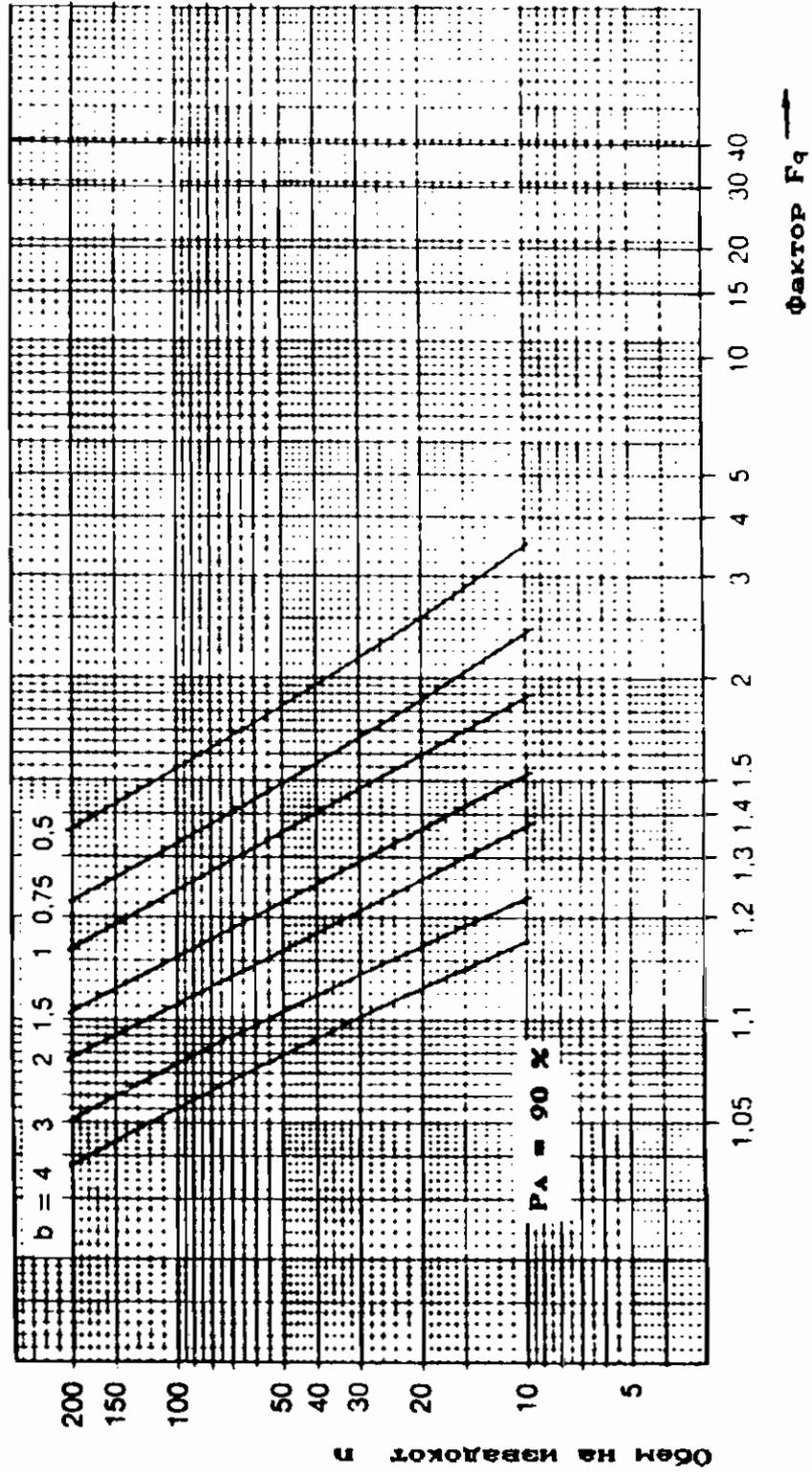


Прилог - 2

Дијаграм бр. 7 ПОДРАЧЈЕ НА ДОВЕРБА ЗА ИЗДРЖЛИВОСТ t_{eo}
ЗА РАЗЛИЧНИ b -ВРЕДНОСТИ



Дијаграм бр. 8 ПОДРАЧЈЕ НА ДОВЕРБА ЗА ИЗДРЖЛИВОСТ t_{∞}
ЗА РАЗЛИЧНИ b -ВРЕДНОСТИ



Прилог - 3

ПРОЦЕНТИ НА РАСПРЕДЕЛБАТА НА СТАТИСТИЧКАТА
ВРЕДНОСТ w

| n | r | $1 - \alpha$ | | | | | | | | | | |
|-----|-----|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.98 |
| 3 | 3 | 0.11 | 0.17 | 0.25 | 0.42 | 0.57 | 0.67 | 0.78 | 0.99 | 1.33 | 1.56 | 1.86 |
| 4 | 3 | 0.10 | 0.15 | 0.22 | 0.39 | 0.53 | 0.64 | 0.75 | 0.96 | 1.32 | 1.56 | 1.90 |
| | 4 | 0.20 | 0.28 | 0.37 | 0.54 | 0.68 | 0.77 | 0.86 | 1.05 | 1.33 | 1.53 | 1.77 |
| 5 | 3 | 0.09 | 0.14 | 0.21 | 0.37 | 0.51 | 0.61 | 0.73 | 0.94 | 1.32 | 1.59 | 1.93 |
| | 4 | 0.18 | 0.26 | 0.34 | 0.50 | 0.64 | 0.74 | 0.84 | 1.03 | 1.35 | 1.55 | 1.82 |
| | 5 | 0.28 | 0.36 | 0.44 | 0.60 | 0.73 | 0.82 | 0.91 | 1.07 | 1.33 | 1.50 | 1.70 |
| 6 | 3 | 0.09 | 0.14 | 0.21 | 0.36 | 0.50 | 0.61 | 0.72 | 0.93 | 1.32 | 1.59 | 1.92 |
| | 4 | 0.18 | 0.25 | 0.32 | 0.49 | 0.62 | 0.72 | 0.82 | 1.01 | 1.33 | 1.55 | 1.84 |
| | 5 | 0.25 | 0.33 | 0.42 | 0.58 | 0.71 | 0.79 | 0.89 | 1.05 | 1.33 | 1.51 | 1.73 |
| | 6 | 0.33 | 0.41 | 0.50 | 0.65 | 0.77 | 0.85 | 0.93 | 1.07 | 1.31 | 1.46 | 1.64 |
| 7 | 3 | 0.08 | 0.14 | 0.20 | 0.35 | 0.49 | 0.59 | 0.71 | 0.92 | 1.30 | 1.56 | 1.92 |
| | 4 | 0.17 | 0.24 | 0.31 | 0.48 | 0.62 | 0.71 | 0.81 | 1.01 | 1.32 | 1.54 | 1.82 |
| | 5 | 0.25 | 0.32 | 0.40 | 0.56 | 0.70 | 0.78 | 0.88 | 1.05 | 1.33 | 1.52 | 1.75 |
| | 6 | 0.32 | 0.39 | 0.47 | 0.63 | 0.75 | 0.84 | 0.92 | 1.07 | 1.32 | 1.48 | 1.67 |
| | 7 | 0.38 | 0.46 | 0.54 | 0.69 | 0.80 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.30 | 1.43 | 1.60 |

Пример : за $n=5$, $r=4$ следува $w_{0.05} = 1.55$

Прилог - 3

| n | r | α | | | | | | | | | | | |
|----|----|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.98 | |
| 8 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.35 | 0.49 | 0.59 | 0.70 | 0.92 | 1.31 | 1.58 | 1.95 | |
| | 4 | 0.16 | 0.23 | 0.31 | 0.47 | 0.61 | 0.70 | 0.81 | 1.00 | 1.33 | 1.55 | 1.83 | |
| | 5 | 0.23 | 0.31 | 0.39 | 0.55 | 0.68 | 0.77 | 0.87 | 1.05 | 1.33 | 1.52 | 1.76 | |
| | 6 | 0.30 | 0.38 | 0.46 | 0.62 | 0.74 | 0.82 | 0.91 | 1.06 | 1.32 | 1.49 | 1.69 | |
| | 7 | 0.36 | 0.44 | 0.52 | 0.67 | 0.78 | 0.86 | 0.94 | 1.08 | 1.30 | 1.45 | 1.62 | |
| | 8 | 0.42 | 0.50 | 0.58 | 0.71 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.28 | 1.41 | 1.56 | |
| | 9 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.34 | 0.49 | 0.59 | 0.70 | 0.92 | 1.31 | 1.58 | 1.92 |
| | | 4 | 0.16 | 0.23 | 0.31 | 0.47 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 1.00 | 1.33 | 1.55 | 1.84 |
| 5 | | 0.23 | 0.31 | 0.39 | 0.54 | 0.68 | 0.77 | 0.86 | 1.04 | 1.33 | 1.52 | 1.76 | |
| 6 | | 0.30 | 0.38 | 0.45 | 0.60 | 0.73 | 0.81 | 0.90 | 1.06 | 1.31 | 1.48 | 1.70 | |
| 7 | | 0.35 | 0.43 | 0.50 | 0.66 | 0.77 | 0.85 | 0.93 | 1.07 | 1.30 | 1.46 | 1.65 | |
| 8 | | 0.40 | 0.48 | 0.55 | 0.70 | 0.81 | 0.88 | 0.95 | 1.08 | 1.28 | 1.42 | 1.59 | |
| 9 | | 0.45 | 0.53 | 0.60 | 0.74 | 0.84 | 0.90 | 0.97 | 1.08 | 1.27 | 1.39 | 1.53 | |
| 10 | | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.34 | 0.48 | 0.59 | 0.71 | 0.93 | 1.31 | 1.59 | 1.92 |
| | 4 | 0.16 | 0.23 | 0.30 | 0.46 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 1.00 | 1.33 | 1.57 | 1.86 | |
| | 5 | 0.23 | 0.30 | 0.38 | 0.54 | 0.68 | 0.77 | 0.86 | 1.04 | 1.33 | 1.53 | 1.77 | |
| | 6 | 0.29 | 0.37 | 0.45 | 0.60 | 0.73 | 0.81 | 0.90 | 1.06 | 1.32 | 1.49 | 1.71 | |
| | 7 | 0.34 | 0.42 | 0.50 | 0.65 | 0.77 | 0.84 | 0.92 | 1.07 | 1.31 | 1.46 | 1.66 | |
| | 8 | 0.39 | 0.47 | 0.54 | 0.69 | 0.80 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.29 | 1.43 | 1.60 | |
| | 9 | 0.43 | 0.51 | 0.59 | 0.73 | 0.83 | 0.89 | 0.96 | 1.08 | 1.28 | 1.40 | 1.55 | |
| | 10 | 0.48 | 0.55 | 0.62 | 0.76 | 0.85 | 0.91 | 0.98 | 1.09 | 1.26 | 1.38 | 1.51 | |
| | 11 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.34 | 0.48 | 0.59 | 0.71 | 0.92 | 1.31 | 1.60 | 1.97 |
| | | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.30 | 0.46 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 1.00 | 1.34 | 1.58 | 1.87 |
| 5 | | 0.22 | 0.30 | 0.38 | 0.54 | 0.67 | 0.76 | 0.86 | 1.04 | 1.34 | 1.54 | 1.82 | |
| 6 | | 0.28 | 0.36 | 0.44 | 0.60 | 0.73 | 0.81 | 0.90 | 1.07 | 1.33 | 1.52 | 1.73 | |
| 7 | | 0.33 | 0.41 | 0.49 | 0.65 | 0.76 | 0.84 | 0.92 | 1.08 | 1.32 | 1.48 | 1.67 | |
| 8 | | 0.38 | 0.46 | 0.54 | 0.68 | 0.80 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.31 | 1.45 | 1.62 | |
| 9 | | 0.42 | 0.50 | 0.57 | 0.71 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.29 | 1.42 | 1.58 | |
| 10 | | 0.46 | 0.54 | 0.61 | 0.74 | 0.85 | 0.91 | 0.98 | 1.09 | 1.27 | 1.38 | 1.53 | |
| 11 | | 0.50 | 0.57 | 0.64 | 0.77 | 0.87 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.25 | 1.36 | 1.49 | |
| 12 | | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.34 | 0.48 | 0.58 | 0.70 | 0.92 | 1.30 | 1.56 | 1.87 |
| | | 4 | 0.16 | 0.22 | 0.30 | 0.46 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 1.00 | 1.33 | 1.55 | 1.82 |
| | 5 | 0.23 | 0.30 | 0.38 | 0.54 | 0.67 | 0.76 | 0.86 | 1.04 | 1.33 | 1.53 | 1.78 | |
| | 6 | 0.29 | 0.36 | 0.44 | 0.60 | 0.72 | 0.81 | 0.90 | 1.06 | 1.33 | 1.49 | 1.72 | |
| | 7 | 0.34 | 0.41 | 0.50 | 0.65 | 0.76 | 0.84 | 0.93 | 1.08 | 1.31 | 1.47 | 1.66 | |
| | 8 | 0.38 | 0.46 | 0.54 | 0.68 | 0.79 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.30 | 1.45 | 1.61 | |
| | 9 | 0.42 | 0.50 | 0.57 | 0.71 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.29 | 1.43 | 1.58 | |
| | 10 | 0.45 | 0.53 | 0.61 | 0.74 | 0.84 | 0.90 | 0.97 | 1.09 | 1.28 | 1.40 | 1.55 | |
| | 11 | 0.49 | 0.56 | 0.64 | 0.76 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.09 | 1.27 | 1.37 | 1.51 | |
| | 12 | 0.53 | 0.60 | 0.66 | 0.78 | 0.87 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.35 | 1.46 | |

Прилог - 3

| n | r | 1 - α | | | | | | | | | | | |
|----|----|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.98 | |
| 13 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.33 | 0.48 | 0.58 | 0.69 | 0.91 | 1.30 | 1.58 | 1.95 | |
| | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.29 | 0.45 | 0.59 | 0.69 | 0.79 | 0.99 | 1.33 | 1.57 | 1.86 | |
| | 5 | 0.22 | 0.30 | 0.37 | 0.53 | 0.67 | 0.75 | 0.85 | 1.03 | 1.34 | 1.55 | 1.79 | |
| | 6 | 0.28 | 0.36 | 0.43 | 0.59 | 0.72 | 0.80 | 0.89 | 1.06 | 1.33 | 1.51 | 1.72 | |
| | 7 | 0.33 | 0.40 | 0.48 | 0.64 | 0.76 | 0.84 | 0.92 | 1.07 | 1.32 | 1.48 | 1.67 | |
| | 8 | 0.37 | 0.45 | 0.53 | 0.67 | 0.79 | 0.86 | 0.94 | 1.08 | 1.30 | 1.45 | 1.62 | |
| | 9 | 0.42 | 0.49 | 0.56 | 0.70 | 0.81 | 0.88 | 0.95 | 1.08 | 1.29 | 1.42 | 1.58 | |
| | 10 | 0.44 | 0.52 | 0.60 | 0.73 | 0.83 | 0.89 | 0.96 | 1.08 | 1.28 | 1.40 | 1.55 | |
| | 11 | 0.48 | 0.55 | 0.62 | 0.75 | 0.85 | 0.91 | 0.97 | 1.08 | 1.26 | 1.38 | 1.51 | |
| | 12 | 0.51 | 0.58 | 0.65 | 0.77 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.08 | 1.25 | 1.36 | 1.47 | |
| | 13 | 0.54 | 0.61 | 0.68 | 0.79 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.33 | 1.44 | |
| | 14 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.34 | 0.48 | 0.58 | 0.69 | 0.91 | 1.31 | 1.58 | 1.94 |
| | | 4 | 0.16 | 0.22 | 0.30 | 0.45 | 0.59 | 0.69 | 0.80 | 0.99 | 1.33 | 1.57 | 1.86 |
| 5 | | 0.22 | 0.30 | 0.37 | 0.53 | 0.67 | 0.76 | 0.86 | 1.04 | 1.34 | 1.54 | 1.77 | |
| 6 | | 0.28 | 0.35 | 0.43 | 0.59 | 0.72 | 0.81 | 0.90 | 1.06 | 1.33 | 1.51 | 1.71 | |
| 7 | | 0.33 | 0.40 | 0.48 | 0.64 | 0.76 | 0.84 | 0.93 | 1.07 | 1.32 | 1.48 | 1.67 | |
| 8 | | 0.38 | 0.45 | 0.53 | 0.67 | 0.79 | 0.86 | 0.94 | 1.08 | 1.30 | 1.45 | 1.63 | |
| 9 | | 0.41 | 0.49 | 0.56 | 0.70 | 0.82 | 0.88 | 0.96 | 1.08 | 1.29 | 1.42 | 1.59 | |
| 10 | | 0.45 | 0.52 | 0.59 | 0.72 | 0.83 | 0.90 | 0.96 | 1.09 | 1.28 | 1.40 | 1.56 | |
| 11 | | 0.48 | 0.55 | 0.62 | 0.75 | 0.85 | 0.91 | 0.97 | 1.09 | 1.26 | 1.38 | 1.52 | |
| 12 | | 0.50 | 0.57 | 0.64 | 0.77 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.09 | 1.25 | 1.36 | 1.49 | |
| 13 | | 0.53 | 0.60 | 0.67 | 0.79 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.34 | 1.46 | |
| 14 | | 0.57 | 0.63 | 0.69 | 0.81 | 0.89 | 0.94 | 0.99 | 1.09 | 1.23 | 1.32 | 1.43 | |
| 15 | | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.33 | 0.47 | 0.57 | 0.68 | 0.90 | 1.29 | 1.57 | 1.92 |
| | | 4 | 0.16 | 0.22 | 0.29 | 0.45 | 0.59 | 0.68 | 0.79 | 0.99 | 1.33 | 1.56 | 1.85 |
| | 5 | 0.22 | 0.29 | 0.37 | 0.53 | 0.66 | 0.75 | 0.85 | 1.04 | 1.33 | 1.53 | 1.79 | |
| | 6 | 0.28 | 0.35 | 0.44 | 0.59 | 0.71 | 0.80 | 0.89 | 1.06 | 1.32 | 1.50 | 1.71 | |
| | 7 | 0.33 | 0.41 | 0.49 | 0.63 | 0.75 | 0.83 | 0.92 | 1.07 | 1.32 | 1.48 | 1.67 | |
| | 8 | 0.37 | 0.45 | 0.52 | 0.67 | 0.78 | 0.86 | 0.94 | 1.08 | 1.30 | 1.45 | 1.63 | |
| | 9 | 0.41 | 0.49 | 0.56 | 0.69 | 0.81 | 0.88 | 0.95 | 1.08 | 1.29 | 1.43 | 1.59 | |
| | 10 | 0.45 | 0.52 | 0.59 | 0.72 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.28 | 1.41 | 1.56 | |
| | 11 | 0.48 | 0.54 | 0.61 | 0.74 | 0.84 | 0.90 | 0.97 | 1.09 | 1.27 | 1.39 | 1.54 | |
| | 12 | 0.50 | 0.57 | 0.63 | 0.76 | 0.86 | 0.91 | 0.98 | 1.09 | 1.26 | 1.37 | 1.50 | |
| | 13 | 0.52 | 0.59 | 0.66 | 0.78 | 0.87 | 0.92 | 0.98 | 1.08 | 1.25 | 1.35 | 1.47 | |
| | 14 | 0.55 | 0.62 | 0.68 | 0.80 | 0.88 | 0.94 | 0.99 | 1.08 | 1.24 | 1.33 | 1.45 | |
| | 15 | 0.58 | 0.64 | 0.70 | 0.81 | 0.89 | 0.94 | 0.99 | 1.09 | 1.23 | 1.32 | 1.42 | |

Прилог - 3

| <i>n</i> | <i>r</i> | $1 - \alpha$ | | | | | | | | | | | |
|----------|----------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.98 | |
| 16 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.19 | 0.33 | 0.47 | 0.56 | 0.68 | 0.90 | 1.29 | 1.58 | 1.94 | |
| | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.29 | 0.45 | 0.59 | 0.68 | 0.79 | 0.99 | 1.33 | 1.56 | 1.86 | |
| | 5 | 0.22 | 0.29 | 0.36 | 0.53 | 0.66 | 0.75 | 0.85 | 1.03 | 1.33 | 1.54 | 1.78 | |
| | 6 | 0.27 | 0.35 | 0.43 | 0.58 | 0.71 | 0.79 | 0.88 | 1.05 | 1.33 | 1.51 | 1.74 | |
| | 7 | 0.31 | 0.40 | 0.48 | 0.63 | 0.75 | 0.83 | 0.91 | 1.07 | 1.31 | 1.47 | 1.69 | |
| | 8 | 0.36 | 0.44 | 0.52 | 0.66 | 0.78 | 0.85 | 0.93 | 1.07 | 1.30 | 1.45 | 1.64 | |
| | 9 | 0.40 | 0.48 | 0.55 | 0.69 | 0.80 | 0.87 | 0.94 | 1.08 | 1.29 | 1.43 | 1.60 | |
| | 10 | 0.43 | 0.51 | 0.58 | 0.72 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.08 | 1.28 | 1.41 | 1.57 | |
| | 11 | 0.46 | 0.53 | 0.61 | 0.74 | 0.84 | 0.90 | 0.97 | 1.09 | 1.27 | 1.39 | 1.54 | |
| | 12 | 0.49 | 0.56 | 0.63 | 0.76 | 0.85 | 0.91 | 0.97 | 1.09 | 1.26 | 1.38 | 1.50 | |
| | 13 | 0.51 | 0.59 | 0.65 | 0.77 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.09 | 1.25 | 1.36 | 1.48 | |
| | 14 | 0.54 | 0.61 | 0.67 | 0.76 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.34 | 1.46 | |
| | 15 | 0.56 | 0.63 | 0.69 | 0.80 | 0.89 | 0.94 | 0.99 | 1.09 | 1.23 | 1.32 | 1.43 | |
| | 16 | 0.59 | 0.65 | 0.71 | 0.82 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.09 | 1.21 | 1.29 | 1.40 | |
| | 17 | 3 | 0.08 | 0.13 | 0.18 | 0.33 | 0.48 | 0.58 | 0.69 | 0.92 | 1.33 | 1.59 | 1.95 |
| | | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.30 | 0.45 | 0.59 | 0.69 | 0.80 | 1.00 | 1.35 | 1.58 | 1.87 |
| 5 | | 0.22 | 0.30 | 0.37 | 0.53 | 0.67 | 0.76 | 0.86 | 1.04 | 1.34 | 1.55 | 1.79 | |
| 6 | | 0.28 | 0.35 | 0.43 | 0.59 | 0.71 | 0.80 | 0.89 | 1.06 | 1.33 | 1.52 | 1.73 | |
| 7 | | 0.33 | 0.40 | 0.48 | 0.63 | 0.75 | 0.83 | 0.92 | 1.07 | 1.32 | 1.48 | 1.68 | |
| 8 | | 0.37 | 0.44 | 0.52 | 0.67 | 0.78 | 0.86 | 0.94 | 1.08 | 1.31 | 1.47 | 1.63 | |
| 9 | | 0.40 | 0.48 | 0.55 | 0.70 | 0.80 | 0.88 | 0.95 | 1.09 | 1.30 | 1.44 | 1.60 | |
| 10 | | 0.44 | 0.51 | 0.58 | 0.72 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.29 | 1.42 | 1.58 | |
| 11 | | 0.46 | 0.54 | 0.61 | 0.74 | 0.84 | 0.90 | 0.97 | 1.09 | 1.28 | 1.39 | 1.55 | |
| 12 | | 0.49 | 0.56 | 0.63 | 0.76 | 0.85 | 0.91 | 0.98 | 1.09 | 1.27 | 1.38 | 1.50 | |
| 13 | | 0.51 | 0.58 | 0.65 | 0.78 | 0.87 | 0.92 | 0.99 | 1.09 | 1.26 | 1.36 | 1.48 | |
| 14 | | 0.53 | 0.61 | 0.67 | 0.79 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.34 | 1.46 | |
| 15 | | 0.56 | 0.63 | 0.69 | 0.80 | 0.89 | 0.94 | 1.00 | 1.09 | 1.23 | 1.33 | 1.44 | |
| 16 | | 0.58 | 0.65 | 0.71 | 0.82 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.09 | 1.22 | 1.31 | 1.41 | |
| 17 | | 0.61 | 0.67 | 0.73 | 0.83 | 0.91 | 0.95 | 1.00 | 1.09 | 1.21 | 1.29 | 1.39 | |

Прилог - 3

| n | r | 1 - α | | | | | | | | | | | |
|----|----|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.98 | |
| 18 | 3 | 0.07 | 0.12 | 0.19 | 0.33 | 0.48 | 0.58 | 0.69 | 0.92 | 1.31 | 1.59 | 1.93 | |
| | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.29 | 0.45 | 0.59 | 0.69 | 0.79 | 0.99 | 1.34 | 1.58 | 1.87 | |
| | 5 | 0.22 | 0.29 | 0.37 | 0.53 | 0.66 | 0.75 | 0.85 | 1.03 | 1.34 | 1.54 | 1.79 | |
| | 6 | 0.27 | 0.35 | 0.43 | 0.58 | 0.71 | 0.80 | 0.89 | 1.05 | 1.32 | 1.51 | 1.73 | |
| | 7 | 0.33 | 0.40 | 0.47 | 0.62 | 0.75 | 0.83 | 0.91 | 1.07 | 1.31 | 1.48 | 1.68 | |
| | 8 | 0.37 | 0.44 | 0.51 | 0.66 | 0.77 | 0.85 | 0.93 | 1.08 | 1.30 | 1.46 | 1.63 | |
| | 9 | 0.40 | 0.47 | 0.55 | 0.69 | 0.80 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.30 | 1.43 | 1.69 | |
| | 10 | 0.43 | 0.51 | 0.58 | 0.71 | 0.81 | 0.88 | 0.96 | 1.08 | 1.28 | 1.41 | 1.56 | |
| | 11 | 0.46 | 0.53 | 0.60 | 0.73 | 0.83 | 0.90 | 0.97 | 1.08 | 1.27 | 1.39 | 1.54 | |
| | 12 | 0.49 | 0.56 | 0.63 | 0.75 | 0.85 | 0.91 | 0.97 | 1.09 | 1.26 | 1.38 | 1.52 | |
| | 13 | 0.51 | 0.58 | 0.65 | 0.77 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.09 | 1.25 | 1.36 | 1.48 | |
| | 14 | 0.54 | 0.60 | 0.66 | 0.78 | 0.87 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.25 | 1.35 | 1.46 | |
| | 15 | 0.56 | 0.62 | 0.68 | 0.79 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.08 | 1.23 | 1.33 | 1.44 | |
| | 16 | 0.57 | 0.64 | 0.70 | 0.81 | 0.89 | 0.94 | 0.99 | 1.09 | 1.22 | 1.31 | 1.42 | |
| | 17 | 0.59 | 0.65 | 0.71 | 0.82 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.09 | 1.22 | 1.30 | 1.39 | |
| | 18 | 0.61 | 0.67 | 0.73 | 0.83 | 0.91 | 0.95 | 1.00 | 1.08 | 1.20 | 1.28 | 1.37 | |
| | 19 | 3 | 0.08 | 0.12 | 0.18 | 0.33 | 0.47 | 0.57 | 0.69 | 0.91 | 1.30 | 1.57 | 1.91 |
| | | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.29 | 0.45 | 0.59 | 0.68 | 0.79 | 0.99 | 1.33 | 1.56 | 1.84 |
| 5 | | 0.22 | 0.29 | 0.37 | 0.52 | 0.66 | 0.76 | 0.85 | 1.03 | 1.33 | 1.54 | 1.78 | |
| 6 | | 0.28 | 0.35 | 0.43 | 0.58 | 0.71 | 0.80 | 0.89 | 1.05 | 1.33 | 1.51 | 1.74 | |
| 7 | | 0.32 | 0.40 | 0.48 | 0.63 | 0.75 | 0.83 | 0.91 | 1.06 | 1.32 | 1.48 | 1.69 | |
| 8 | | 0.36 | 0.44 | 0.51 | 0.66 | 0.78 | 0.85 | 0.93 | 1.08 | 1.31 | 1.46 | 1.65 | |
| 9 | | 0.40 | 0.47 | 0.55 | 0.69 | 0.80 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.30 | 1.43 | 1.60 | |
| 10 | | 0.43 | 0.50 | 0.57 | 0.71 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.28 | 1.42 | 1.57 | |
| 11 | | 0.46 | 0.53 | 0.60 | 0.73 | 0.83 | 0.90 | 0.97 | 1.09 | 1.27 | 1.40 | 1.55 | |
| 12 | | 0.48 | 0.55 | 0.62 | 0.75 | 0.85 | 0.91 | 0.97 | 1.09 | 1.26 | 1.38 | 1.51 | |
| 13 | | 0.50 | 0.58 | 0.64 | 0.77 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.09 | 1.26 | 1.37 | 1.49 | |
| 14 | | 0.53 | 0.60 | 0.67 | 0.78 | 0.87 | 0.93 | 0.98 | 1.09 | 1.25 | 1.35 | 1.47 | |
| 15 | | 0.54 | 0.62 | 0.68 | 0.79 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.34 | 1.45 | |
| 16 | | 0.56 | 0.63 | 0.69 | 0.81 | 0.89 | 0.94 | 0.99 | 1.09 | 1.23 | 1.32 | 1.42 | |
| 17 | | 0.58 | 0.65 | 0.71 | 0.82 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.09 | 1.22 | 1.31 | 1.41 | |
| 18 | | 0.60 | 0.67 | 0.73 | 0.83 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.08 | 1.21 | 1.29 | 1.39 | |
| 19 | | 0.62 | 0.68 | 0.74 | 0.84 | 0.91 | 0.96 | 1.00 | 1.08 | 1.20 | 1.28 | 1.36 | |

Прилог - 3

| n | r | 1 - α | | | | | | | | | | |
|-----|----|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 0.02 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.75 | 0.90 | 0.95 | 0.98 |
| 20) | 3 | 0.07 | 0.12 | 0.18 | 0.33 | 0.47 | 0.58 | 0.69 | 0.91 | 1.31 | 1.60 | 1.97 |
| | 4 | 0.15 | 0.22 | 0.29 | 0.45 | 0.59 | 0.69 | 0.79 | 0.99 | 1.34 | 1.57 | 1.89 |
| | 5 | 0.22 | 0.29 | 0.37 | 0.52 | 0.66 | 0.75 | 0.85 | 1.03 | 1.34 | 1.55 | 1.81 |
| | 6 | 0.27 | 0.35 | 0.43 | 0.58 | 0.71 | 0.79 | 0.89 | 1.05 | 1.33 | 1.52 | 1.75 |
| | 7 | 0.32 | 0.40 | 0.47 | 0.62 | 0.75 | 0.83 | 0.91 | 1.07 | 1.32 | 1.49 | 1.70 |
| | 8 | 0.35 | 0.43 | 0.51 | 0.66 | 0.78 | 0.85 | 0.93 | 1.08 | 1.30 | 1.46 | 1.65 |
| | 9 | 0.39 | 0.47 | 0.55 | 0.69 | 0.80 | 0.87 | 0.95 | 1.08 | 1.30 | 1.44 | 1.61 |
| | 10 | 0.43 | 0.50 | 0.57 | 0.71 | 0.82 | 0.89 | 0.96 | 1.09 | 1.29 | 1.42 | 1.58 |
| | 11 | 0.45 | 0.53 | 0.60 | 0.73 | 0.83 | 0.90 | 0.97 | 1.09 | 1.28 | 1.40 | 1.54 |
| | 12 | 0.48 | 0.55 | 0.62 | 0.75 | 0.85 | 0.91 | 0.98 | 1.09 | 1.27 | 1.38 | 1.52 |
| | 13 | 0.50 | 0.57 | 0.64 | 0.77 | 0.86 | 0.92 | 0.98 | 1.09 | 1.26 | 1.36 | 1.50 |
| | 14 | 0.52 | 0.60 | 0.66 | 0.78 | 0.87 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.25 | 1.35 | 1.48 |
| | 15 | 0.54 | 0.61 | 0.68 | 0.79 | 0.88 | 0.93 | 0.99 | 1.09 | 1.24 | 1.34 | 1.46 |
| | 16 | 0.56 | 0.63 | 0.69 | 0.81 | 0.89 | 0.94 | 1.00 | 1.09 | 1.23 | 1.33 | 1.44 |
| | 17 | 0.58 | 0.65 | 0.71 | 0.82 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.09 | 1.22 | 1.31 | 1.42 |
| | 18 | 0.60 | 0.66 | 0.72 | 0.83 | 0.90 | 0.95 | 1.00 | 1.08 | 1.22 | 1.30 | 1.40 |
| | 19 | 0.62 | 0.68 | 0.74 | 0.84 | 0.91 | 0.96 | 1.00 | 1.08 | 1.21 | 1.28 | 1.37 |
| | 20 | 0.64 | 0.70 | 0.75 | 0.85 | 0.92 | 0.96 | 1.01 | 1.08 | 1.20 | 1.27 | 1.36 |

Прилог -- 4

t - РАСПРЕДЕЛБА

T - случајна големина, распределена по Студентова распределба (t-распределба) за f-степен на слобода и α -ниво на доверба

| f \ 1- α | 0,99 | 0,95 | 0,90 | 0,80 | 0,50 | 0,20 |
|-----------------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 63,657 | 12,706 | 6,314 | 3,078 | 0,727 | 0,325 |
| 2 | 9,925 | 4,303 | 2,920 | 1,886 | 0,617 | 0,289 |
| 3 | 5,841 | 3,182 | 2,353 | 1,638 | 0,584 | 0,277 |
| 4 | 4,604 | 2,776 | 2,132 | 1,533 | 0,569 | 0,271 |
| 5 | 4,032 | 2,571 | 2,015 | 1,476 | 0,559 | 0,267 |
| 6 | 3,707 | 2,447 | 1,943 | 1,440 | 0,553 | 0,265 |
| 7 | 3,499 | 2,365 | 1,895 | 1,415 | 0,549 | 0,263 |
| 8 | 3,355 | 2,306 | 1,860 | 1,397 | 0,546 | 0,262 |
| 9 | 3,250 | 2,262 | 1,833 | 1,383 | 0,543 | 0,261 |
| 10 | 3,169 | 2,228 | 1,812 | 1,372 | 0,542 | 0,260 |
| 11 | 3,106 | 2,201 | 1,796 | 1,363 | 0,540 | 0,260 |
| 12 | 3,055 | 2,179 | 1,782 | 1,356 | 0,539 | 0,259 |
| 13 | 3,012 | 2,160 | 1,771 | 1,350 | 0,538 | 0,259 |
| 14 | 2,977 | 2,145 | 1,761 | 1,345 | 0,537 | 0,258 |
| 15 | 2,947 | 2,131 | 1,753 | 1,341 | 0,536 | 0,258 |
| 16 | 2,921 | 2,120 | 1,746 | 1,337 | 0,535 | 0,258 |
| 17 | 2,898 | 2,110 | 1,740 | 1,333 | 0,534 | 0,257 |
| 18 | 2,878 | 2,101 | 1,734 | 1,330 | 0,534 | 0,257 |
| 19 | 2,861 | 2,093 | 1,729 | 1,328 | 0,533 | 0,257 |
| 20 | 2,845 | 2,086 | 1,725 | 1,325 | 0,533 | 0,257 |
| 21 | 2,831 | 2,080 | 1,721 | 1,323 | 0,532 | 0,257 |
| 22 | 2,819 | 2,074 | 1,717 | 1,321 | 0,532 | 0,256 |
| 23 | 2,807 | 2,069 | 1,714 | 1,319 | 0,532 | 0,256 |
| 24 | 2,797 | 2,064 | 1,711 | 1,318 | 0,531 | 0,256 |
| 25 | 2,787 | 2,060 | 1,708 | 1,316 | 0,531 | 0,256 |
| 26 | 2,779 | 2,056 | 1,706 | 1,315 | 0,531 | 0,256 |
| 27 | 2,771 | 2,052 | 1,703 | 1,314 | 0,531 | 0,256 |
| 28 | 2,763 | 2,048 | 1,701 | 1,313 | 0,530 | 0,256 |
| 29 | 2,756 | 2,045 | 1,699 | 1,311 | 0,530 | 0,256 |
| 30 | 2,750 | 2,042 | 1,697 | 1,310 | 0,530 | 0,256 |
| 40 | 2,704 | 2,021 | 1,684 | 1,303 | 0,529 | 0,255 |
| 60 | 2,660 | 2,000 | 1,671 | 1,296 | 0,527 | 0,254 |
| 120 | 2,617 | 1,980 | 1,658 | 1,289 | 0,526 | 0,254 |
| | 2,576 | 1,960 | 1,645 | 1,282 | 0,524 | 0,253 |

Прилог - 5

 χ^2 - РАСПРЕДЕЛБА

X - случајна големина, распределена по χ^2 закон на распределба за ν -степен на слобода и α -ниво на довербата

| $\nu \backslash 1-\alpha$ | 0,99 | 0,95 | 0,90 | 0,80 | 0,50 | 0,20 |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 6,35 | 3,841 | 2,706 | 1,642 | 0,455 | 0,064 |
| 2 | 9,210 | 5,991 | 4,005 | 3,219 | 1,386 | 0,446 |
| 3 | 11,345 | 7,815 | 6,251 | 4,642 | 2,366 | 1,005 |
| 4 | 13,277 | 9,488 | 7,779 | 5,989 | 3,357 | 1,649 |
| 5 | 15,086 | 11,070 | 9,236 | 7,289 | 4,351 | 2,343 |
| 6 | 16,812 | 12,592 | 10,645 | 8,558 | 5,348 | 3,070 |
| 7 | 18,475 | 14,067 | 12,017 | 9,803 | 6,346 | 3,822 |
| 8 | 20,090 | 15,507 | 13,362 | 11,030 | 7,344 | 4,594 |
| 9 | 21,666 | 16,919 | 14,684 | 12,242 | 8,343 | 5,380 |
| 10 | 23,209 | 18,307 | 15,987 | 13,442 | 9,342 | 6,179 |
| 11 | 24,725 | 19,675 | 17,275 | 14,631 | 10,341 | 6,989 |
| 12 | 26,217 | 21,026 | 18,549 | 15,812 | 11,340 | 7,807 |
| 13 | 27,688 | 22,362 | 19,812 | 16,985 | 12,340 | 8,634 |
| 14 | 29,141 | 23,685 | 21,064 | 18,151 | 13,339 | 9,467 |
| 15 | 30,578 | 24,996 | 22,307 | 19,311 | 14,339 | 10,307 |
| 16 | 32,000 | 26,296 | 23,542 | 20,465 | 15,338 | 11,152 |
| 17 | 33,409 | 27,587 | 24,769 | 21,615 | 16,338 | 12,002 |
| 18 | 348,05 | 28,869 | 25,989 | 22,760 | 17,338 | 12,857 |
| 19 | 36,191 | 30,144 | 27,204 | 23,900 | 18,338 | 13,716 |
| 20 | 37,566 | 31,410 | 28,412 | 25,038 | 19,337 | 14,578 |
| 21 | 38,932 | 32,671 | 29,615 | 26,171 | 20,337 | 15,445 |
| 22 | 40,289 | 33,924 | 30,813 | 27,301 | 21,337 | 16,314 |
| 23 | 41,638 | 35,172 | 32,007 | 28,429 | 22,337 | 17,187 |
| 24 | 42,980 | 36,415 | 33,196 | 29,553 | 23,337 | 18,062 |
| 25 | 44,314 | 37,652 | 34,382 | 30,675 | 24,337 | 18,940 |
| 26 | 45,642 | 38,885 | 35,563 | 31,795 | 25,336 | 19,820 |
| 27 | 46,963 | 40,113 | 36,741 | 32,912 | 26,336 | 20,703 |
| 28 | 48,278 | 41,337 | 37,916 | 34,027 | 27,336 | 21,588 |
| 29 | 49,588 | 42,557 | 39,087 | 35,139 | 28,336 | 22,475 |
| 30 | 50,892 | 43,773 | 40,256 | 36,250 | 29,336 | 23,364 |

95%-тна F-распределба

F – случајна големина, распределена по F-закон на распределба со f_1 и f_2 степени на слобода

| $f_2 \backslash f_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 161 | 200 | 216 | 225 | 230 | 234 | 237 | 239 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,49 | 8,85 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 |
| 12 | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 |
| 13 | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,83 | 2,77 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,76 | 2,70 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,71 | 2,64 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,61 | 2,55 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,54 | 2,48 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,46 | 2,40 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,44 | 2,37 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,42 | 2,36 |
| 25 | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 |

| $f_2 \backslash f_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 26 | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 |
| 27 | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,37 | 2,31 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,36 | 2,29 |
| 29 | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,55 | 2,43 | 2,35 | 2,28 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 |
| 32 | 4,15 | 3,29 | 2,90 | 2,67 | 2,51 | 2,40 | 2,31 | 2,24 |
| 34 | 4,13 | 3,28 | 2,88 | 2,65 | 2,49 | 2,38 | 2,29 | 2,23 |
| 36 | 4,11 | 3,26 | 2,87 | 2,63 | 2,48 | 2,36 | 2,28 | 2,21 |
| 38 | 4,10 | 3,24 | 2,85 | 2,62 | 2,46 | 2,35 | 2,26 | 2,19 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 |
| 42 | 4,07 | 3,22 | 2,83 | 2,59 | 2,44 | 2,32 | 2,24 | 2,17 |
| 44 | 4,06 | 3,21 | 2,82 | 2,58 | 2,43 | 2,31 | 2,23 | 2,16 |
| 46 | 4,05 | 3,20 | 2,81 | 2,57 | 2,42 | 2,30 | 2,22 | 2,15 |
| 48 | 4,04 | 3,19 | 2,80 | 2,57 | 2,41 | 2,30 | 2,21 | 2,14 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,20 | 2,13 |
| 55 | 4,02 | 3,16 | 2,78 | 2,54 | 2,38 | 2,27 | 2,18 | 2,11 |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,17 | 2,10 |
| 65 | 3,99 | 3,14 | 2,75 | 2,51 | 2,36 | 2,24 | 2,15 | 2,08 |
| 70 | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,14 | 2,07 |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,13 | 2,06 |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,31 | 2,19 | 2,10 | 2,03 |
| 125 | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,44 | 2,29 | 2,17 | 2,08 | 2,01 |
| 150 | 3,90 | 3,06 | 2,66 | 2,43 | 2,27 | 2,16 | 2,07 | 2,00 |
| 200 | 3,89 | 3,04 | 2,65 | 2,42 | 2,26 | 2,14 | 2,06 | 1,98 |
| 400 | 3,86 | 3,02 | 2,62 | 2,39 | 2,23 | 2,12 | 2,03 | 1,96 |
| 1000 | 3,85 | 3,00 | 2,61 | 2,38 | 2,22 | 2,11 | 2,02 | 1,95 |
| ∞ | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 2,01 | 1,94 |

Прилог 6

| $f_1 \backslash f_2$ | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | 20 | 24 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 241 | 242 | 243 | 244 | 245 | 246 | 248 | 249 |
| 2 | 19,38 | 19,39 | 19,40 | 19,41 | 19,42 | 19,43 | 19,44 | 19,45 |
| 3 | 8,81 | 8,79 | 8,76 | 8,74 | 8,71 | 8,69 | 8,66 | 8,64 |
| 4 | 6,00 | 5,96 | 5,94 | 5,91 | 5,87 | 5,84 | 5,80 | 5,77 |
| 5 | 4,77 | 4,74 | 4,70 | 4,28 | 4,64 | 4,60 | 4,56 | 4,53 |
| 6 | 4,10 | 4,06 | 4,03 | 4,00 | 3,96 | 3,92 | 3,87 | 3,84 |
| 7 | 3,68 | 3,64 | 3,60 | 3,57 | 3,53 | 3,49 | 3,44 | 3,41 |
| 8 | 3,39 | 3,35 | 3,31 | 3,28 | 3,24 | 3,20 | 3,15 | 3,12 |
| 9 | 3,18 | 3,14 | 3,10 | 3,07 | 3,03 | 2,99 | 2,93 | 2,90 |
| 10 | 3,02 | 2,98 | 2,94 | 2,91 | 2,86 | 2,83 | 2,77 | 2,74 |
| 11 | 2,90 | 2,85 | 2,82 | 2,79 | 2,74 | 2,70 | 2,65 | 2,61 |
| 12 | 2,80 | 2,75 | 2,72 | 2,69 | 2,64 | 2,60 | 2,54 | 2,51 |
| 13 | 2,71 | 2,67 | 2,63 | 2,60 | 2,55 | 2,51 | 2,46 | 2,42 |
| 14 | 2,65 | 2,60 | 2,57 | 2,53 | 2,48 | 2,44 | 2,39 | 2,35 |
| 15 | 2,59 | 2,54 | 2,51 | 2,48 | 2,42 | 2,38 | 2,33 | 2,29 |
| 16 | 2,54 | 2,49 | 2,46 | 2,42 | 2,37 | 2,33 | 2,28 | 2,24 |
| 17 | 2,49 | 2,45 | 2,41 | 2,38 | 2,33 | 2,29 | 2,23 | 2,19 |
| 18 | 2,46 | 2,41 | 2,37 | 2,34 | 2,29 | 2,25 | 2,19 | 2,15 |
| 19 | 2,42 | 2,38 | 2,34 | 2,31 | 2,26 | 2,21 | 2,15 | 2,11 |
| 20 | 2,39 | 2,35 | 2,31 | 2,28 | 2,22 | 2,18 | 2,12 | 2,08 |
| 21 | 2,37 | 2,32 | 2,28 | 2,25 | 2,20 | 2,16 | 2,10 | 2,05 |
| 22 | 2,34 | 2,30 | 2,26 | 2,23 | 2,17 | 2,13 | 2,07 | 2,03 |
| 23 | 2,32 | 2,27 | 2,24 | 2,20 | 2,15 | 2,11 | 2,05 | 2,00 |
| 24 | 2,30 | 2,25 | 2,22 | 2,18 | 2,13 | 2,09 | 2,03 | 1,98 |
| 25 | 2,28 | 2,24 | 2,20 | 2,16 | 2,11 | 2,07 | 2,01 | 1,96 |

| $f_1 \backslash f_2$ | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | 20 | 24 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 26 | 2,27 | 2,22 | 2,18 | 2,15 | 2,10 | 2,05 | 1,99 | 1,95 |
| 27 | 2,25 | 2,20 | 2,16 | 2,13 | 2,08 | 2,04 | 1,97 | 1,93 |
| 28 | 2,24 | 2,19 | 2,15 | 2,12 | 2,06 | 2,02 | 1,96 | 1,91 |
| 29 | 2,22 | 2,18 | 2,14 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,94 | 1,90 |
| 30 | 2,21 | 2,16 | 2,13 | 2,09 | 2,04 | 1,99 | 1,93 | 1,89 |
| 32 | 2,19 | 2,14 | 2,10 | 2,07 | 2,01 | 1,97 | 1,91 | 1,86 |
| 34 | 2,17 | 2,12 | 2,08 | 2,05 | 1,99 | 1,95 | 1,89 | 1,84 |
| 36 | 2,15 | 2,11 | 2,07 | 2,03 | 1,98 | 1,93 | 1,87 | 1,82 |
| 38 | 2,14 | 2,09 | 2,05 | 2,02 | 1,96 | 1,92 | 1,85 | 1,81 |
| 40 | 2,12 | 2,08 | 2,04 | 2,00 | 1,95 | 1,90 | 1,84 | 1,79 |
| 42 | 2,11 | 2,06 | 2,03 | 1,99 | 1,93 | 1,89 | 1,83 | 1,78 |
| 44 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,98 | 1,92 | 1,88 | 1,81 | 1,77 |
| 46 | 2,09 | 2,04 | 2,00 | 1,97 | 1,91 | 1,87 | 1,80 | 1,76 |
| 48 | 2,08 | 2,03 | 1,99 | 1,96 | 1,90 | 1,86 | 1,79 | 1,75 |
| 50 | 2,07 | 2,03 | 1,99 | 1,95 | 1,89 | 1,85 | 1,78 | 1,74 |
| 55 | 2,06 | 2,01 | 1,97 | 1,93 | 1,88 | 1,83 | 1,76 | 1,72 |
| 60 | 2,04 | 1,99 | 1,95 | 1,92 | 1,86 | 1,82 | 1,75 | 1,70 |
| 65 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,90 | 1,85 | 1,80 | 1,73 | 1,69 |
| 70 | 2,02 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,72 | 1,67 |
| 80 | 2,00 | 1,95 | 1,91 | 1,88 | 1,82 | 1,77 | 1,70 | 1,65 |
| 100 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,85 | 1,79 | 1,75 | 1,68 | 1,63 |
| 125 | 1,96 | 1,91 | 1,87 | 1,83 | 1,77 | 1,72 | 1,65 | 1,60 |
| 150 | 1,94 | 1,89 | 1,85 | 1,82 | 1,76 | 1,71 | 1,64 | 1,59 |
| 200 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,80 | 1,74 | 1,69 | 1,62 | 1,57 |
| 400 | 1,90 | 1,85 | 1,81 | 1,78 | 1,72 | 1,67 | 1,60 | 1,54 |
| 1000 | 1,89 | 1,84 | 1,80 | 1,76 | 1,70 | 1,65 | 1,58 | 1,53 |
| ∞ | 1,88 | 1,83 | 1,79 | 1,75 | 1,69 | 1,64 | 1,57 | 1,52 |

Прилог 6

| $f_2 \backslash f_1$ | 30 | 40 | 50 | 75 | 100 | 200 | 500 | ∞ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 1 | 250 | 251 | 252 | 253 | 253 | 254 | 254 | 254 |
| 2 | 19,46 | 19,47 | 19,48 | 19,48 | 19,49 | 19,49 | 19,50 | 19,50 |
| 3 | 8,62 | 8,59 | 8,58 | 8,57 | 8,55 | 8,54 | 8,53 | 8,53 |
| 4 | 5,75 | 5,72 | 5,70 | 5,68 | 5,66 | 5,65 | 5,64 | 5,63 |
| 5 | 4,50 | 4,46 | 4,44 | 4,42 | 4,41 | 4,39 | 4,37 | 4,36 |
| 6 | 3,81 | 3,77 | 3,75 | 3,72 | 3,71 | 3,69 | 3,68 | 3,67 |
| 7 | 3,38 | 3,34 | 3,32 | 3,29 | 3,37 | 3,25 | 3,24 | 3,23 |
| 8 | 3,08 | 3,05 | 3,02 | 3,00 | 2,97 | 2,95 | 2,94 | 2,93 |
| 9 | 2,86 | 2,83 | 2,80 | 2,77 | 2,76 | 2,73 | 2,72 | 2,71 |
| 10 | 2,70 | 2,66 | 2,64 | 2,61 | 2,59 | 2,56 | 2,55 | 2,54 |
| 11 | 2,57 | 2,53 | 2,51 | 2,47 | 2,46 | 2,43 | 2,42 | 2,40 |
| 12 | 2,47 | 2,43 | 2,40 | 2,36 | 2,35 | 2,32 | 2,31 | 2,30 |
| 13 | 2,38 | 2,34 | 2,31 | 2,28 | 2,26 | 2,23 | 2,22 | 2,21 |
| 14 | 2,31 | 2,27 | 2,24 | 2,21 | 2,19 | 2,16 | 2,14 | 2,13 |
| 15 | 2,25 | 2,20 | 2,18 | 2,15 | 2,12 | 2,10 | 2,08 | 2,07 |
| 16 | 2,19 | 2,15 | 2,12 | 2,09 | 2,07 | 2,04 | 2,02 | 2,01 |
| 17 | 2,15 | 2,10 | 2,08 | 2,04 | 2,02 | 1,99 | 1,97 | 1,96 |
| 18 | 2,11 | 2,06 | 2,04 | 2,00 | 1,98 | 1,95 | 1,93 | 1,92 |
| 19 | 2,07 | 2,03 | 2,00 | 2,96 | 1,94 | 1,91 | 1,90 | 1,88 |
| 20 | 2,04 | 1,99 | 1,97 | 1,92 | 1,91 | 1,88 | 1,86 | 1,84 |
| 21 | 2,01 | 1,96 | 1,94 | 1,89 | 1,88 | 1,84 | 1,82 | 1,81 |
| 22 | 1,98 | 1,94 | 1,91 | 1,87 | 1,85 | 1,81 | 1,80 | 1,78 |
| 23 | 1,96 | 1,91 | 1,88 | 1,84 | 1,82 | 1,79 | 1,77 | 1,76 |
| 24 | 1,94 | 1,89 | 1,86 | 1,82 | 1,80 | 1,77 | 1,75 | 1,73 |
| 25 | 1,92 | 1,87 | 1,84 | 1,80 | 1,78 | 1,75 | 1,73 | 1,71 |

| $f_2 \backslash f_1$ | 30 | 40 | 50 | 75 | 100 | 200 | 500 | ∞ |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| 26 | 1,90 | 1,85 | 1,82 | 1,78 | 1,76 | 1,73 | 1,70 | 1,69 |
| 27 | 1,88 | 1,84 | 1,81 | 1,76 | 1,74 | 1,71 | 1,68 | 1,67 |
| 28 | 1,87 | 1,82 | 1,79 | 1,75 | 1,73 | 1,69 | 1,67 | 1,65 |
| 29 | 1,85 | 1,80 | 1,77 | 1,73 | 1,71 | 1,67 | 1,65 | 1,64 |
| 30 | 1,84 | 1,79 | 1,76 | 1,72 | 1,70 | 1,66 | 1,64 | 1,62 |
| 32 | 1,82 | 1,77 | 1,74 | 1,69 | 1,67 | 1,63 | 1,61 | 1,59 |
| 34 | 1,80 | 1,75 | 1,71 | 1,67 | 1,65 | 1,61 | 1,59 | 1,57 |
| 36 | 1,78 | 1,73 | 1,69 | 1,65 | 1,62 | 1,59 | 1,56 | 1,55 |
| 38 | 1,76 | 1,71 | 1,68 | 1,63 | 1,61 | 1,57 | 1,54 | 1,53 |
| 40 | 1,74 | 1,69 | 1,66 | 1,61 | 1,59 | 1,55 | 1,53 | 1,51 |
| 42 | 1,73 | 1,68 | 1,65 | 1,60 | 1,57 | 1,53 | 1,51 | 1,49 |
| 44 | 1,72 | 1,67 | 1,63 | 1,58 | 1,56 | 1,52 | 1,49 | 1,48 |
| 46 | 1,71 | 1,65 | 1,62 | 1,57 | 1,55 | 1,51 | 1,48 | 1,46 |
| 48 | 1,70 | 1,64 | 1,61 | 1,56 | 1,54 | 1,49 | 1,47 | 1,45 |
| 50 | 1,69 | 1,63 | 1,60 | 1,55 | 1,52 | 1,48 | 1,46 | 1,44 |
| 55 | 1,67 | 1,61 | 1,58 | 1,52 | 1,50 | 1,46 | 1,43 | 1,41 |
| 60 | 1,65 | 1,59 | 1,56 | 1,50 | 1,48 | 1,44 | 1,41 | 1,39 |
| 65 | 1,63 | 1,58 | 1,54 | 1,49 | 1,46 | 1,42 | 1,39 | 1,37 |
| 70 | 1,62 | 1,57 | 1,53 | 1,47 | 1,45 | 1,40 | 1,37 | 1,35 |
| 80 | 1,60 | 1,54 | 1,51 | 1,45 | 1,43 | 1,38 | 1,35 | 1,32 |
| 100 | 1,57 | 1,52 | 1,48 | 1,42 | 1,39 | 1,34 | 1,31 | 1,28 |
| 125 | 1,55 | 1,49 | 1,45 | 1,39 | 1,36 | 1,31 | 1,27 | 1,25 |
| 150 | 1,53 | 1,48 | 1,44 | 1,37 | 1,34 | 1,29 | 1,25 | 1,22 |
| 200 | 1,52 | 1,46 | 1,41 | 1,35 | 1,32 | 1,26 | 1,22 | 1,19 |
| 400 | 1,49 | 1,42 | 1,38 | 1,32 | 1,28 | 1,22 | 1,16 | 1,13 |
| 1000 | 1,47 | 1,41 | 1,36 | 1,30 | 1,26 | 1,19 | 1,13 | 1,08 |
| ∞ | 1,46 | 1,39 | 1,35 | 1,28 | 1,24 | 1,17 | 1,11 | 1,00 |

99%-тна F-распределба

F - случајна големина, распределена по F-закон на распределба со f_1 и f_2 степени на слобода

| $f_2 \backslash f_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 4052 | 4999 | 5403 | 5625 | 5764 | 5859 | 5928 | 5981 |
| 2 | 98,50 | 99,00 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,36 | 99,37 |
| 3 | 34,12 | 30,82 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,99 | 27,67 | 27,49 |
| 4 | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 |
| 5 | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,46 | 10,29 |
| 6 | 13,74 | 10,92 | 9,78 | 9,15 | 8,75 | 8,47 | 8,26 | 8,10 |
| 7 | 12,25 | 9,55 | 8,45 | 7,85 | 7,46 | 7,19 | 7,00 | 6,84 |
| 8 | 11,26 | 8,65 | 7,59 | 7,01 | 6,63 | 6,37 | 6,18 | 6,03 |
| 9 | 10,56 | 8,02 | 6,99 | 6,42 | 6,06 | 5,80 | 5,61 | 5,47 |
| 10 | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | 5,20 | 5,06 |
| 11 | 9,65 | 7,21 | 6,22 | 5,67 | 5,32 | 5,07 | 4,89 | 4,74 |
| 12 | 9,33 | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | 4,64 | 4,50 |
| 13 | 9,07 | 6,70 | 5,74 | 5,21 | 4,86 | 4,62 | 4,44 | 4,30 |
| 14 | 8,86 | 6,51 | 5,56 | 5,04 | 4,70 | 4,46 | 4,28 | 4,14 |
| 15 | 8,68 | 6,36 | 5,42 | 4,89 | 4,56 | 4,32 | 4,14 | 4,00 |
| 16 | 8,53 | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4,44 | 4,20 | 4,03 | 3,89 |
| 17 | 8,40 | 6,11 | 5,18 | 4,67 | 4,34 | 4,10 | 3,93 | 3,79 |
| 18 | 8,29 | 6,01 | 5,09 | 4,58 | 4,25 | 4,01 | 3,84 | 3,71 |
| 19 | 8,18 | 5,93 | 5,01 | 4,50 | 4,17 | 3,94 | 3,77 | 3,63 |
| 20 | 8,10 | 5,85 | 4,94 | 4,43 | 4,10 | 3,87 | 3,70 | 3,56 |
| 21 | 8,02 | 5,78 | 4,87 | 4,37 | 4,04 | 3,81 | 3,64 | 3,51 |
| 22 | 7,95 | 5,72 | 4,82 | 4,31 | 3,99 | 3,76 | 3,59 | 3,45 |
| 23 | 7,88 | 5,66 | 4,76 | 4,26 | 3,94 | 3,71 | 3,54 | 3,41 |
| 24 | 7,82 | 5,61 | 4,72 | 4,22 | 3,90 | 3,67 | 3,50 | 3,36 |
| 25 | 7,77 | 5,57 | 4,68 | 4,18 | 3,86 | 3,63 | 3,46 | 3,32 |

| $f_2 \backslash f_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 26 | 7,72 | 5,53 | 4,64 | 4,14 | 3,82 | 3,59 | 3,42 | 3,29 |
| 27 | 7,68 | 5,49 | 4,60 | 4,11 | 3,78 | 3,56 | 3,39 | 3,26 |
| 28 | 7,64 | 5,45 | 4,57 | 4,07 | 3,76 | 3,53 | 3,36 | 3,23 |
| 29 | 7,60 | 5,42 | 4,54 | 4,04 | 3,73 | 3,50 | 3,33 | 3,20 |
| 30 | 7,56 | 5,39 | 4,51 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | 3,30 | 3,17 |
| 32 | 7,50 | 5,34 | 4,46 | 3,97 | 3,65 | 3,43 | 3,25 | 3,13 |
| 34 | 7,44 | 5,29 | 4,42 | 3,93 | 3,61 | 3,39 | 3,22 | 3,09 |
| 36 | 7,40 | 5,25 | 4,38 | 3,89 | 3,57 | 3,35 | 3,18 | 3,05 |
| 38 | 7,35 | 5,21 | 4,34 | 3,86 | 3,54 | 3,32 | 3,15 | 3,02 |
| 40 | 7,31 | 5,18 | 4,31 | 3,83 | 3,51 | 3,29 | 3,12 | 2,99 |
| 42 | 7,28 | 5,15 | 4,29 | 3,80 | 3,49 | 3,27 | 3,10 | 2,97 |
| 44 | 7,25 | 5,12 | 4,26 | 3,78 | 3,47 | 3,24 | 3,08 | 2,95 |
| 46 | 7,22 | 5,10 | 4,24 | 3,76 | 3,44 | 3,22 | 3,06 | 2,93 |
| 48 | 7,20 | 5,08 | 4,22 | 3,74 | 3,43 | 3,20 | 3,04 | 2,91 |
| 50 | 7,17 | 5,06 | 4,20 | 3,72 | 3,41 | 3,19 | 3,02 | 2,89 |
| 55 | 7,12 | 5,01 | 4,16 | 3,68 | 3,37 | 3,15 | 2,98 | 2,85 |
| 60 | 7,08 | 4,98 | 4,13 | 3,65 | 3,34 | 3,12 | 2,95 | 2,82 |
| 65 | 7,04 | 4,95 | 4,10 | 3,62 | 3,31 | 3,09 | 2,93 | 2,80 |
| 70 | 7,01 | 4,92 | 4,08 | 3,60 | 3,29 | 3,07 | 2,91 | 2,78 |
| 80 | 6,96 | 4,88 | 4,04 | 3,56 | 3,26 | 3,04 | 2,87 | 2,74 |
| 100 | 6,90 | 4,82 | 3,98 | 3,51 | 3,21 | 2,99 | 2,82 | 2,69 |
| 125 | 6,84 | 4,78 | 3,94 | 3,47 | 3,17 | 2,95 | 2,79 | 2,66 |
| 150 | 6,81 | 4,75 | 3,92 | 3,45 | 3,14 | 2,92 | 2,76 | 2,63 |
| 200 | 6,76 | 4,71 | 3,88 | 3,41 | 3,11 | 2,89 | 2,73 | 2,60 |
| 400 | 6,70 | 4,66 | 3,83 | 3,36 | 3,06 | 2,85 | 2,69 | 2,55 |
| 1000 | 6,66 | 4,63 | 3,80 | 3,34 | 3,04 | 2,82 | 2,66 | 2,53 |
| ∞ | 6,63 | 4,61 | 3,78 | 3,32 | 3,02 | 2,80 | 2,64 | 2,51 |

Прилог 6

| $f_1 \backslash f_2$ | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | 20 | 24 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 6022 | 6056 | 6083 | 6106 | 6143 | 6169 | 6209 | 6235 |
| 2 | 99,39 | 99,40 | 99,41 | 99,42 | 99,43 | 99,44 | 99,45 | 99,46 |
| 3 | 27,34 | 27,23 | 27,13 | 27,05 | 26,92 | 26,83 | 26,69 | 26,60 |
| 4 | 14,66 | 14,55 | 14,45 | 14,37 | 14,25 | 14,15 | 14,02 | 13,93 |
| 5 | 10,16 | 10,05 | 9,96 | 9,89 | 9,77 | 9,68 | 9,55 | 9,47 |
| 6 | 7,98 | 7,87 | 7,79 | 7,72 | 7,60 | 7,52 | 7,39 | 7,31 |
| 7 | 6,72 | 6,62 | 6,54 | 6,47 | 6,36 | 6,27 | 6,16 | 6,07 |
| 8 | 5,91 | 5,81 | 5,73 | 5,67 | 5,56 | 5,48 | 5,36 | 5,28 |
| 9 | 5,35 | 5,26 | 5,18 | 5,11 | 5,00 | 4,92 | 4,81 | 4,73 |
| 10 | 4,94 | 4,85 | 4,77 | 4,71 | 4,60 | 4,52 | 4,41 | 4,33 |
| 11 | 4,63 | 4,54 | 4,46 | 4,40 | 4,29 | 4,21 | 4,10 | 4,02 |
| 12 | 4,39 | 4,30 | 4,22 | 4,16 | 4,05 | 3,97 | 3,86 | 3,78 |
| 13 | 4,19 | 4,10 | 4,02 | 3,96 | 3,85 | 3,78 | 3,66 | 3,59 |
| 14 | 4,03 | 3,94 | 3,86 | 3,80 | 3,70 | 3,62 | 3,51 | 3,43 |
| 15 | 3,89 | 3,80 | 3,73 | 3,67 | 3,56 | 3,49 | 3,37 | 3,29 |
| 16 | 3,78 | 3,69 | 3,62 | 3,55 | 3,45 | 3,37 | 3,26 | 3,18 |
| 17 | 3,68 | 3,59 | 3,52 | 3,46 | 3,35 | 3,27 | 3,16 | 3,08 |
| 18 | 3,60 | 3,51 | 3,43 | 3,37 | 3,27 | 3,19 | 3,08 | 3,00 |
| 19 | 3,52 | 3,43 | 3,36 | 3,30 | 3,19 | 3,12 | 3,00 | 2,92 |
| 20 | 3,46 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,13 | 3,05 | 2,94 | 2,86 |
| 21 | 3,40 | 3,31 | 3,24 | 3,17 | 3,07 | 2,99 | 2,88 | 2,80 |
| 22 | 3,35 | 3,26 | 3,18 | 3,12 | 3,02 | 2,94 | 2,83 | 2,75 |
| 23 | 3,30 | 3,21 | 3,14 | 3,07 | 2,97 | 2,89 | 2,78 | 2,70 |
| 24 | 3,26 | 3,17 | 3,09 | 3,03 | 2,93 | 2,85 | 2,74 | 2,66 |
| 25 | 3,22 | 3,13 | 3,06 | 2,99 | 2,89 | 2,81 | 2,70 | 2,62 |

| $f_1 \backslash f_2$ | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 16 | 20 | 24 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 26 | 3,18 | 3,09 | 3,02 | 2,96 | 2,86 | 2,78 | 2,66 | 2,58 |
| 27 | 3,15 | 3,06 | 2,99 | 2,93 | 2,82 | 2,75 | 2,63 | 2,55 |
| 28 | 3,12 | 3,03 | 2,96 | 2,90 | 2,80 | 2,71 | 2,60 | 2,52 |
| 29 | 3,09 | 3,00 | 2,93 | 2,87 | 2,77 | 2,69 | 2,57 | 2,49 |
| 30 | 3,07 | 2,98 | 2,90 | 2,84 | 2,74 | 2,66 | 2,55 | 2,47 |
| 32 | 3,02 | 2,93 | 2,86 | 2,80 | 2,70 | 2,62 | 2,50 | 2,42 |
| 34 | 2,98 | 2,89 | 2,82 | 2,76 | 2,66 | 2,58 | 2,46 | 2,38 |
| 36 | 2,95 | 2,86 | 2,79 | 2,72 | 2,62 | 2,54 | 2,43 | 2,35 |
| 38 | 2,91 | 2,82 | 2,75 | 2,69 | 2,59 | 2,51 | 2,40 | 2,32 |
| 40 | 2,89 | 2,80 | 2,73 | 2,66 | 2,56 | 2,48 | 2,37 | 2,29 |
| 42 | 2,86 | 2,78 | 2,70 | 2,64 | 2,54 | 2,46 | 2,34 | 2,26 |
| 44 | 2,84 | 2,75 | 2,68 | 2,62 | 2,52 | 2,44 | 2,32 | 2,24 |
| 46 | 2,82 | 2,73 | 2,66 | 2,60 | 2,50 | 2,42 | 2,30 | 2,22 |
| 48 | 2,80 | 2,72 | 2,64 | 2,58 | 2,48 | 2,40 | 2,28 | 2,20 |
| 50 | 2,79 | 2,70 | 2,63 | 2,56 | 2,46 | 2,38 | 2,26 | 2,18 |
| 55 | 2,75 | 2,66 | 2,59 | 2,53 | 2,43 | 2,34 | 2,23 | 2,15 |
| 60 | 2,72 | 2,63 | 2,56 | 2,50 | 2,39 | 2,31 | 2,20 | 2,12 |
| 65 | 2,69 | 2,61 | 2,53 | 2,47 | 2,37 | 2,29 | 2,18 | 2,09 |
| 70 | 2,67 | 2,59 | 2,51 | 2,45 | 2,35 | 2,27 | 2,15 | 2,07 |
| 80 | 2,64 | 2,55 | 2,48 | 2,42 | 2,31 | 2,23 | 2,12 | 2,03 |
| 100 | 2,59 | 2,50 | 2,43 | 2,37 | 2,26 | 2,19 | 2,06 | 1,98 |
| 125 | 2,55 | 2,50 | 2,40 | 2,33 | 2,23 | 2,15 | 2,03 | 1,94 |
| 150 | 2,53 | 2,44 | 2,37 | 2,31 | 2,20 | 2,12 | 2,00 | 1,91 |
| 200 | 2,50 | 2,41 | 2,34 | 2,27 | 2,17 | 2,09 | 1,97 | 1,88 |
| 400 | 2,46 | 2,37 | 2,29 | 2,23 | 2,12 | 2,04 | 1,92 | 1,84 |
| 1000 | 2,43 | 2,34 | 2,27 | 2,20 | 2,09 | 2,02 | 1,89 | 1,81 |
| ∞ | 2,41 | 2,32 | 2,25 | 2,18 | 2,08 | 2,00 | 1,88 | 1,79 |

Прилог 6

| $f_2 \backslash f_1$ | 30 | 40 | 50 | 75 | 100 | 200 | 500 | ∞ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 1 | 6261 | 6287 | 6302 | 6323 | 6334 | 6352 | 6361 | 6366 |
| 2 | 99,47 | 99,47 | 99,48 | 99,49 | 99,49 | 99,49 | 99,50 | 99,50 |
| 3 | 26,50 | 26,41 | 26,35 | 26,27 | 26,23 | 26,18 | 26,14 | 26,12 |
| 4 | 13,84 | 13,74 | 13,69 | 13,61 | 13,57 | 13,52 | 13,48 | 13,46 |
| 5 | 9,38 | 9,29 | 9,24 | 9,17 | 9,13 | 9,08 | 9,04 | 9,02 |
| 6 | 7,23 | 7,14 | 7,09 | 7,02 | 6,99 | 6,93 | 6,90 | 6,88 |
| 7 | 5,99 | 5,91 | 5,86 | 5,78 | 5,75 | 5,70 | 5,67 | 5,65 |
| 8 | 5,20 | 5,12 | 5,07 | 5,00 | 4,96 | 4,91 | 4,88 | 4,86 |
| 9 | 4,65 | 4,57 | 4,52 | 4,45 | 4,42 | 4,36 | 4,33 | 4,31 |
| 10 | 4,25 | 4,17 | 4,12 | 4,05 | 4,01 | 3,96 | 3,93 | 3,91 |
| 11 | 3,94 | 3,86 | 3,81 | 3,74 | 3,71 | 3,66 | 3,62 | 3,60 |
| 12 | 3,70 | 3,62 | 3,57 | 3,49 | 3,47 | 3,41 | 3,38 | 3,36 |
| 13 | 3,51 | 3,43 | 3,38 | 3,30 | 3,27 | 3,22 | 3,19 | 3,17 |
| 14 | 3,35 | 3,27 | 3,22 | 3,14 | 3,11 | 3,06 | 3,03 | 3,00 |
| 15 | 3,21 | 3,13 | 3,08 | 3,00 | 2,98 | 2,92 | 2,89 | 2,87 |
| 16 | 3,10 | 3,02 | 2,97 | 2,86 | 2,86 | 2,81 | 2,78 | 2,75 |
| 17 | 3,00 | 2,92 | 2,87 | 2,79 | 2,76 | 2,71 | 2,68 | 2,65 |
| 18 | 2,92 | 2,84 | 2,78 | 2,71 | 2,68 | 2,62 | 2,59 | 2,57 |
| 19 | 2,84 | 2,76 | 2,71 | 2,63 | 2,60 | 2,55 | 2,51 | 2,49 |
| 20 | 2,78 | 2,69 | 2,64 | 2,56 | 2,54 | 2,48 | 2,44 | 2,42 |
| 21 | 2,72 | 2,64 | 2,58 | 2,51 | 2,48 | 2,42 | 2,38 | 2,36 |
| 22 | 2,67 | 2,58 | 2,53 | 2,46 | 2,42 | 2,36 | 2,33 | 2,31 |
| 23 | 2,62 | 2,54 | 2,48 | 2,41 | 2,37 | 2,32 | 2,28 | 2,26 |
| 24 | 2,58 | 2,49 | 2,44 | 2,36 | 2,33 | 2,27 | 2,24 | 2,21 |
| 25 | 2,54 | 2,45 | 2,40 | 2,32 | 2,29 | 2,23 | 2,19 | 2,17 |

| $f_2 \backslash f_1$ | 30 | 40 | 50 | 75 | 100 | 200 | 500 | ∞ |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| 26 | 2,50 | 2,42 | 2,36 | 2,28 | 2,25 | 2,19 | 2,16 | 2,13 |
| 27 | 2,47 | 2,38 | 2,33 | 2,25 | 2,22 | 2,16 | 2,12 | 2,10 |
| 28 | 2,44 | 2,35 | 2,30 | 2,22 | 2,19 | 2,13 | 2,09 | 2,06 |
| 29 | 2,41 | 2,33 | 2,27 | 2,19 | 2,16 | 2,10 | 2,06 | 2,03 |
| 30 | 2,38 | 2,30 | 2,25 | 2,16 | 2,13 | 2,07 | 2,03 | 2,01 |
| 32 | 2,34 | 2,25 | 2,20 | 2,12 | 2,08 | 2,02 | 1,98 | 1,96 |
| 34 | 2,30 | 2,21 | 2,16 | 2,08 | 2,04 | 1,98 | 1,94 | 1,91 |
| 36 | 2,26 | 2,17 | 2,12 | 2,04 | 2,00 | 1,94 | 1,90 | 1,87 |
| 38 | 2,23 | 2,14 | 2,09 | 2,00 | 1,97 | 1,90 | 1,86 | 1,84 |
| 40 | 2,20 | 2,11 | 2,06 | 1,97 | 1,94 | 1,87 | 1,83 | 1,80 |
| 42 | 2,18 | 2,09 | 2,03 | 1,94 | 1,91 | 1,85 | 1,80 | 1,78 |
| 44 | 2,15 | 2,06 | 2,01 | 1,92 | 1,89 | 1,82 | 1,78 | 1,75 |
| 46 | 2,13 | 2,04 | 1,99 | 1,90 | 1,86 | 1,80 | 1,75 | 1,73 |
| 48 | 2,12 | 2,03 | 1,97 | 1,88 | 1,84 | 1,78 | 1,73 | 1,70 |
| 50 | 2,10 | 2,00 | 1,95 | 1,86 | 1,82 | 1,76 | 1,71 | 1,68 |
| 55 | 2,06 | 1,96 | 1,91 | 1,82 | 1,78 | 1,71 | 1,67 | 1,64 |
| 60 | 2,03 | 1,94 | 1,88 | 1,79 | 1,75 | 1,68 | 1,63 | 1,60 |
| 65 | 2,00 | 1,90 | 1,85 | 1,76 | 1,72 | 1,65 | 1,60 | 1,56 |
| 70 | 1,98 | 1,88 | 1,83 | 1,74 | 1,70 | 1,62 | 1,57 | 1,53 |
| 80 | 1,94 | 1,85 | 1,79 | 1,70 | 1,66 | 1,58 | 1,53 | 1,49 |
| 100 | 1,89 | 1,79 | 1,73 | 1,64 | 1,60 | 1,52 | 1,47 | 1,43 |
| 125 | 1,85 | 1,75 | 1,69 | 1,59 | 1,55 | 1,47 | 1,41 | 1,37 |
| 150 | 1,83 | 1,72 | 1,66 | 1,56 | 1,52 | 1,43 | 1,38 | 1,33 |
| 200 | 1,79 | 1,69 | 1,63 | 1,53 | 1,48 | 1,39 | 1,33 | 1,28 |
| 400 | 1,74 | 1,64 | 1,57 | 1,47 | 1,42 | 1,32 | 1,24 | 1,19 |
| 1000 | 1,71 | 1,61 | 1,54 | 1,44 | 1,38 | 1,28 | 1,19 | 1,11 |
| ∞ | 1,70 | 1,59 | 1,52 | 1,41 | 1,36 | 1,25 | 1,15 | 1,00 |

Вредности на критериумот на Кохрен за ниво на доверба
 $\alpha = 0.05$ и $\alpha = 0.01$ (зацрнетите броево, одредени од условот
 $P < G > \text{Гард}-1 > \alpha$)

| N | n = 1 | | | | | | | | | | | | | | ∞ |
|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 16 | 36 | 144 | | |
| 2 | 0,9985 0,9999 | 0,9750 0,9950 | 0,9392 0,9794 | 0,9057 0,7586 | 0,8772 0,9373 | 0,8534 0,9172 | 0,8332 0,8988 | 0,8159 0,8823 | 0,8010 0,8674 | 0,7880 0,8539 | 0,7341 0,7949 | 0,6602 0,7067 | 0,5813 0,6062 | 0,5000 0,5000 | |
| 3 | 0,9669 0,9933 | 0,8709 0,9423 | 0,7977 0,8821 | 0,7457 0,8335 | 0,7071 0,7933 | 0,6771 0,7606 | 0,6530 0,7335 | 0,6333 0,7107 | 0,6167 0,6912 | 0,6025 0,6743 | 0,5466 0,6059 | 0,4748 0,5153 | 0,4031 0,4230 | 0,3333 0,3333 | |
| 4 | 0,9065 0,9676 | 0,7679 0,8643 | 0,6841 0,7814 | 0,6287 0,7212 | 0,5895 0,6761 | 0,5598 0,6410 | 0,5305 0,6129 | 0,5175 0,5897 | 0,5017 0,5702 | 0,4884 0,5536 | 0,4366 0,4884 | 0,3720 0,4057 | 0,3093 0,3251 | 0,2500 0,2500 | |
| 6 | 0,7808 0,8828 | 0,6161 0,7218 | 0,5321 0,6258 | 0,4803 0,5635 | 0,4447 0,5195 | 0,4184 0,4866 | 0,3980 0,4608 | 0,3817 0,4401 | 0,3682 0,4229 | 0,3568 0,4084 | 0,3135 0,3529 | 0,2612 0,2858 | 0,2119 0,2229 | 0,1667 0,1667 | |
| 8 | 0,6798 0,7945 | 0,5157 0,6152 | 0,4377 0,5209 | 0,3910 0,4627 | 0,3595 0,4226 | 0,3362 0,3932 | 0,3185 0,3704 | 0,3043 0,3522 | 0,2926 0,3373 | 0,2829 0,3248 | 0,2462 0,2779 | 0,2022 0,2214 | 0,1616 0,1700 | 0,1250 0,1250 | |
| 10 | 0,6020 0,7175 | 0,4450 0,5358 | 0,3733 0,4469 | 0,3311 0,3934 | 0,3029 0,3572 | 0,2823 0,3308 | 0,2606 0,3106 | 0,2541 0,2945 | 0,2439 0,2813 | 0,2353 0,2704 | 0,2032 0,2297 | 0,1655 0,1811 | 0,1308 0,1376 | 0,1000 0,1000 | |
| 20 | 0,3894 0,4799 | 0,2705 0,3297 | 0,2205 0,2654 | 0,1921 0,2288 | 0,1735 0,2048 | 0,1602 0,1877 | 0,1501 0,1748 | 0,1422 0,1646 | 0,1357 0,1567 | 0,1303 0,1501 | 0,1108 0,1248 | 0,0879 0,0960 | 0,0675 0,0709 | 0,0500 0,0500 | |
| 30 | 0,2929 0,3632 | 0,1980 0,2412 | 0,1593 0,1913 | 0,1377 0,1635 | 0,1237 0,1454 | 0,1137 0,1327 | 0,1061 0,1232 | 0,1002 0,1157 | 0,0958 0,1100 | 0,0921 0,1054 | 0,0771 0,0867 | 0,0604 0,0658 | 0,0457 0,0480 | 0,0333 0,0333 | |
| 120 | 0,0998 0,1225 | 0,0632 0,0759 | 0,0495 0,0585 | 0,0419 0,0489 | 0,0371 0,0429 | 0,0337 0,0387 | 0,0312 0,0357 | 0,0292 0,0334 | 0,0279 0,0316 | 0,0266 0,0302 | 0,0218 0,0242 | 0,0165 0,0178 | 0,0120 0,0125 | 0,0083 0,0083 | |

ЛИТЕРАТУРА

- [2.1] Brunner, J.F. Angewandte Zuverlässigkeitstechnik bei der Fahrzeugentwicklung Teil -2, ATZ 1987. 7/8
- [2.2] Бразилович, Ю.Е.; Савенков, В.М.: Статистические методы оценки состояния авиационной техники, "Транспорт", Москва 1989.
- [2.3] Давчев, Т.: Надежност на хидрауличните амортизери, "Студентски збор", Скопје, 1984
- [2.4] Давчев, Т.: Истражување на надежноста на хидрауличните амортизери во експлоатациони услови, Зборник на трудови бр.7. Машински факултет - Скопје, 1988.
- [2.5] Daten - Verarbeitung im KFZ - Service und Vertrieb, Springer - Verlag, Berlin, 1983.
- [2.6] Daniel, C.: Applications of statistics to industrial experimentation, John, Wiley & Sons. New York - London - Sydney - Toronto, 1976.
- [2.7] Dreyer, H.; Sauer, W.: Prozessanalyse, YEB Verlag Technik, Berlin, 1982.
- [2.8] Дукоски, И.; Давчев, Т.: Организација на автоматизиран информативен систем за одржување на моторните возила за јавен превоз, Зборник на трудови бр.10, Машински факултет Скопје, 1991.
- [2.9] Hadživuković, S.; Zegnal, R.; Cobanović, K.: Regresiona analiza, Privredni pregled, Beograd, 1982.
- [2.10] Jacoby, G.: Werkstoff - und Bauteilprüfung sowie Betriebslastensimulation, Werkstofftechnische Verlagsgesellschaft m. b. H., Karlsruhe, 1981.
- [2.11] Johnson, L.G.: The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier Publishing Company, Amsterdam - London - New York, 1964.
- [2.12] Kapur, C.K.; Lamberson, R.L.: Reliability in Engineering Design. "John Wiley & Sons. New York, 1977.
- [2.13] Kostić, C.M.: Metodi statističke analize, "Naučna knjiga" 1988.
- [2.14] Кугель, Р.В.: Испитания на надежност машин и их елементов, "Машиностроение", Москва 1982.
- [2.15] Кугель, Р.В.: Надежност машин массового производства, "Машиностроение", Москва, 1981.
- [2.16] Левитанус, Д.А.: Ускоренные доводочные испытания тракторов, "Машиностроение", Москва, 1983

- [2.17] Селиванов, И. А. : Артемьев, Н. Ю. : Теоретические основы ремонта и надежности - сельско - хозяйственной техники, "Колос", 1978.
- [2.18] Todorović, J. ; Zelenović, D. : Efektivnost sistema u mašinstvu, "Naučna knjiga", Beograd, 1981.
- [2.19] Vukadinović, S. : Elementi teorije verovatnoće i matematičke statistike, "Privredni pregled", Beograd, 1973.
- [2.20] Zuverlässigkeitssicherung bei Automobilherstellern und Lieferanten, Verband der Automobilindustrie e.V.(VDA), 1984.
- [3.1] Ahlers, H. ; Schwarz, B. ; Waldman, J. : Optimierung technischer Produkte und Prozesse, VEB Verlag Technik, Berlin, 1981.
- [3.2] Brunner F. ; Zalud, F. : Analyse und Verbesserung der Zuverlässigkeit und Lebensdauer von Nutzfahrzeug - Dieselmotoren. MTZ 46(1985)9.
- [3.3] Brunner, F. : Angewandte Zuverlässigkeitstechnik bei der Fahrzeugentwicklung - Teil - 1, ATZ 89(1987) 6.
- [3.4] Cuthbert, D. : Applications of statistics to Industrial Experimentation. John Wiley & Sons. New York - London - Sydney - Toronto, 1976.
- [3.5] Dhillon, B. ; Singh, G. : Engineering Reliability, John Wiley & Sons, New York 1981.
- [3.6] Davčev, T. : Drvo neispravnosti za prekomerno dimljenje Diesel - motora, OMO, 5/84.
- [3.7] Давчев, Т. : Примена на методите на планирањето на експериментот во зголемување на надежноста на машинските системи, Зборник на трудови "Актуелни проблеми на машинските елементи и конструкции", Охрид, 1985.
- [3.8] Davčev, T. : Apriorno rangiranje faktora koji utiču na intenzitet promene tehničkog stanja vozila, Zbornik saopćenja "Nauka i motorna vozila 83" - Opatija.
- [3.9] Davčev, T. : Uticaj ulja na rad hidrauličkih amortizera "Goriva i maziva" 4/85, Zagreb.
- [3.10] Davčev, T. ; Bergmann, M. : Uticaj nekih faktora na toplotno stanje i gubitke snage u agregatima transmisije vozila, Zbornik radova "Motorna vozila motori 86" - Kragujevac.

- [3.11] Davčev, T.; Bergmann, M.: Uticaj količine i viskoznosti ulja na neke komponente kvaliteta agregata transmisije vozila, "Goriva i maziva" 1-2/87, Zagreb.
- [3.12] Davčev, T.: Possibilities of increasing the duration of hydraulic dampers. International Conference - Reliability and Quality Control, Lugano, 1989.
- [3.13] Davčev, T.: Mogućnost povećanja trajnosti hidrauličkih amortizera, "Nauka i motorna vozila '89" - Beograd.
- [3.14] Дехтерински, В.Л.: Технология ремонта автомобилей, "Транспорт", 1979.
- [3.15] Евдокимов, А., Колесников, И.В., Тетерин, И.А.: Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа. Наука, 1980.
- [3.16] Hartmann, K.: Statistische Versuchsplanung und auswertung in der Stoffwirtschaft. VEB Verlag, Leipzig, 1974.
- [3.17] Henley, E.; Kumamoto, H.: Reliability engineering and risk assessment, Prentice - Hall, Inc: Englewood Cliffs, 1981.
- [3.18] Ivanović, G.; Stanivuković, D.: Pouzdanost Tehničkih sistema - Zb.zadataka. Mašinski fakultet, Beograd 1987.
- [3.19] Kapur C.K.; Lamberson R.L.: Reliability in Engineering Design, John Wiley & Sons. New York, 1977.
- [3.20] Kume, H.: Statistical Methods for Quality Improvement, AOTS, Tokyo, 1985.
- [3.21] Львовский, Н.Е.: Статистические методы построения эмпирических формул. Москва, "Висшая школа", 1982.
- [3.22] Мельников, В.С. и др.: Планирование эксперимента в исследованиях сельско-хозяйственных процессов. "Колос" - Ленинград, 1980.
- [3.23] Мельников, В.С.; Алешкин, Р.В.; Тетерин И.А.: Планирование и анализа экспериментов при решении задач трения и износа, "Наука", 1980.
- [3.24] Митков, Л.А., Кардашевский, В.С.: Статистические методы в сельхозмашиностроении. "Машиностроение", 1978, Москва.
- [3.25] Налимов, В.В.; Чернова, А.Н.: Статистические методы планирования экстремальных экспериментов, "Наука", Москва, 1965.
- [3.26] Новик, С.Ф. Арсов, Б.Я.: Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. "Машиностроение, 1980.

- [3.27] Pegel, B.: Empirische Modellbildung und Versuchsplanung. Akademik - Verlag. Berlin. 1980.
- [3.28] Pfeufer, J.H.: Fehler - Möglichkeits - und Einfluss - Analyse. Praxishandbuch Qualitätssicherung, Band 5. Baustein F3. GEMT - 1987
- [3.29] Проников, С.А.: Надежность машин. "Машиностроение", Москва. 1978
- [3.30] Rothermel, J.: DV - gestuetzte FMEA. Praxishandbuch Qualitätssicherung, Band 5; Baustein F2. GEMT 1989.
- [3.31] Rowlands, H.: Quality Cost Managment, International Conference-Reliability and Quality Control, Lugano, 1989
- [3.32] Статистические методы в инженерных исследованиях. (од група автори). Москва "Высша школа", 1983.
- [3.33] Sicherung der Qualitaet vor Serieneinsatz, VDA-Frankfurt am Main, 1986.
- [3.34] Stanić, J.: Metod inženjerskog merenja, Mašinski fakul-tet, Beograd, 1985.
- [3.35] Stefanova, M.; Stankov, J.: Odredjivanje pouzdanosti radioničkih toleranciskih mernih alata u eksploata-cionim uslovima, Naučni skup "MMA '83", Novi Sad.
- [3.36] Стефанова, М.; Станиќ, Ј.: Постојаност на толеранцис-ките мерила (ТМ) во функција од зјајот меѓу ТМ и контролираниот дел (КД). Научни скуп "ММА '90"-Нови Сад
- [3.37] Todorović, J.; Zelenović, D.: Efektivnost sistema u mašinstvu. Naučna knjiga, Beograd. 1981.
- [3.38] Чепујноска, В.: Статистичка контрола на квалитетот во текстилното производство, Универзитет "Кирил и Методиј" - Скопје, 1987.
- [3.39] Zuverlässigkeitssicherung bei Automobilherstellern und Lieferanten. Verband der Automobilindustrie e.V (VDA). Frankfurt am Main. 1984.
- [4.1] Angerer, S.; Naundorf, H.: Fahrdynamischer Raderpuefstand ATZ 2/83.
- [4.2] Алиев, Т.: Испитување на машинските материјали, Универ-зитет "Кирил и Методиј" - Скопје, 1984.
- [4.3] Brunner F.: Lebensdauer vorhersage bei Materialermuedung. Automobil - Industrie 2/85 - 1/87.
- [4.4] Buxbaum, O.; Svenson, O.: Zur Beschreibung von Betriebs-beanspruchungen mit Hilfe statistischer Kenngrossen ATZ 6/73.

- [4. 5] Bruns, H.; Knoche, K.: Dynamische Beanspruchung am betriebenen Hinterrad eines Strassenfahrzeuge. ATZ 1973/2.
- [4. 6] Cottin, D.; Puls, E.: Angewandte Betriebsfestigkeit, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1985
- [4. 7] Davčev, T.: Trajnost dinamički opterećenih delova motornih vozila. "Моторна возила - мотори" 81/82 (1988), Kragujevac.
- [4. 8] Davčev, T.; Galačev, A.: Odredjivanje trajnosti gibnjava motornih vozila, "Nauka i motorna vozila '87" Beograd.
- [4. 9] Дайчик, Л. М.; и др.: Методы и средства натурной тензометрии, "Машиностроение", Москва 1989.
- [4. 10] Гольд, В. Б. и др. Основы прочности и долговечности автомобиля "Машиностроение", Москва, 1967.
- [4. 11] Gnille W.: Lebensdauerberechnung der Maschinenelemente Carl Hanser Verlag München-Wien 1980.
- [4. 12] Grubišić, V.: Methodik zur optimalen dimensionierung schwingbeanspruchter Fahrzeugbauteile, Automobil - Industrie 3/83.
- [4. 13] Grubišić, V.: Bemessung und Pruefung vor Fahrzeugradern ATZ 1/73.
- [4. 14] Guethe P. H., i dr.: Bewertung der Beanspruchungstreuung aus gemessenen Kollektiven. ATZ 12/87.
- [4. 15] Горелик, М. А.; Костылев, В. В.: Определение ресурса листовых ресурса. "Автомобильная промышленность" 8/84.
- [4. 16] Гусев, С. А.; Светлицкий А. В.: Расчет конструкций при случайных воздействиях. "Машиностроение" Москва. 1984.
- [4. 17] Himmler, G.: Scheibenradpruefung auf der Dauerfestigkeitspruefmaschine. ATZ. 1973/2.
- [4. 18] Kruse, E.: Entwicklungsziel Dauerhaltbarkeit. Adam Opel Aktiengesellschaft, 1985. Koeln.
- [4. 19] Ксендзов, Н. В.; Островерхов Л. Н.; Стукачев, Н. В.: Прогнозирование нагруженности и надежности трансмиссии машин. "Наука и техника", Минск. 1987
- [4. 20] Костенко, А. Н.: Прогнозирование надежности транспортных машин "Машиностроение". Москва. 1989.
- [4. 21] Kapur, K.; Lamberson, L.: Reliability in Engeneering Design. John Wiley & Sons. New York. 1977.

- [4. 22] Јанковиќ, М.: Фазе разарања и век трајања машинских елемената. Скуп о конструирану. Загреб, 1988.
- [4. 23] Luders, A. i dr.: Zur Beurteilung der Lebensdauer des Fahrzeugraedes. ATZ - 1/72.
- [4. 24] Лукински, С.В. и др.: Долговечност детаља шасија аутомобила. "Машиностроение", Москва, 1984.
- [4. 25] Ognjanović, M.: Metodika konstruisanja mašina, Mašinski fakultet, Beograd 1990.
- [4. 26] Popović, P.: Postupci simuliranja radnih opterećenja elemenata vozila. "Motorna vozila motori" 81/82 (1988)
- [4. 27] Серенсен, В.С.; Кобаев, П.В.; Шнейдерович, М.Р Несушја способност и расчет детаља машин на прочност, "Машиностроение", Москва 1975.
- [4. 28] Савиќ, З.: О неким проблемима радне чврстоће зупчаника. Зборник радова научно - стручног скупа о зупчаницима и клизним лежајевима. Загреб, 1976.
- [4. 29] Савиќ, З.: Развој метода провере чврстоће елемената машина при стохастичкој промени радних напона. Научно - стручен собир "Актуелни проблеми на машинските елементи и конструкции" Охрид, 1985.
- [4. 30] Вукадиновиќ, С.: Елементи теорије вероватноће и математичке статистике, Привредни преглед, Београд, 1973.
- [4. 31] Werkstoffermuedung - група автори, VEB Deutscher Verlag fur Grundstoffindustrie; Leipzig. 1985.
- [4. 32] Werkstoff- und Bauteilprufung sowie Betriebslastensimulation. Ausgewahlte Beispiele. Schenck AG Darmstadt, 1981.
- [4. 33] Wiebel, K.P.: Mehr als 10 Jahre Betriebsfestigkeitsprufung mit den Mehrkomponenten-Prufstande der BMW AG. ATZ 4/87.

СОДРЖИНА

| | Стр: |
|---|------|
| 1. ВОВЕД | 1 |
| 2. МЕТОДИ ЗА ОДРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА | 5 |
| 2. 1. КВАНТИТАТИВНИ КАРАКТЕРИСТИКИ НА НАДЕЖНОСТА | 5 |
| 2. 2. ВЕЈБУЛОВА РАСПРЕДЕЛБА | 7 |
| 2. 2. 1. Вејбулова веројатносна хартија | 15 |
| 2. 2. 2. Графички методи за одредување на параметрите на Вејбуловата распределба | 20 |
| 2. 2. 2. 1. Одредување на правата на распределбата за голем извадок | 20 |
| 2. 2. 2. 2. Одредување на правата на распределбата за мал извадок | 24 |
| 2. 2. 2. 3. Одредување на параметрите на распределбата | 27 |
| 2. 2. 3. Подрачје на доверба на распределбата на појавите на отказите | 29 |
| 2. 2. 3. 1. Подрачје на доверба за ниска кумулативна зачестеност | 32 |
| 2. 2. 3. 2. Распределба и подрачје на доверба за извадок со нецелосни информации | 34 |
| 2. 2. 4. Подрачје на доверба на параметарот на обликот .. | 42 |
| 2. 2. 5. Мешовита распределба | 43 |
| 2. 2. 6. Тропараметарска Вејбулова распределба | 45 |
| 2. 3. ОДРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА СО ЗЕМАЊЕ ПРЕДВИД НА НЕНАСТАНАТИТЕ ОТКАЗИ | 47 |
| 2. 3. 1. Постапка при одредување на надежноста во лабораториски услови (Sudden Death Teasting) | 47 |
| 2. 3. 2. Примена на "Sudden Death Teasting" при експлоатациони одредувања на надежноста | 53 |
| 2. 4. ОДРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА ВО ГАРАНТНИОТ ПЕРИОД | 55 |
| 2. 5. ОДРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА ВО ФАЗА НА РАЗВОЈОТ НА ПРОИЗВОДОТ | 63 |
| 2. 6. ПОДАТОЦИ ЗА НАДЕЖНОСТА НА ПРОИЗВОДИТЕ ВО ЕКСПЛОАТАЦИЈА | 69 |
| 2. 6. 1. Податоци за надежноста за време на гарантниот рок | 69 |
| 2. 6. 1. 1. Правовремено откривање на отказите | 71 |
| 2. 6. 1. 2. Одредување на надежноста на производот во гарантниот рок | 73 |

| | |
|---|-----------|
| 2. 6. 2. Податоци за надежноста по истек на гарантниот рок | 73 |
| 2. 6. 3. Податоци за надежноста добиени со анкетирање .. | 78 |
| 2. 7. СПОРЕДУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТА НА ПРОИЗВОДИТЕ | 78 |
| 2. 8. ПРОВЕРКА НА НАДЕЖНОСТА НА ПРОИЗВОДОТ | 84 |
| 2. 9. ЗАБРЗАНО ИСПИТУВАЊЕ НА НАДЕЖНОСТ | 92 |
| 3. МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗА НА СИСТЕМИТЕ ОД АСПЕКТ НА ПОЈАВА НА ОТКАЗИТЕ | 97 |
| 3. 1. ВОВЕД | 97 |
| 3. 2. АНАЛИЗА НА НАДЕЖНОСТА НА СИСТЕМИТЕ | 97 |
| 3. 2. 1. Систем со редно и паралелно поврзани елементи .. | 98 |
| 3. 2. 2. Системи со комбинирано поврзани елементи | 103 |
| 3. 3. ДРВО НА ОТКАЗИТЕ | 108 |
| 3. 3. 1. Вовед | 108 |
| 3. 3. 2. Символи во дрвото на отказите | 109 |
| 3. 3. 3. Квалитативна анализа на системот | 117 |
| 3. 3. 3. 1. Непожелни и проодни комбинации | 117 |
| 3. 3. 3. 2. Одредување на минималните непожелни комбинации | 119 |
| 3. 3. 3. 3. Одредување на минималните проодни комбинации | 123 |
| 3. 3. 4. Квантитативна анализа на системот | 124 |
| 3. 3. 4. 1. Квантитативна оценка на дрвото на отказите .. | 125 |
| 3. 3. 4. 2. Квантитативна оценка на веројатносните параметри на системот | 126 |
| 3. 4. АНАЛИЗА НА МОЖНОСТИТЕ ЗА ПОЈАВА НА ОТКАЗИТЕ И ПОСЛЕДИЦИТЕ (АМПОП) | 132 |
| 3. 4. 1. Вовед | 132 |
| 3. 4. 2. Подготвителни активности | 133 |
| 3. 4. 3. Вршење на АМПОП | 133 |
| 3. 4. 3. 1. Анализа на отказите | 133 |
| 3. 4. 3. 2. Проценка на ризикот | 136 |
| 3. 5. АНАЛИЗА НА СИСТЕМИТЕ СО ПОМОШ НА МЕТОДИТЕ НА ПЛАНИРАЊЕТО НА ЕКСПЕРИМЕНТОТ | 140 |
| 3. 5. 1. Вовед | 140 |
| 3. 5. 2. Метод на априорно рангирање | 141 |
| 3. 5. 3. Метод на случајниот баланс | 154 |
| 3. 5. 4. Метод на целосен факторен експеримент | 167 |
| 3. 5. 4. 1. Математички апарат на регресионата анализа .. | 168 |
| 3. 5. 4. 2. Примена на методот на целосниот факторен експеримент | 179 |

| | |
|---|-----|
| 3. 6. ПАРЕТО АНАЛИЗА | 186 |
| 3. 7. ДИЈАГРАМ НА ПРИЧИНИ И ПОСЛЕДИЦИ | 188 |
| 3. 8. КОМБИНИРАНА ПРИМЕНА НА ПАРЕТО ДИЈАГРАМОТ И ДИЈА- ГРАМОТ НА ПРИЧИНИ И ПОСЛЕДИЦИ | 191 |
| 4. НАДЕЖНОСТ НА ДИНАМИЧКИ ОПТОВАРЕНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ | 193 |
| 4. 1. ВОВЕД | 193 |
| 4. 2. РАБОТНИ ОПТОВАРУВАЊА НА ЕЛЕМЕНТИТЕ | 194 |
| 4. 2. 1. Одредување на работните оптоварувања | 196 |
| 4. 2. 1. 1. Експериментално одредување на работните оптоварувања | 196 |
| 4. 2. 1. 2. Колектив на оптоварувањето | 203 |
| 4. 3. ОДРЕДУВАЊЕ НА ИЗДРЖЛИВОСТА И НАДЕЖНОСТА НА ДИНА- МИЧКИ ОПТОВАРЕНИТЕ ЕЛЕМЕНТИ | 209 |
| 4. 3. 1. Вовед | 209 |
| 4. 3. 2. Експериментално одредување на издржливоста | 210 |
| 4. 3. 2. 1. Одредување на основната издржливост | 210 |
| 4. 3. 2. 2. Одредување на работната издржливост | 220 |
| 4. 3. 2. 3. Процена на работната издржливост | 225 |
| 4. 4. ПРИМЕР | 229 |
| 4. 5. ЗАБРЗАНО ИСПИТУВАЊЕ НА ИЗДРЖЛИВОСТ | 239 |
| 4. 6. ОДРЕДУВАЊЕ НА ВЕРОЈАТНОСТА НА ИЗДРЖЛИВОСТА | 245 |
| ПРИЛОЗИ | 249 |
| ЛИТЕРАТУРА | 283 |

ТОДОР ДАВЧЕВ е роден на 30 април 1942 год. во Штип. Основното и средното образование го завршил во Скопје, а дипломирал на Машинскиот факултет во Белград 1966 година на одделот за сообраќајно машинство - група за мотори и возила.

По дипломирањето, до 1973 година работел во повеќе рабтни организации во Скопје на одржување на возила и механизациони машини, а од 1973 година е на Машинскиот факултет во Скопје. Редовен е професор на Машинскиот факултет на Институтот за машински конструкции, механизациони машини и возила.

Магистерските студии ги завршил на Машинскиот факултет во Крагуевац на групата за моторни возила. Магистерската работа под наслов "Прилог кон проблемот на оптимирањето на карактеристиката на амортизерот за патнички возила" ја одбранил во 1978 година.

Докторската дисертација под наслов "Истражување на надежноста на хидрауличните амортизери и факторите што најмногу влијаат на нивната надежност" ја одбранил на Машинскиот факултет во Скопје во 1983 година.

Со проблемите на надежноста на техничките системи почнал да се бави кон крајот на 70-тите години. Од оваа област има објавено повеќе стручни и научни трудови во земјата и странство.