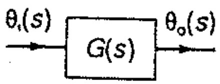
Глава 7. Стационарна грешка

Стационарна грешка на еден систем е грешката помеѓу вредноста на влезниот сигнал и вредноста на излезниот сигнал во стационарна состојба на системот, т.е. кога преодниот дел од излезот од системот ќе исчезне. Стационарната грешка е мерка за точноста на управувачкиот систем и неговата способност да го следи управувачкиот влез. Таа зависи од системот што се разгледува и од влезот во системот. Со цел да се изврши анализа на стационарните грешки на системите, корисно е тие да се класифицираат во поедини типови на системи означени со соодветен број којшто индицира каква грешка ќе покаже системот за секој вид на влезен сигнал. Оваа Глава е посветена на класификацијата на системите по типови и на одредувањето на стационарните грешки на системите за управување.

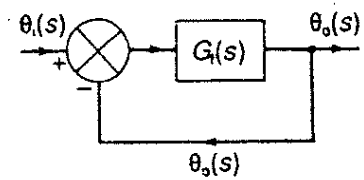
Стационарна грешка на еден систем е разликата помеѓу саканата вредност на излезниот сигнал, т.е. референтниот влезен сигнал што специфицира што се бара да се добие на излез од системот, и стварниот излезен сигнал што реално се добива на излез од системот. За управувачки систем со отворена омча, (слика 7.1), грешката $E(s)$ помеѓу влезот $\theta_i(s)$ и излезот $\theta_0(s)$ е

$$E(s)=\theta_i(s)-\theta_0(s)=\theta_i(s)-G(s)\theta_i(s)=[1-G(s)]\theta_i(s) \tag{7.1}$$

Грешката, значи, не зависи само од системот, односно од неговата преносна функција $G(s)$, туку и од влезот во системот $\theta_i(s)$.



Слика 7.1 Управувачки систем со директна омча

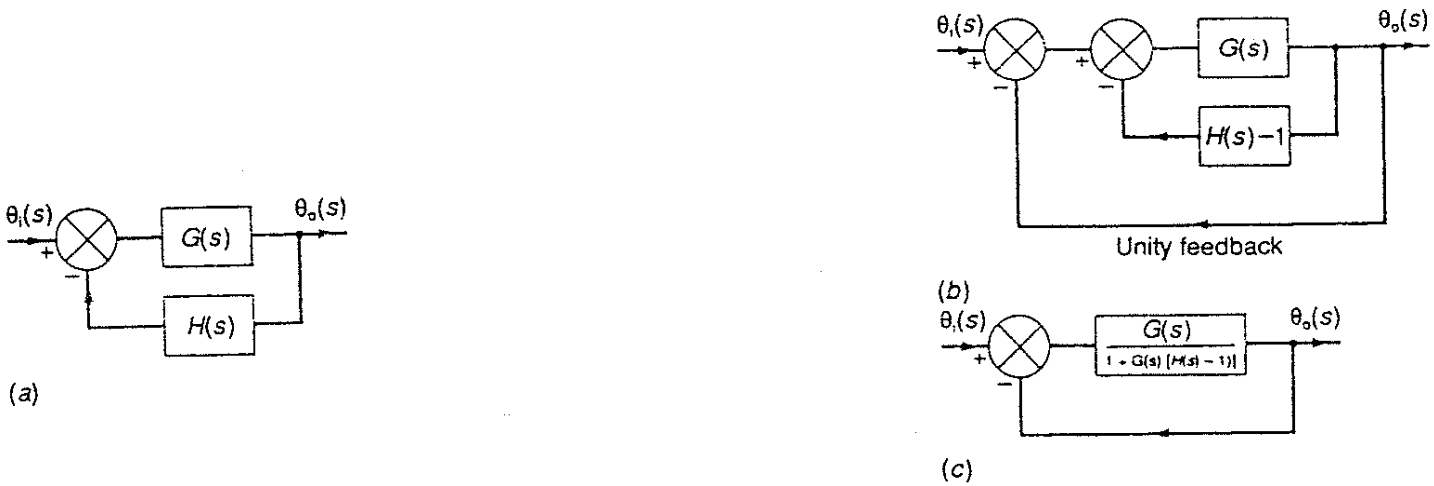


Слика 7.2. Управувачки систем со повратна омча

$$E(s)=\theta_i(s)-\theta_0(s)=\theta_i(s)-\frac{G(s)}{1+G(s)}\theta_i(s)=\frac{1}{1+G(s)}\theta_i(s) \qquad (7.2)$$

Грешката, значи, не зависи само од системот, односно од неговата преносна функција $G(s)$, туку и од влезот во системот $\theta_i(s)$.

Ако системот има затворена повратна врска што не единечна, т.е. ако преносната функција во повратната врска е $H(s)$, како на слика 7.3 (а), тогаш системот може да се трансформира во систем со единечна повратна врска преку процедурата прикажана на слика 7.3 (б). Резултат на оваа трансформација е еквивалентен систем со единечна повратна врска во облик прикажан на слика 7.3 (в).



Слика 7.3. (а) Управувачки систем со затворена омча; (б) трансформирање на системот под (а) во систем со единечна повратна врска; (в) еквивалентен систем со единечна повратна врска.

Преносната функција во директната патека е дадена со

$$\frac{G(s)}{1+G(s)[H(s)-1]} \tag{7.3}$$

Со упростувањето на системот прикажан на слика 7.3 (а) во еквивалентен систем со единечна повратна врска.прикажан на слика 7.3 (в) се овозможува примената на равенката (7.2) за одредување на грешката на системот.

Со упростувањето на системот прикажан на слика 7.3 (а) во еквивалентен систем со единечна повратна врска.прикажан на слика 7.3 (в) се овозможува примената на равенката (7.2) за одредување на грешката на системот.

По одредувањето на грешката $E(s)$ во $s-$домен, со цел да се одреди стационарната грешка e_{ss}, се применува теоремата за крајна вредност (види Глава 4). Стационарната грешка е вредноста на грешката, што е функција од времето, кога сите преодни процеси ќе исчезнат, односно кога времето t ќе се стреми кон бесконечност. Согласно со теоремата за крајна вредност

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) \tag{7.4}$$

7.4. Стационарна грешка за отскочен влез

Стационарната грешка e_{ss} за систем со затворена омча е дадена со равенката (7.6):

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left\{ s \frac{1}{1+G_0(s)} \theta_i(s) \right\}$$

каде $G_0(s)$ е преносната функција на отворена омча. Единечниот отскочен влез во s – домен е $\theta_i(s) = 1/s$. Значи за ваков влез

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left\{ s \frac{1}{1+G_0(s)} \frac{1}{s} \right\} = \lim_{s \to 0} \left\{ \frac{1}{1+G_0(s)} \right\} \tag{7.9}$$

Преносната функција на отворена омча може да се претстави во општ случај со равенката во облик (7.8)

$$\frac{K\left(s^m + a_{m-1}s^{m-1} + a_{m-2}s^{m-2} + \dots\dots\dots + a_1 s + a_0\right)}{s^q\left(s^n + b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \dots\dots\dots + b_1 s + b_0\right)}$$

и, ако s се стреми кон нула, преносната функција на отворена омча за систем од тип нула $(q = 0)$ е еднаква на Ka_0/b_0, значи е константа, а за сите други типови на системи има бесконечна вредност. Значи стационарната грешка за систем од тип 0 ќе биде

$$e_{ss} = \frac{1}{1+\frac{Ka_0}{b_0}} = \frac{1}{1+K_p} \tag{7.10}$$

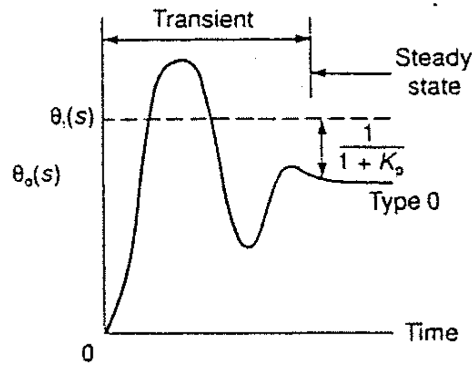
каде $K_p = \frac{Ka_0}{b_0}$ е константа. За сите други типови на системи

$$K_p = \lim_{s\to 0} G_0(s) \tag{7.11}$$

има бесконечна вредност и заради тоа стационарната грешка за сите типови на системи, освен за системите од тип 0, е нула.

На слика 7.4 прикажан е излезот (одзивот) од систем од тип 0 за отскочен влез во системот. По исчезнувањето на преодните процеси постои стационарна грешка еднаква на $1/(1+K_p)$.

Горните анализи се спроведени за единечен отскочен влез. Ако отскочниот влез има големина A, тогаш стационарната вредност на грешката за систем од тип 0 ќе биде $A/(1+K_p)$.



Слика 7.4. Стационарна грешка за систем од тип 0 за отскочен влез

7.5. Стационарна грешка за нагибен влез

Стационарната грешка e_{ss} за систем со затворена омча е дадена со равенката (7.6):

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} \left\{ s\,\frac{1}{1+G_0(s)}\,\theta_i(s) \right\}$$

каде $G_0(s)$ е преносната функција на отворена омча. Единечниот нагибен влез во s – домен е $\theta_i(s) = 1/s^2$. Значи за ваков влез

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} \left\{ s\,\frac{1}{1+G_0(s)}\,\frac{1}{s^2} \right\} = \lim_{s\to 0} \left\{ \frac{1}{s+sG_0(s)} \right\} \tag{7.12}$$

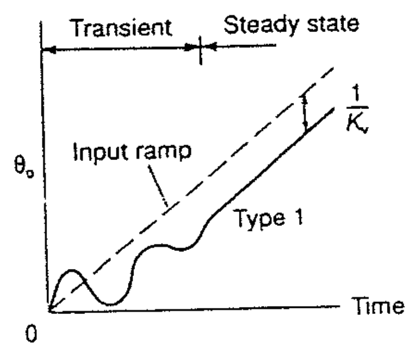
Кога s се стреми кон нула и членот s во именителот постанува нула. Значи факторот што ја одредува вредноста на грешката е вредноста на $sG_0(s)$ кога s се стреми кон нула, т.е. равенката (7.12) постанува

$$e_{ss} = \frac{1}{\lim\limits_{s \to 0} sG_0(s)} \tag{7.13}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \tag{7.14}$$

каде K_v е константа, наречена константа на брзинска грешка:

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG_0(s) \tag{7.15}$$



Слика 7.6. Стационарна грешка за систем од тип 1 за нагибен влез

7.6. Стационарна грешка за параболичен влез

Стационарната грешка e_{ss} за систем со затворена омча е дадена со равенката (7.6):

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left\{ s \, \frac{1}{1+G_0(s)} \, \theta_i(s) \right\}$$

каде $G_0(s)$ е преносната функција на отворена омча. Единечниот нагибен влез во $s-$домен е $\theta_i(s) = 1/s^3$. Значи за ваков влез

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left\{ s \, \frac{1}{1+G_0(s)} \, \frac{1}{s^3} \right\} = \lim_{s \to 0} \left\{ \frac{1}{s^2 + s^2 G_0(s)} \right\} \tag{7.16}$$

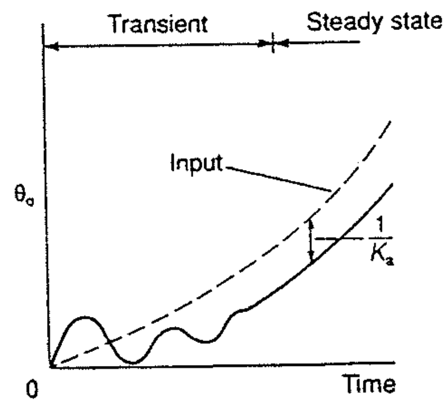
Кога s се стреми кон нула и членот s^2 во именителот постанува нула. Значи факторот што ја одредува вредноста на грешката е вредноста на $s^2 G_0(s)$ кога s се стреми кон нула, т.е. равенката (7.16) постанува

$$e_{ss} = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s^2 G_0(s)} \tag{7.17}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} \tag{7.18}$$

каде K_a е константа, наречена константа на забрзувачка грешка:

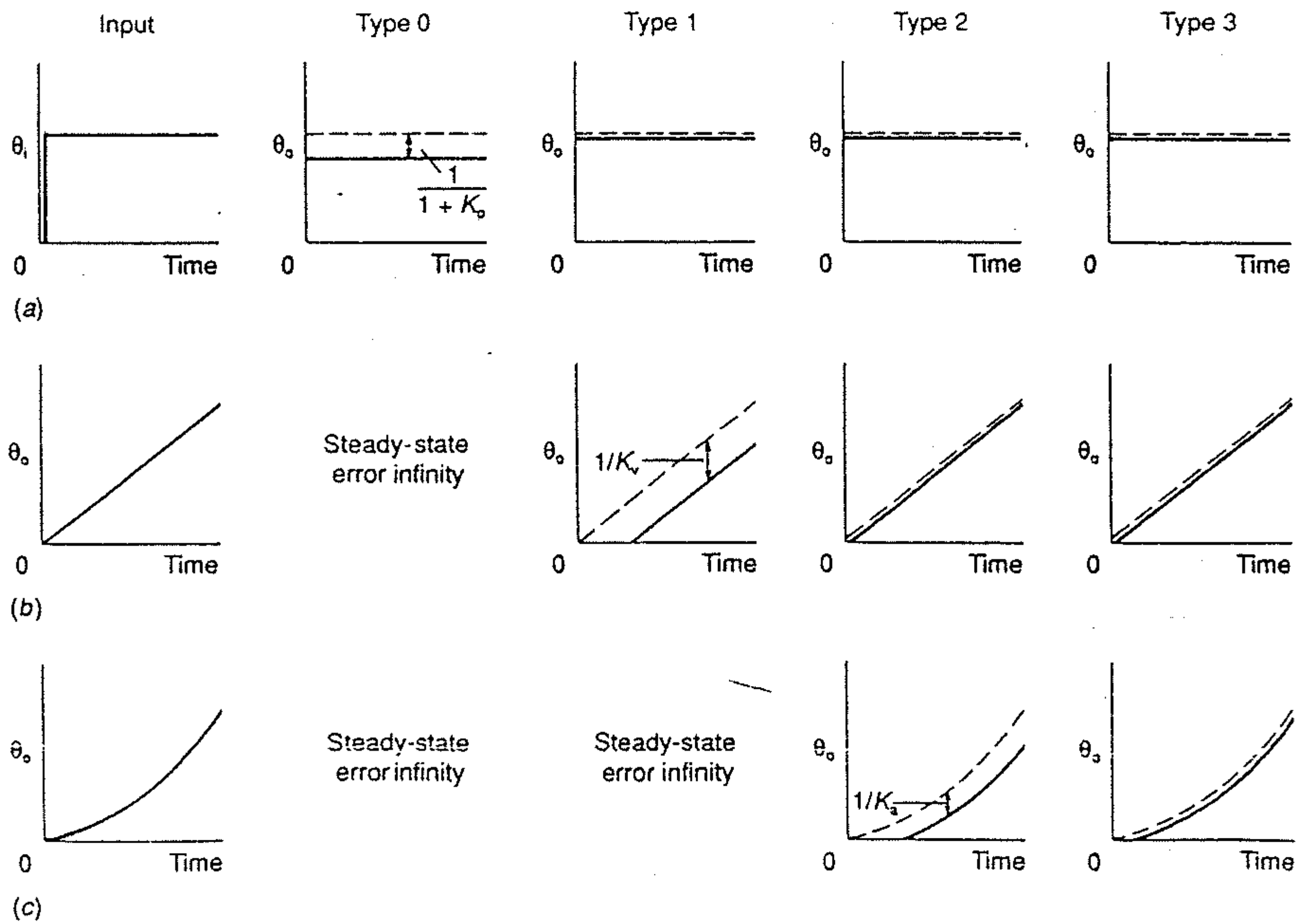
$$K_v = \lim_{s \to 0} s^2 G_0(s) \tag{7.19}$$



Слика 7.7. Стационарна грешка за систем од тип 2 за параболичен влез

Табела 7.1. Стационарни грешки

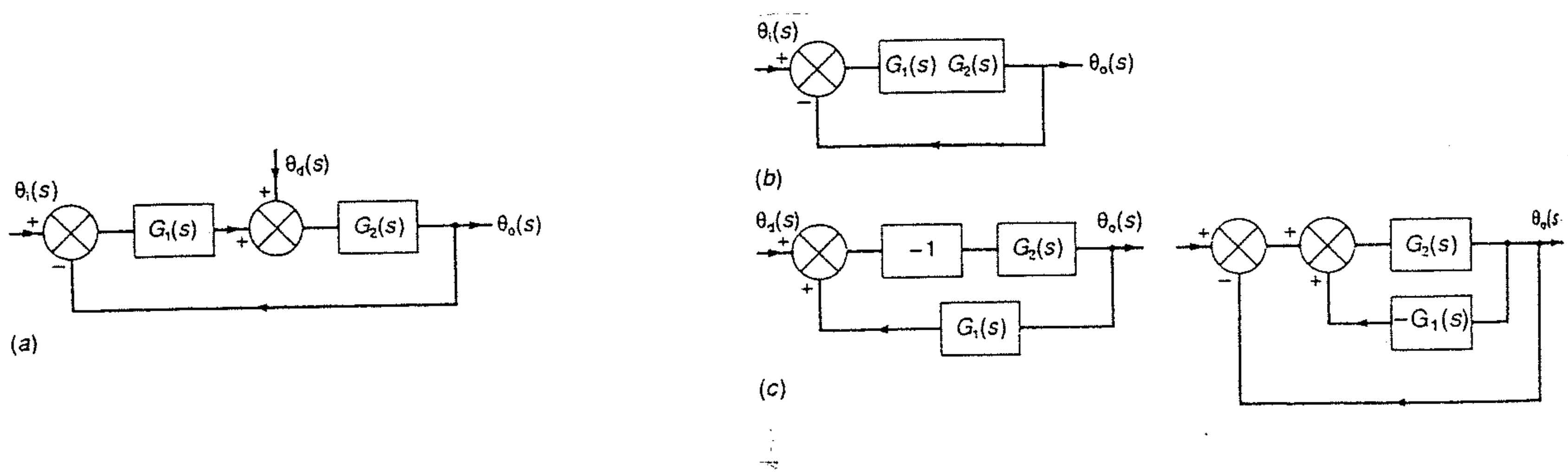
Тип на Системот	Стационарни грешки што се должат на единечни влезови			
	Отскочен влез $1/s$	Нагибен влез $1/s^2$	Параболичен влез $1/s^3$	$1/s^4$
0	$\frac{1}{1+K_p}$	$\propto$	$\propto$	$\propto$
1	0	$\frac{1}{K_v}$	$\propto$	$\propto$
2	0	0	$\frac{1}{K_a}$	$\propto$
3	0	0	0	$\frac{1}{K_4}$
4	0	0	0	0



Слика 7.8. Стационарни грешки: (а) отскочен влез; (б) нагибен влез; (в) параболичен влез

7.8. Стационарни грешки од пореметувања

На слика 7.9 прикажан е систем во кој покрај референтниот влез $\theta_i(s)$ постои и влез $\theta_d(s)$ што врши пореметување на системот. И двата влеза можат да доведат до појава на стационарни грешки.



Слика 7.9. (а) Систем со единечна повратна врска со пореметувачки влез $\theta_d(s)$; (б) кога $\theta_d(s)=0$; (в) кога $\theta_i(s)=0$

Да се упростат следните блок дијаграми и да се напише вкупната преносна функција на системот