

1. СИСТЕМИ ЗА КОНСТРУИРАЊЕ СО ПОМОШ НА КОМПЈУТЕРИ

1.1. Содржина на процесот на конструирањето

Конструирањето е сложен процес на одлучување кој се одвива во повеќе чекори. Во процесот на конструирањето се врши преработка на информациите чекор по чекор, со примена на методите на синтеза и анализа, при што секој нареден чекор е поконкретен од претходниот. На сл.1.1 е прикажан блок-дијаграмот на вообичаениот тек на процесот на конструирањето.

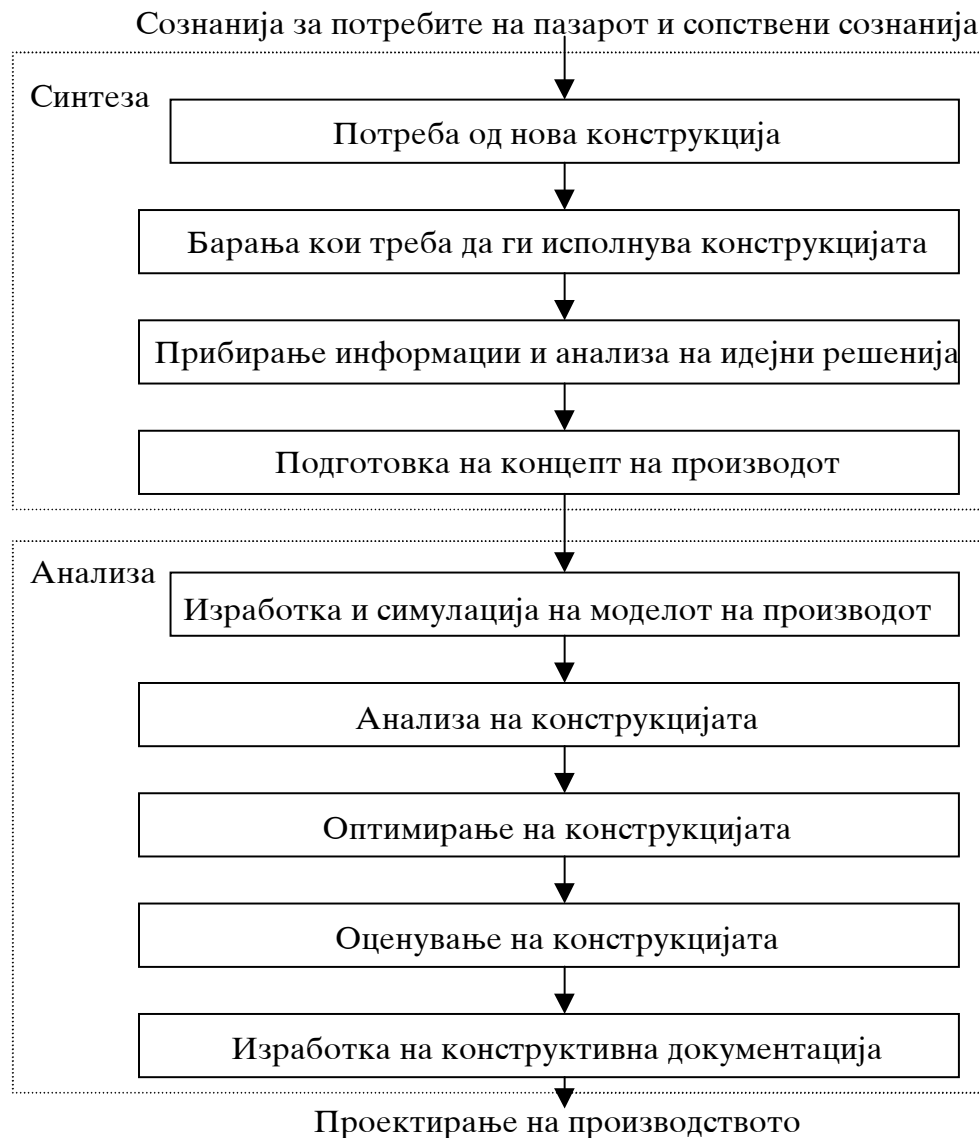
Процесот на конструирањето започнува со препознавање на потребите според барањата на купувачите или пазарот. Во овој чекор се прибираат и анализираат информации, како што се потребите, желбите, можностите и ограничувањата. Резултат на овој подпроцес е детална листа на барања кои треба да ги исполнува новата конструкција. Барањата можат да бидат изразени со зборови или со физички големини. Според овие барања во напредниот чекор се оценува и погодноста на понудените конструктивни решенија, односно се усвојуваат оние решенија за кои се смета дека повеќе одговараат на зададените барања.

Основни процеси на процесот на конструирањето се синтеза и анализа. Во потпроцесот на синтеза се одредуваат содржината, функционалноста и особините на производот. Во оваа фаза се одредува функционалната структура, се бараат начините за добивање на решенија и се изработуваат повеќе идејни решенија за производот. Притоа се прават и претходни пресметки за трошоците за изработка на производот според новите идејни решенија. Повеќето информации кои се создаваат за време на процесот на синтеза се квалитативни и поради тоа потешко се претставуваат со помош на компјутер. Цел на процесот на синтеза е да се изработи нов концепт на конструкцијата на идниот производ. Концептот на конструкцијата обично е во форма на скица или цртеж на кој се прикажани главните компоненти на производот и надворешните ограничувања. Концептот се користи при расветлување на идеите на членовите на тимот кој ја развива конструкцијата, како и при презентација на идејното решение на конструкцијата.

Потпроцесот на анализа започнува тогаш кога треба да се провери дали идејното решение ги задоволува поставените барања од функционален и технички аспект. Притоа се проверува функционалноста, јакоста, просјорноста распоред на модулите и друго. За да може да се изврши анализа, треба прво да се изработи модел на производот и потоа да се изврши симулација. Квалитетот на резултатите кои се добиваат при анализата директно зависи од квалитетот на моделот кој се испитува. Затоа, конструкторот треба да одбере таков модел на конструкцијата кој ќе овозможи резултатите добиени од анализата да бидат веродостојни. Компјутерите се многу погоден средство за анализа на повеќе алтернативи на конструкцијата во кусо време, како и за одбирање на подобрите

решенија. Притоа можат да се применат различни компјутерски програми наменети за анализа и оптимирање на конструкцијата од повеќе аспекти.

Оптимирањето на конструкцијата врз основа на различни критериуми е од големо значење за добивње поквалитетна конструкција и може да се издвои како посебен чекор во развојот на производот. Основни критериуми за оптимирање на конструкцијата се цената, задоволувањето на барањата на купувачите, естетскиот изглед, квалитетот, јакоста и др.



Сл. 1.1. Вообичаен тек на процесот на конструирањето

Кога ќе се анализираат најважните делови на конструкцијата и кога се одредени нивните димензии, се започнува со потпроцесот на *оценување на конструкцијата*. За оценка на конструкцијата најчесто се изработува прототип, кој може да биде изработен во природна големина, со примена на одредениот материјал и облик на деловите, или пак прототипот се моделира со помош на компјутер. Во задните години почесто се користат *компјутерски* *процесори*, бидејќи се поевтини и побрзо се изработуваат. Мерите кои се

добиваат како резултат на анализата треба да се корегираат според општите конструктивни правила. При изработката на компјутерскиот прототип мора да се зададат и оние мери кои не биле проверувани при анализата. Компјутерскиот прототип овозможува брза проверка на функционирањето на конструкцијата, како и нејзина доработка. Кај посложените конструкции составени од многу модули и делови, компјутерските прототипови не даваат секојпат доволно прецизни резултати за севкупна анализа на конструкцијата. Кај посложените конструкции (автомобил, авион) се изработуваат и проверуваат *реални прототипови* изработени во вистинска големина.

Во фазата на оценување на конструкцијата конструкторот ги *докомплиетира информациите за конструкцијата*, на пример, ги задава толеранциите, подготвува детална спецификација на сите составни делови и ја анализира цената на конструкцијата.

Последна фаза на процесот на конструирањето е *изработка на детална документација за конструкцијата*, во што спаѓа изработката на работилнички цртежи, извештаи и презентации.

1.2. Примена на компјутерите во процесот на конструирањето

Процесот на конструирање со помош на компјутери (Computer-Aided Design - CAD) е дел од процесот на конструирањето и ги опфаќа оние делови од процесот на конструирањето во кои компјутерот се применува како основна алатка за развој на конструкцијата. Програмите и компјутерската опрема кои се применуваат при развој на конструкцијата се нарекуваат *системи за конструирање со помош на компјутери* или *CAD системи*.

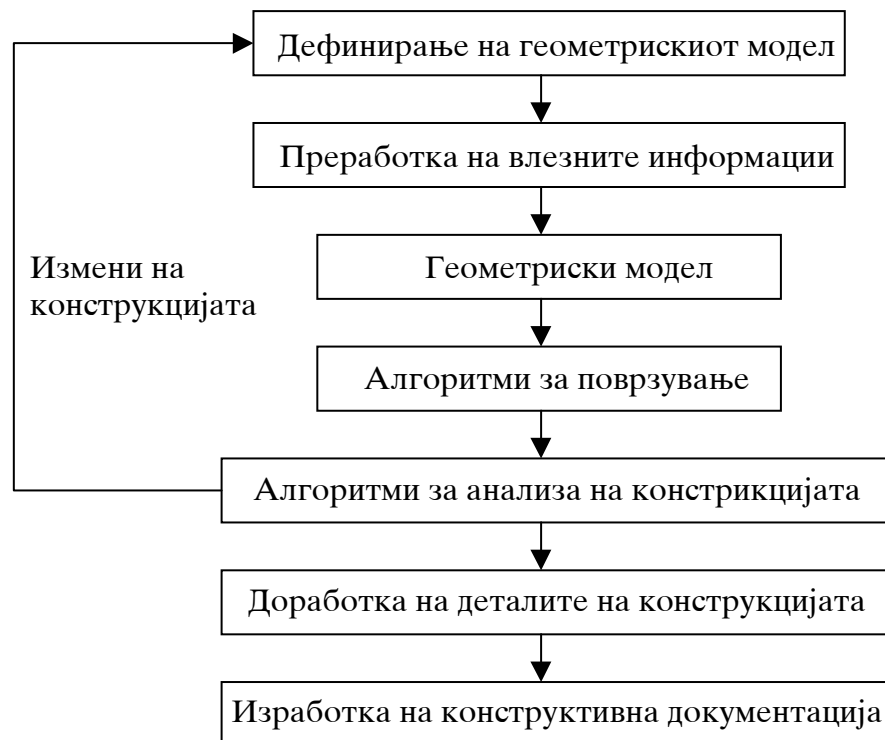
CAD системите бележат драматичен развој во последните 30 години. Најмодерните и најскапите CAD системи ги поседуваат големите авионски и автомобилски компании. Овие системи освен моќен хардвер поседуваат програми за примена во сите фази од процесот на конструирањето: изработката на концепт на конструкцијата, анализа и документирање, како и специјализирани програми наменети за развој на одреден вид производи. Најновите CAD системи се снабдени со програми за синтеза на конструктивни варијанти, моделирање, оптимирање и документирање на конструкцијата, како и за следење и оптимирање на целиот процес на конструирањето.

На пазарот се нудат мноштво *комерцијални CAD системи* со различна намена и цени. Цената на системите зависи од моќта на понудениот хардвер, како и од можностите и разновидноста на програмите од системот. Примената на комерцијалните CAD системи во процесот на конструирањето се одвива воглавно како на сл.1.2. Кога конструкторот има претстава за концептот на производот, тој започнува да го дефинира *геометрискиот модел* преку корисничкиот интерфејс на користениот програмски систем. Геометрискиот модел постојано се менува во текот на развојот на конструкцијата. Степенот на сложеноста на геометрискиот модел расте, од скица - до конструкција со сите детали. Геометрискиот модел може и да се прилагоди во други видови модели зависно од видот на анализата која треба да се изврши. На пример, за анализа на напоните и деформациите со примена на методот на конечни елементи е потребен подетален геометриски модел отколку за кинематска анализа на конструкцијата.

Најголемиот дел од влезните информации кај CAD системите се однесуваат на геометријата на склоповите, потсклоповите и деловите кои се

вградуваат во производот. CAD системите ги преработуваат влезните информации во валиден геометриски модел кој се претставува и помни во базата податоци. Поради тоа, јадрото на CAD системите го сочинуваат *геометрискиот моделер и графичките апликации*. Геометрискиот моделер е компјутерски програм кој овозможува формирање и прикажување на геометриските модели на деловите, структурирање на склоповите, трансформации на моделот во простор за подобра прегледност и вршење промени на моделот. Кон комерцијалните геометриски моделери обично се содржани неколку основни процедури за анализа на моделите како што се: пресметка на волуменот и инерцијалните својства на деловите и склоповите, анимирање на делови и склопови, проверка на задир помеѓу деловите, прикажување на моделот, изработка на работилнички и склопни цртежи и др.

Претходно наброените процедури ги користат податоците од геометрискиот модел и се важни за визуелно прикажување и документирање на конструкцијата, но вистинска придобивка од изработката на компјутерскиот модел (прототип) е можноста за *примена на софистицирани програми за анализа на конструкцијата, како и можноста во кусо време и со минимални трошоци да се проверат повеќе различни варијанти на конструкцијата*.



Сл. 1.2 Дел од процесот на конструирањето кој се реализира со помош на CAD систем

За анализа на компјутерскиот модел на конструкцијата се користат програми кои овозможуваат од базата податоци да се издвојат оние информации кои се потребни за извршување на соодветната анализа.

Важна алатка со која располага конструкторот при анализата на компјутерскиот модел на производот е *анализата по методот на конечни елементи*. Мрежата од конечни елементи се формира врз основа на

геометрискиот модел. Со помош на методот на конечни елементи најчесто се проверуваат напоните и деформациите на конструкцијата под работни оптоварувања. Исто така, може да се симулира пренос на топлина, однесување при повишени температури или повеќе својства заедно. Некои пакети за анализа по методот на конечни елементи имаат можности за одреден вид на оптимирање на обликот. На пример, по извршената анализа програмот може да предлага подобри мери или одлик на делот со цел да се добие порамномерна распределба на напоните.

Посебна група програми за анализа на конструкцијата се програмите за *динамичка анализа*, со кои може да се симулира динамичкото однесување на конструкцијата при работа. Така на пример, може да се проверуваат брзините, забрзувањата, придружувањето и инерцијалните сили кај механизмите или да се провери однесувањето на моделот на производот во различни режими на работа (дејство на сили со променлив интензитет, кочење, промена на насоката на движење, преминување на препреки и др.).

Анализата и оценката на конструкцијата обично резултираат во извршување на одредени промени на моделот се додека не се дојде до задоволителна конструкција. Кога геометрискиот модел на конструкцијата е целосно определен, започнува доработката на деталите на конструкцијата и изработка на детални работилнички цртежи. Современите компјутерски програми се снабдени со *бази на податоци за стандардни дејала на конструкцијата* (елементи за врска, стандардни делови и др.) со што едноставно се доработува и документира конструкцијата. *Сколовниите, монитажниите и работилничкиите цртежи се изработуваат автоматски* со избор на потребните погледи и со задавање на потребните пресечни рамнини. Притоа програмот ги користи геометриските информации од моделот.

Заедно со геометриските информации, во базата на податоци за конструкцијата се чуваат и низа негеометриски информации. Тука спаѓаат ознаки на делови, материјали, стандарди, информации за примитивите вградени во деловите, толеранции, квалитет на површини, поврзувања помеѓу деловите, степени на слобода за движење и др. Дел од овие информации влегуваат во состав на *асоцијативниите составници*.

На конструкторот му стојат на располагање и програми за *контрола на коректноста на зададениите геометриски толеранции*, како и за *анализа и синтеза на оптимални толеранции* според функцијата на склоповите.

Геометриските модели на деловите и склопот се користат како појдовна информација за низа процеси кои следат по процесот на конструирањето. Кон CAD системите обично се прудружени програми за *проектирање и симулација на процесите за изработка на деловите*.

Важноста на примената на CAD системите во конструирањето произлегува пред се од можноста за *интегрирање на повеќе инженерски функции*, што овозможува целосна анализа на конструкцијата, тимска работа, едноставна измена на информации и понатамошно усовршување на конструкцијата.

Дел од вештината на создавањето на CAD системите е да се најде начин на кој корисникот ќе може да има пристап до сложените геометриски процедури, без да се оптеретува со познавање на нивната содржина. Сепак, добро е корисникот да има општи сознанија за тоа како работи системот, со што ќе може да предвиди кои операции можат да се извршат со CAD системот и ќе може целосно да ги искористи неговите можности.

3. КАРАКТЕРИСТИКИ НА МОДЕЛИРАЊЕТО НА ЦВРСТИ ТЕЛА

3.1. Дефиниции

Геометриско моделирање претставува постапка при која се применува интерактивен компјутерски програм за опишување и претставување на геометријата на тела со различна димензионалност и сложеност.

Geometriski modeler e zaedni~ko ime za programskite paketi i kompјuterskata oprema namenata za kompјutersko pretstavuvawe na geometrijata na linii, povr{ini i tela.

Жичен модел е информациски модел со кој точно се прикажуваат рабови, контури и мрежи.

Површински модел е информациски модел кој овозможува геометриски точно претставување и сенчање на едноставни и сложени површини,

Модел на цврсто тело е информациски модел со кој целосно и точно се претставува геометријата и топологијата на цврстите тела.

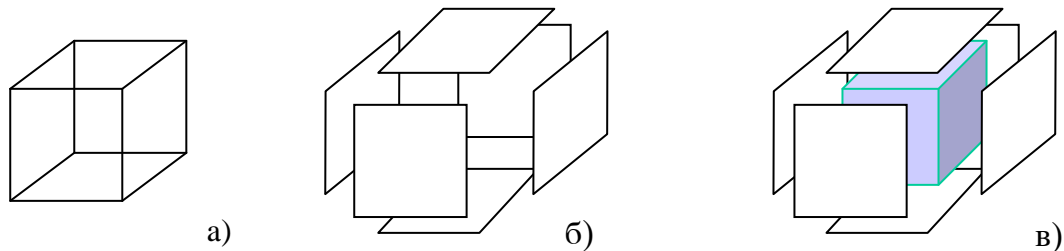
3.2. Општи карактеристики на моделирањето на цврсти тела

Основна карактеристика на техниката на **моделирање на цврсти тела** (solid modeling) е што овозможува да се зададат и манипулираат информации со кои точно и недвосмислено се претставува геометријата на просторните тела. Целосни геометриски информации за едно цврсто тело се тие кои што овозможуваат *класификација на точкиите од Евклидовиот тридимензионален простор во три групи: точки надвор од телото, точки внатре во телото и точки на површината од телото*. Ако програмата за моделирање овозможува ваква класификација, тогаш геометриските информации можат автоматски да се применат за многу инженерски потреби, како: проверка дали некои од моделираните тела навлегуваат едно во друго (задирање на деловите), пресметка на разни својства на телото (тежиште, моменти на инерција, волумен, маса), примена на методот на конечни елементи за одредување на напрегањата и деформациите под дејство на надворешни сили, автоматизација на проектирањето на постапките за изработка на деловите и монтажа на склоповите, подготовка на код за нумерички управувани алатни машини и др.

Со моделите на цврсти тела се претставуваат два вида на информации за телата: *геометриски* и *тополошки*, за разлика од жичените и површинските модели кои располагаат само со геометриски информации. Една површина во простор колку и да е сложена или убаво сенчана никогаш не треба да се помеша со тело сл.3.1. Моделерите на цврсти тела даваат целосна дефиниција на геометријата на три-димензионалните тела и се покомплетни од површинските модели. Моделите на цврсти тела полесно се дефинираат. На пример, кај моделите на цврсти тела продорите се одредуваат автоматски. Од друга страна, претставувањето на продор на два цилиндри претставени со жичен модел е можно само ако се одредат повеќе точки од пресекот и низ нив се повлече крива.

Моделерите на цврсти тела мора да имаат соодветна точност за да могаат да се применат за интеграција на разни конструктивни задачи. Иако за верме на првата фаза на процесот на конструирањето, кога се изработува концептот на производот, брзината и прецизноста не се од голема важност, тие својства стануваат многу важни кога треба да се применат алгоритми за анализа на моделот. Брзината на манипулација и точноста на моделерот на цврстите тела

директно зависи од *шемајта на претставување*, односно начинот на претставување на геометриските информации во базата податоци. Различните шеми за претставување на моделите на цврсти тела се дадени понатму во ова поглавие. Секоја од овие шеми има свои предности и недостатоци во зависност од нивната примена.

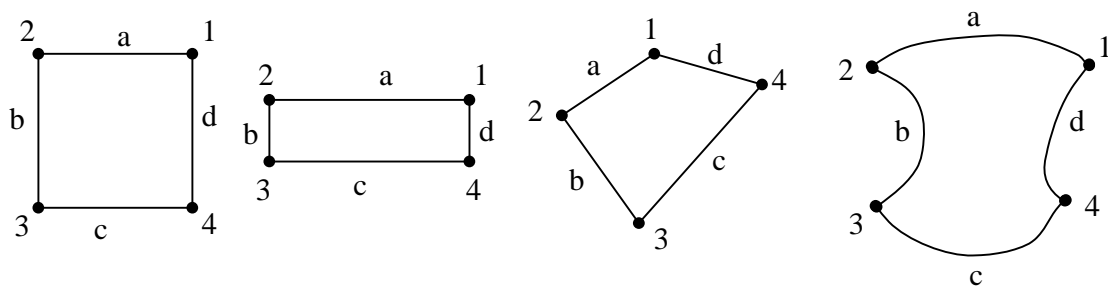


Сл.3.1. Жичен модел (а), Површински модел (б), модел на цврсто тело (в)

3.3. ТОПОЛОШКИ КАРАКТЕРИСТИКИ НА МОДЕЛИТЕ НА ЦВРСТИ ТЕЛА

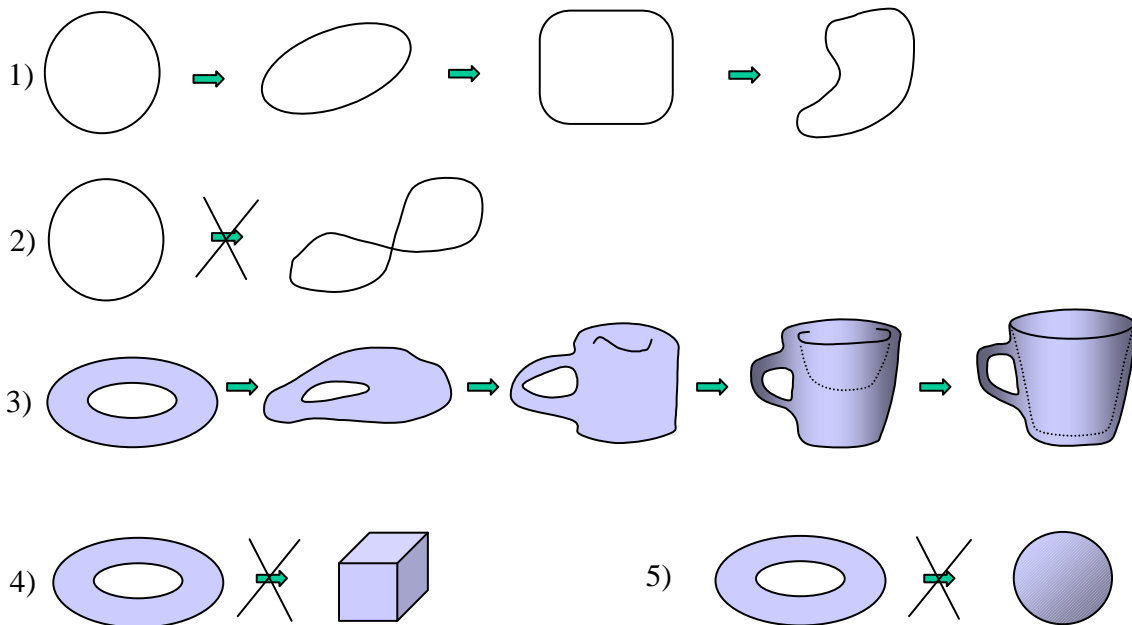
3.3.1. Поврзаност на елементите

Теоријата на моделирање на цврсти тела применува многу концепти од математичката гранка наречена топологија. Топологијата ги разгледува оние својства на објектите кои не се менуваат кога објектот се деформира. Топологијата ја разгледува *поврзаноста помеѓу елементите*. На сл.3.2 се прикажани четири фигури со иста топологија но различна геометрија. Сите фигури имаат четири темиња и четири раба кои се меѓусебно поврзани на ист начин.



Sl.3.2. Geometriski figuri so ednakva topologija, no razli-na geometrija

Topolo{kite transformacii ovozmo`uvaat promeni na objektot koi nema da gi razdvojat elementite koi bile povrzani, nitu }e povrzat ne{to {to prethodno ne bilo povrzano, odnosno strukturata i me}uvrskite na elementite остануваат исти. Svoјstvoto poradi koe topologijata останува иста (pri promena na geometrijata) se нарекува *homeomorfizam*. Na sl.3.3 se prika`ani nekolku transformacii pri koi topologijata na objektot останува иста (1, 3) i transformacii pri koi se menuva topologijata (2, 4, 5).



Sl. 3.3. Transformacii pri koi topologijata ostanuva ista 1) i 3) i transformacii pri koi se menuva topologijata 2), 4) i 5)

Topologijata sama po sebe ne e dovolna za definirewe na oblikot i goleminata na telata, no ima goleva primena pri proverka na validnosta na ovjektot koj se modelira.

Osnovni topološki elementi so koi se definira pretstavuvaweto na cvrstite tela se *teme*, *rab*, *zatvorena kontura*, *stranica*, *prooden otvor*, *jadro (luspa)* i *telo*. Kako {to e prethodno napomnato, topologijata go definira samo povrzuvaweto na sosednite elementi. Spored sl. 3.5, stranicata e ograničena so nadvoren na kontura koja e sostavena od niza nadovrzani rabovi. Stranicata se naoča obično na levata strana gledano vo nasoka na obikolka na konturata. Stranicata moče da ima i poveče vnatrečni konturi, dokolku na nea ima otvori. Rabot a e ograničen so dve temiwa. Rabot se naoča vo presek na dve stranici. So topologijata moče da se proverat i relacii kako na pr., vo presek na koi rabovi se naoča dadeno teme, moče da se proverat dali dva raba se sosedni, koi rabovi leat na dadena stranica i sl.

Osnovnite elementi so koi se definira *geometrijata* na edno telo se *površina*, *kriva* i *točka*. Taka, sekoja stranica (topološki element) leči na nekoja površina (geometriški element), geometrijata na sekoj rab e definirana so ravenka na kriva (ili prava), a na sekoje teme mu odgovara točka so točno odredeni koordinati.

<u>Topologija</u>		<u>Geometrija</u>
Stranica	—————→	Površina
Rab	—————→	Kriva
Teme	—————→	Točka

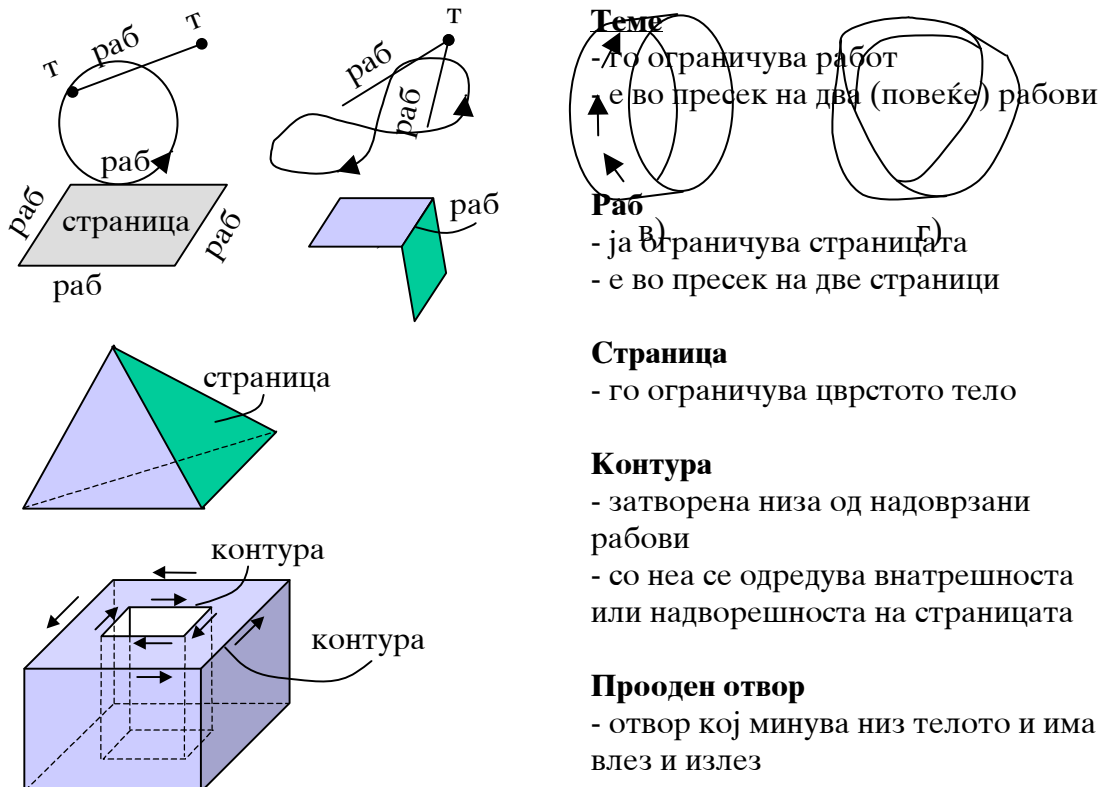
Sl. 3.4. Vrska pomeju geometriški i soodvetni topološki elementi

3.3.2. Orientabilnost na elementite

Na sl. 3.6 se pretstaveni krug i Jordanova kriva. Dokolku se dvičime vo edna nasoka po krugot, nadvoren niot del od ramninata ni e sekoga od desna strana, a vnatrečnosta na krugot e od levo. Pri dvičewe vo edna nasoka po Jordanovata kriva nadvoren niot del od ramninata ni e delumno od levo a delumno od desno, odnosno orientacijata e nejasna.

Slučajno morate da se sporedat cilindrična površina i Mobiusovata površina (sl. 3.6). Ako se naolame na vnatrešna strana od cilindrične površine i se dvi ime po nea, sekoga je ostaneme vnatre. Ova ne važi za Mobiusovata lentu, pa kaj nea ne može da se odredi kade e vnatre, a kade nadvor.

Geometrskite elementi i figuri koi se primenuvaat pri modeliraweto mora da bidat orientabilni, što znači deka kaj niv treba da se razlikuva nadvorešna strana i vnatrešna strana, kako što e toa slučaj kaj krugot (ramninska figura) i cilindarot (prostorna površina).



Sl.3.5. Primeri na odnosi помеѓу topološkite elementi

Sl.3.6. Krugot a) i cilindarot v) se orientabilni figuri, a kaj Jordanovata kriva b) i Mobiusovata površina g) ne može da se odredi vnatre i nadvor

3.3.3. Претставување на цврстите тела

Претставувањето на цврсти тела се засновува на сваќањето дека физичкиот објект го дели n-димензионалниот простор E^n во две области: внатрешност и надворешност, кои се раздвоени со обвивката на објектот. Според ова гледиште, моделот на цврстио тело за еден пример (објект) математички се дефинира како множество точки во тридимензионалниот Евклидов простор (E^3). Ако со vT се означи внатрешноста на телото а со oT неговата обвивка, тогаш моделот на цврсто тело T може да се дефинира како:

$$T = vT \cup oT \quad (1)$$

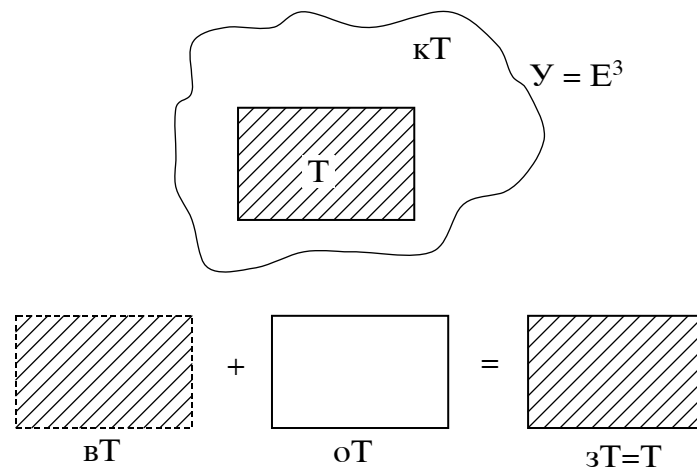
Надворешноста на телото, се дефинира како kT (комплемент на T) па според тоа севкупниот простор - универзумот U , може да се дефинира со унијата:

$$U = v\Gamma \cup o\Gamma \cup k\Gamma \quad (2)$$

Со дефиницијата на цврсто тело дадена во равенката 1 се дефинира и поимот *зафатен простор*, кој се однесува на внатрешноста на телото и обвивката која геометриски го ограничува телото.

$$\Gamma = z\Gamma \text{ odnosno } z\Gamma = v\Gamma \cup o\Gamma \quad (3)$$

На сл.3.7 геометриски се претставени овие поими. Жичените и површинските модели немаат геометриска зафатнина што претставува главна причина за нивната некомплетност и двосмисленост. Кај овие два модела објектот е претставен само со елементи од обвивката (кај жичениот модел само со рабовите, а кај површинскиот модел со рабовите и страниците).

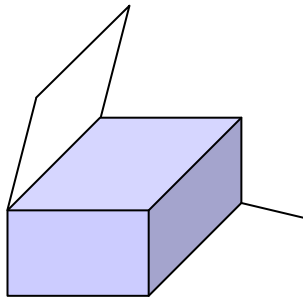


Sl.3.7. Definicija na cvrsto telo i zafaten prostor

Математичките особини на моделите на цврсти тела се следните:

1. *Цврстина*. Ова значи дека обликот на моделот на цврсто тело не се менува и не зависи од положбата и ориентацијата на моделот во простор.
2. *Хомогена тридимензионалност*. Обвивката на моделот на цврсто тело мора да е во допир со внатрешноста. Не се дозволени изолирани делови од обвивка со помала димензионалност кои висат во просторот. На сл. 3.8 се прикажани страница и раб кои не се во допир со внатрешноста на призмата, па не можат да бидат дел од моделот на цврсто тело.
3. *Конечност и конечно претставување*. Првиот термин означува дека големината на претставеното тело мора да биде конечна. Вториот термин означува дека информациите за телото мора да се во конечен број за да може истите да се претстават на компјутер, кој секогаш има ограничена меморија. Важноста на второто својство може да се согледа од следниот пример. Еден цилиндар кој има конечен радијус и висина не може да биде претставен со неограничен број на рамни фасети (рамни површини со кои се апроксимира цилиндричната површина), бидејќи тоа е неостварливо на компјутер.

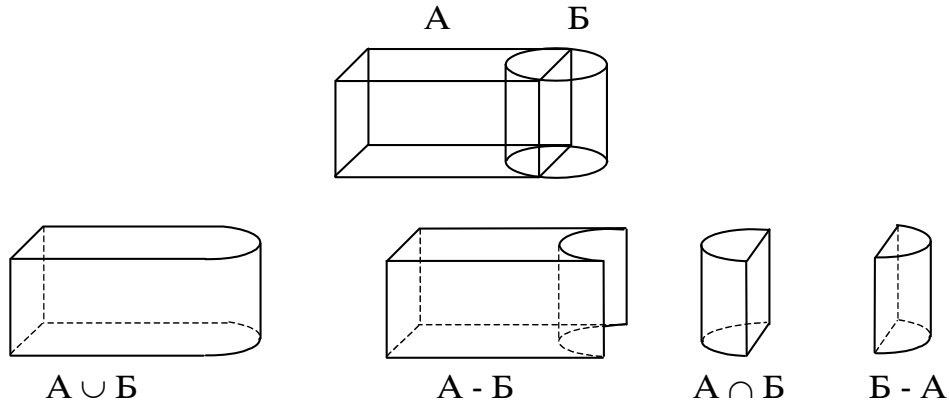
4. *Регуларизирани Булови операции.* Со ваквите операции се овозможува да се добие коректен модел на цврсто тело по извршување на Буловите операции (унија, пресек и разлика) со кои се формираат нови тела.



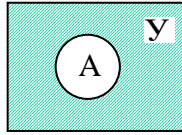
Sl.3.8. Telo so geometriski elementi so pomala dimenzionalnost (izolirana stranica i rab) koi ne mo`at da bidat del od modelot na cvrsto telo

3.3.4 Регуларизирани операции со множества

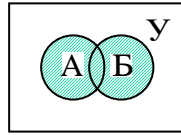
Poslo`enite tela mo`at efektivno da se modeliraat so kombinirawe na ednostavni preddefinirani tela (prizma, cilindar, konus, topka) koi se narekuvaat *primitivi*. Na sl. 3.9 se pretstaveni prizma i cilindar koi se kombinirani so pomo{ na Bulovite operacii unija, presek i razlika, pri {to se dobieni novi tela. Celosnata lista na Bulovite operacii so mno`estva e prika`ana na sl.3.10 so pomo{ na Venovi dijagrami.



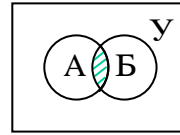
Sl. 3.9. Bulovi operacii so prizma A i cilindar B



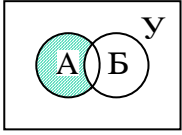
а)Комплемент (κA)



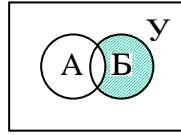
б)Унија ($A \cup B$)



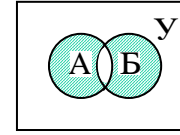
в)Пресек ($A \cap B$)



г)Разлика ($A - B$)



д)Разлика ($B - A$)



ѓ)Исклучна унија ($A \underline{\cup} B$)

Sl.3.10. Venovi dijagrami za množestva A i B (U-univerzum)

При геометриското моделирање, операцијата комплемент обично се изоставува бидејќи може да доведе до формирање на некоректна геометрија (бескрајно тело). Некоректна геометрија може да се добие и при примена на операциите унија, пресек и разлика, ако не се примени *регуларизација*. Некоректноста се состои во добивање на тела со мешана димензионалност (содржат 1, 2 и три димензионални елементи).

Регуларно множеството е геометриски затворено множество кое има обвивка и внатрешност, така што секоја точка од обвивката е во дојир со некоја точка од внатрешноста. Буловите операции мораат да бидат регуларизирани за да се осигури дека нивниот резултат ќе биде регуларно цврсто тело. Регуларизираните операции со множества ја запазуваат хомогеноста и тридимензионалноста на цврстите тела, што значи дека ако се комбинираат две цврсти тела резултатот секогаш ќе биде цврсто тело.

3.3.5. Ојлерови равенки

Проврката на валидноста на моделите на цврсти тела не е воопшто едноставна. Валидни цврсти тела се тие што ги задоволуваат Ојлеровите равенки. Овој услов е неопходен но не и доволен за проверка на валидноста на цврстите тела.

Ојлеровата равенка за тела без отвори (тела кои се хомеоморфни со сфера) гласи:

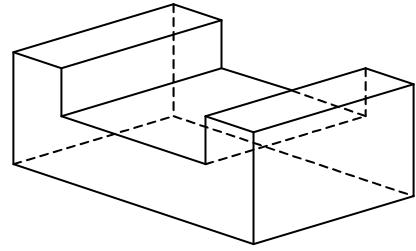
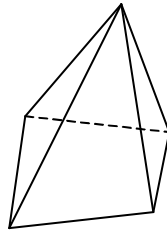
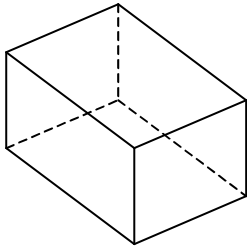
$$V - E + F - 2S = 0$$

каде се: V е број на темиња, E е број на рабови, F е број на страници, S е број на независни јадра. На сл. 3.11 претходната равенката е илустрирана за квадар или други рабести тела без отвори.

Равенката дадена подолу е позната како *Ојлер-Пуанкарова равенка* и се однесува на проверка на тополошката валидност на општо тело:

$$V - E + 2F - L - 2(S - H) = 0$$

каде се V е број на темиња, E е број на рабови, F е број на страници, L е број на контури, H е број на проодни отвори и S е број на јадра (сл. 3.12).



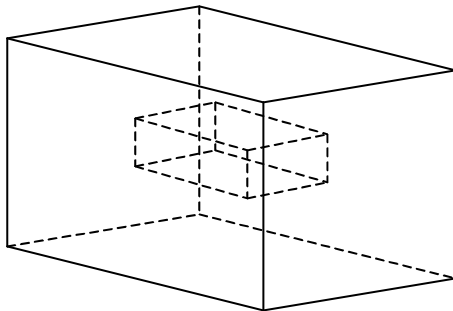
a)

b)

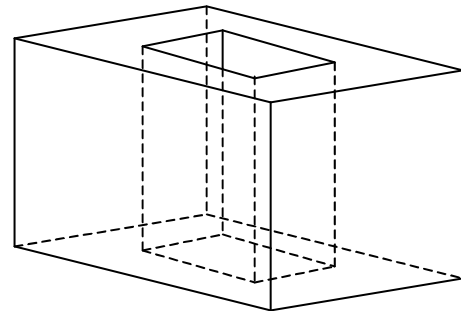
v)

тела	темиња V	рабови E	страници F	јадра S	$V-E+F-2S$
a)	8	12	6	1	0
б)	5	8	5	1	0
в)	16	24	10	1	0

Sl.3.11. Tela homeomorfni so sfera



a)



б)

	темиња V	рабови E	страници F	контури L	јадра S	проодни отвори H	$V-E+2F-L-2(S-H)$
a)	16	24	12	12	2	0	0
б)	16	24	10	12	1	1	0

Sl.3.12. Telo so vnatre{na {uplina koja pretstavuva novo jado (a) i telo so prooden otvor (b)

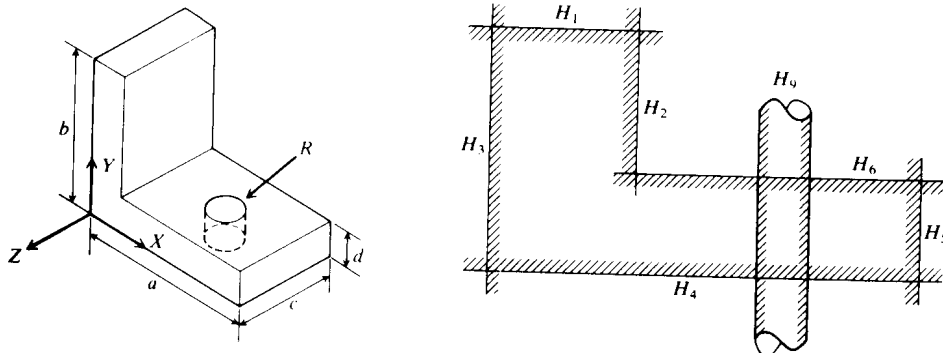
3.4. ШЕМИ ЗА ПРЕТСТАВУВАЊЕ НА МОДЕЛИ НА ЦВРСТИ ТЕЛА

Развиени се девет различни шеми за формирање и претставување на моделите на цврсти тела, а тоа се: полупросторите, претставување со обвивка, со градбени примитиви, со помест (придвижување), аналитичко моделирање, поделба на ќелии, пребројување на зафатен простор, со осмини коцка, со тела како примитиви. Секоја од овие шеми има свои предности и недостатоци. При формирање на моделиите на цврсти тела најчесто се применуваат методите на градбени примитиви и моделирањето со помест. За претставување на моделиите на цврсти тела во базата податоци најчесто се применува претставувањето со обвивка.

3.4.1. Полупростори

Претставувањето со полупростори е наједноставната шема за претставување на цврсти тела. Полупросторите се неограничени геометриски елементи (ориентабилни површини), и секој од нив го дели просторот на два дела при што од едната страна е материјалот, а од другата страна е празен простор. Со комбинирање на полупросторите може да се добијат најразлични тела (сл.3.13).

Најчесто применувани полупростори се: рамнински, цилиндричен, сферен, конусен и торусен полупростор. Регуларното множество на точки за овие полупростори е дадено со неравенства, кои одговараат на равенката на соодветната површина. Точките (x, y, z) што ги задоволуваат овие неравенства се на страната на материјалниот дел од полупросторот.



рамнински полупростор:

$$H = \{(x, y, z): z < 0\}$$

цилиндричен полупростор:

$$H = \{(x, y, z): x^2 + y^2 < R^2\}$$

сферен полупростор:

$$H = \{(x, y, z): x^2 + y^2 + z^2 < R^2\}$$

конусен полупростор:

$$H = \{(x, y, z): x^2 + y^2 < [(\tan \alpha/2)z]^2\}$$

торусен полупростор:

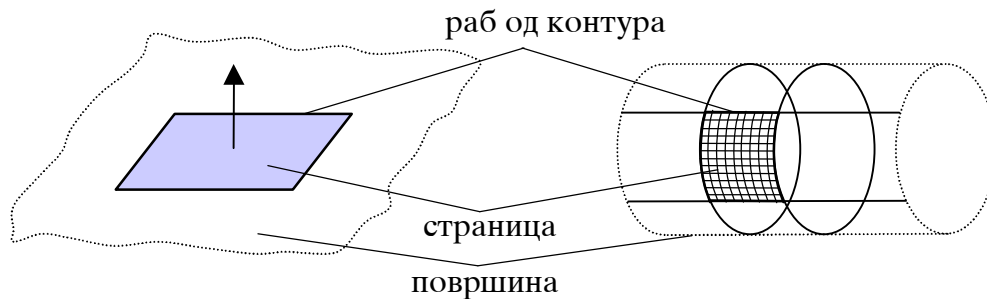
$$H = \{(x, y, z): (x^2 + y^2 + z^2 - R_2^2 - R_1^2)^2 < 4R_2^2 (R_1^2 - z^2)\}$$

Сл.3.13. Претставување на цврсто тело со полупростори

Шемата за претставување на цврсти тела со помош на полупростори е доста концизна, но има два недостатока. Ако корисникот е невнимателен при оградувањето на објектот со полупростори, може да се добијат неограничени (бескрајни) тела. Во таков случај се добиваат погрешни слики на екранот, а апликации како на пример пресметка на волуменот ќе предизвикаат пад на системот. Друг недостаток на оваа шема е што за нови корисници е тешка за разбирање. Затоа оваа шема денес се применува само кај некои моделери кои се наменети пред се за истражувања.

3.4.2. Претставување со обвивка

Претставувањето со обвивка (*Boundary representation, B-rep*) е една од најпопуларните шеми за претставување на цврсти тела. Моделот со обвивка се дефинира преку страниците кои го ограничуваат телото. *Страниците се ограничени делови од површини* сл. 3.14б. Кај нив се разликуваат две страни надворешна и внатрешна, односно тие се ориентабилни. Позитивната насока на нормалата на површината е насочена кон надвор, а материјалот (внатрешноста) е на спротивната страна од нормалата. Внатрешноста на страницата е на левата страна при обиколка на контурата. Секој раб е ограничен со темиња. За разлика од претставувањето со полупростори, овде одделно се помни равенката и нормалата на површината, бидејќи нормалата често пати е потребна за разни апликации, како на пр. сенчањето. Секоја страница е ограничена со затворена низа од надоврзани рабови, кои не се пресекуваат меѓу себе.



Сл. 3.14. Страница и површина

Цврстите тела се претставуваат во базата податоци со нивната тополошка структура и со придружениите геометриски информации. Општата структура на тополошките и геометриските податоци за претставувањето со обвивка е прикажана на сл. 3.15.

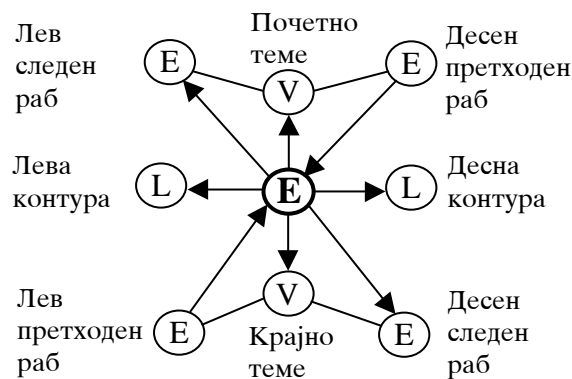
Топологија	Геометрија
Тело	
Јадро	
Луска (прооден отвор)	
Страница	Површина
Контура	
Раб	Крива
Теме	Точка

Сл.3.15. Општата структура на податоците за претставувањето со обвивка

Претставувањето со обвивка е застапено кај сите понови комерцијални CAD системи. Популарноста на овој вид претставување се должи на

единственоста и брзата достапност на информациите. Под *единственост* се подразбира дека едно тело може да биде претставено само на еден начин, со иста топологија и геометрија. Брзата достапност на информациите е постигната со извесно дуплирање на податоци, па ова претставување зафаќа повеќе простор во базата податоци од другите видови претставувања (со градбени примитиви, со полупростори). Да потсетиме дека за претставување на тело со полупростори се доволни само равенките на површините, но бидејќи рабовите и темињата не се дадени, тие мораат повторно да се пресметуваат при секоја промена и прикажување на телото, како и при повеќето апликации базирани на моделот.

Од аспект на брзината и едноставноста на пристапот кон податоците како најпогодна се покажала структурата наречена *крилесен раб* (3.16), која се применува како основа за претставување на моделот со обвивка во базата податоци кај повеќето современи модели на цврсти тела. Во оваа структура експлицитно се дадени повеќето поврзувања помеѓу тополошките елементи како на сл.3.15 и 3.16, што ја прави многу погодна за апликациите кои го користат моделот на цврсто тело. Карактеристично за оваа структура е што работ има покажувачи преку кои лесно се пристапува кон двете контури (страници) кои се сечат во работ. Исто така, работ има покажувачи кон своето почетно и крајно теме.



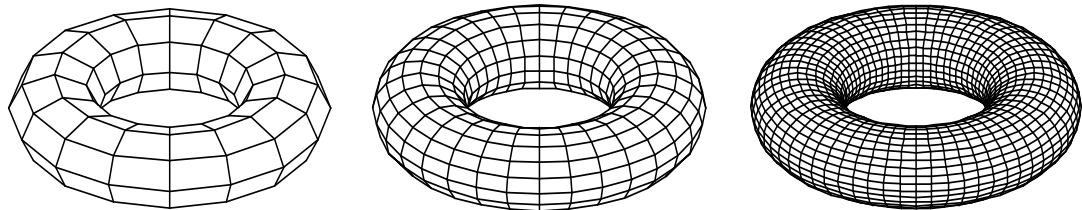
Сл.3.16. Структурата на крилесен раб која се применува за претставување на модели на цврсто тело во базираните податоци

Пакетот од програми за солид моделирање **ACIS**, кој е напишан во објект-ориентиран програмски јазик и е вграден во повеќето познати CAD системи, како ProEngineer, I-DEAS, Autodesk Inventor и други, за претставување на цврстите тела применува структура слична на крилестиот раб. Кај ACIS работ е придружен со два ко-раба идентични со него, кои припаѓаат на две контури, со што работ индиректно е член на двете контури. За секој од тополошките елементи и за целото цврсто тело, кај ACIS се помнат најмалите квадри во кои може да се смести секој геометриски елемент. Овие квадари се применуваат при многу графички функции и апликациски алгоритми, како што е на пр. избирање на геометриски елементи преку екранот, одредување видливост, проверка на интерференција и многу други.

Со моделот со обвивка можат полесно да се претстават тела со сложени површини, отколку со примена на градбени примитиви. Моделите со обвивка едноставно се трансформираат во површински или жичен модел. Недостаток на

претставувањето со обвивка е што моделите зафаќаат доста меморија, затоа што се помнат сите елементи на обвивката. За разлика од него, моделот со градбени примитиви полесно се гради и прикажува, но со него потешко се дефинираат сложени облици и површини.

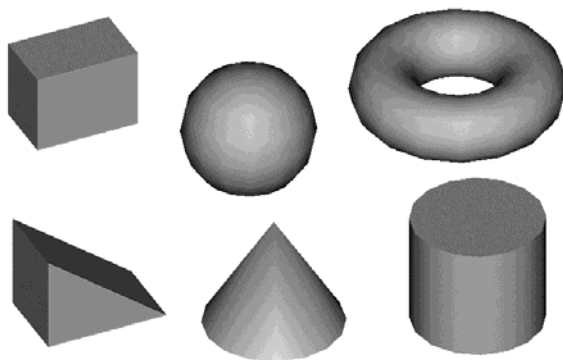
Прикажувањето на цврстите тела на екранот може да биде како: жичен модел, со фасети и мазно сенчено. Фасетите се рамни делови од површина со кои се апроксимираат закривените површини заради побрзо прикажување и сенчање при прикажување на екранот. На сл. 3.17 е прикажан торус апроксимиран со фасети со различна големина. Фасетите не се страници од телото, туку само еден начин за прикажување.



Сл.3.17. Прикажување на торус со фасети

3.4.3. Претставување со градбени примитиви

Еден од начините за ефективно моделирање на геометријата на цврсти тела е со примена на едноставни однапред дефинирани тела, односно *градбени примитиви*. Примитивите се комбинираат со помош на Буловиите операции (унија, пресек, разлика) за да се добијат посложени тела. Најчесто застапени примитиви се квадар, цилиндар, конус, сфера и торус (сл. 3.18). Овие примитиви се ограничени со природните квадрики: рамнина, цилиндар, конус и сфера. Машинските делови обично се ограничени со вакви површини, кои се изработуваат со вообичаените машински процеси. Освен тоа, концептот на моделирањето со градбени примитиви е близок до начинот на размислувањето на конструкторот и технологот кој ја проектира постапката на изработка на делот. Поради тоа, овој начин на моделирање има големо значење за автоматизација на процесите на конструирањето и проектирањето на изработката на деловите.



Сл.3.18 Градбени примитиви

Градбените примитиви се цврсти тела. При одбирање на примитив треба да се зададат *негоновиџе димензии, неговаџа џоложба и неговаџа ориенџација*. Кога примитивот е поставен во потребната положба во однос на телото, се задава соодветна Булова операција со што се формира посложено тело (сл. 3.19). Бидејќи преддефинираните примитиви се валидни цврсти тела, при нивна комбинација секогаш се добива валидно цврсто тело, со што е загарантирана коректноста на формираните модели. Во базата податоци се помнат зададените параметри на примитивите, трансформациите (транслација, ротација) со кои примитивите се поставени во потребната положба и Буловите операции. Геометријата на страниците, рабовите и темињата не се помни во базата податоци, но може да се пресмета со алгоритми за одредување на обвивката.

Моделите со градбени примитиви се недвосмислени, но *не се единствени*. Едно исто тело може да се формира на повеќе начини. На примерот на сл. 3.19 се прикажани два начина на формирање на исто тело. Во првиот случај, се здружуваат два блока со опреацијата унија, а потоа се одзема цилиндар за да се добие отвор. Во вториот случај од поголемиот блок се отстранува помалиот блок со операцијата разлика, а потоа се одзема цилиндар за да се формира отворот. Постојат уште начини за формирање на истото тело.

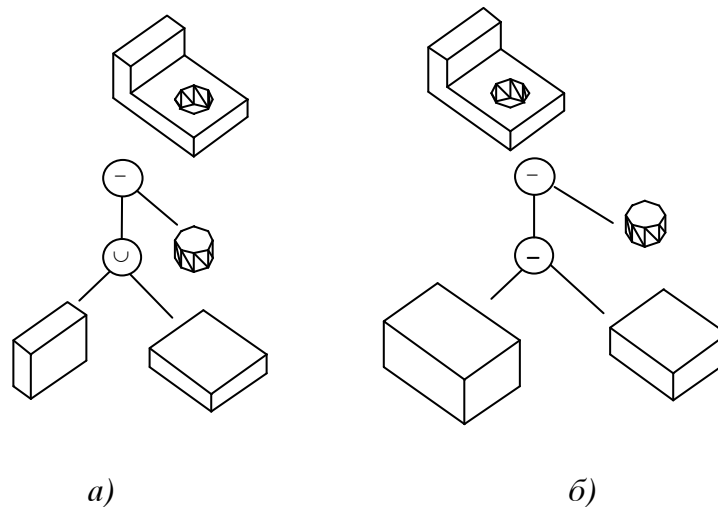
За разлика од претставувањето со обвивка за кое е карактеристична структурата крилест раб, за претставувањето со градбени примитиви се применуваат *џрафови и бинарни дрва*. Телото на сл. 3.19 е формирано од квадри и цилиндар. Начините на формирање на ова тело, се претставени преку *бинарно дрво*. Надворешните јазли (листовите) на ова тело се градбени примитиви, а внатрешните јазли се регуларизирани Булови операции (унуја, разлика, пресек). Информациите за формираното цврсто тело се претставени многу компактно со бинарното дрво. Ако цврстото тело е формирано со примена на n примитиви, тогаш се користени $n-1$ операции, па вкупниот број на јазли е $2n-1$. Важно својство на претставувањето со градбени примитиви е што се помни и *начиноџ на кој било формирано џелото*. Ова својство овозможува поедноставо вршење промени на моделот отколку кај претставувањето со обвивка.

Примитивите се претставуваат во базата податоци со два вида геометриски информации: *конфигурацискиџе џарамеџри и џарамеџриџе на џоложбаџа*. На пр. конфигурациски параметри за квадар се: должина, ширина и висина, а параметрите на положбата се задаваат во однос на координатен систем (глобален или локален) како должина на транслација и агол на ротација. При внесување на параметрите се проверува нивната валидност, на пр. должината на квадарот мора да е поголема од 0 и помала од бескрајност; аголот на конусот треба да е поголем од 0° и помал од 90° и сл. Врз основа на конфигурациските параметри се формира примерок на одбраниот примитив со помош на однапред дефинирани равенки на површини во кои едноставно се заменуваат вредностите на зададените параметри. На пр. за квадар однапред се дадени шест равенки на полупростори, преку кои се дефинира геометријата на страниците на квадарот.

Недостаток на овој вид претставување е потребата од многу геометриски пресметки. Претставувањето на телото со граф од градбени примитиви и булови операции е многу концизно, но споро зошто при секоја промена треба повторно да се пресмета целокупната геометрија на телото. Најмногу геометриски пресметки се потребни при одредување на пресечните криви на површините, кои мора повторно да се пресметаат при секоја промена и прикажување на моделот. Поради тоа, ретко се применува само претставување со градбени примитиви, туку кај повеќето моделери се помнат дополнително и сите тополошки и геометриски

елементи како кај претставувањето со обвивка. Во ваков случај одредувањето на пресечните криви и темињата се врши само локално односно само за регионот каде е вграден нов примитив, а не за сите рабови и темиња на телото. Ваквите модели се всушност *хибридни*, односно ги помнат во исто време информациите карактеристични за претставувањето со градбени примитиви и за претставувањето со обвивка.

Моделирањето со градбени примитиви е многу моќна шема за формирање на цврсти тела. Поради едноставноста за корисникот, формирањето на сложени цврсти тела со комбинирање на примитиви со регуларизирани Булови операции е застапено кај скоро сите моделири. Сепак, главен недотаток на оваа шема е што не можат да се претстават сложени просторни површини, па затоа таа се интегрира со шемата за претставување со обвивка.



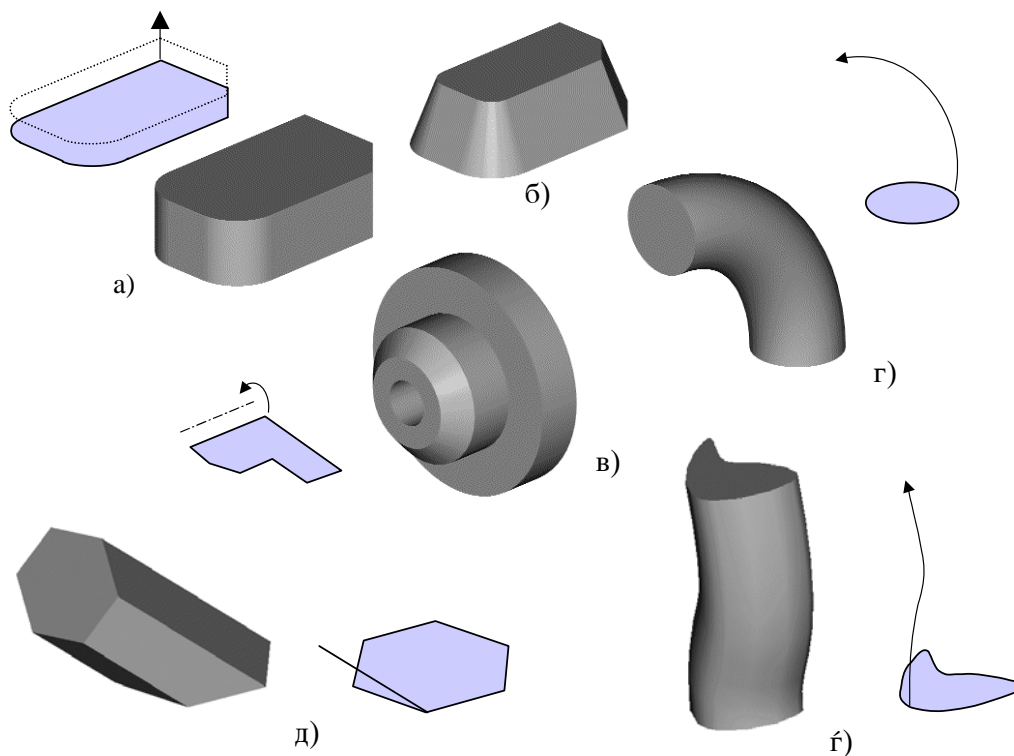
Сл.3.19. Едно исто тело може да се дефинира како комбинација од различни градбени примитиви и различни операции

3.4.4. Моделирање со помест

Моделирањето со помест е многу корисна техника за формирање на модели на цврсти тела за *двоипол-димензионални објекти*. Во класата на двоипол-димензионалните објекти спаѓаат тела со еднаква дебелина во една насока и ротационите (осносиметрични) тела. Телата со еднаква дебелина се формираат кога дво-димензионална страница се поместуваат долж дадена праволиниска траекторија (сл. 3.20а). Ротационите тела се дефинираат со ротирање на рамнинска затворена контура околу оска (сл.3.20б). Овој метод на моделирање се применува заедно со другите методи во повеќето комерцијални CAD системи. Телата формирани со помест во базата податоци се претставуваат со обвивка, која системот сам ја пресметува за новоформираното тело.

Според видот на траекторијата на поместот се разликуваат праволиниски, кружен, криволиниски (сл.3.20г) и комбиниран помест. Кај некои системи контурата може да се зголемува или намалува при поместувањето, со што можат да се дефинираат тела кои личат на пресечен конус или пирамида (сл.3.30в).

Моделирањето со помест, освен при моделирање на цврсти тела, се применува и кај различни инженерски апликации, како што се: симулацијата на процесите на обработка со симнување струшка, проверка дали доаѓа до судир на алатот со обработуваното парче при обработка или монтажа и др.



Сл. 3.20. Видови шела кои можат да се моделираат со NURBS

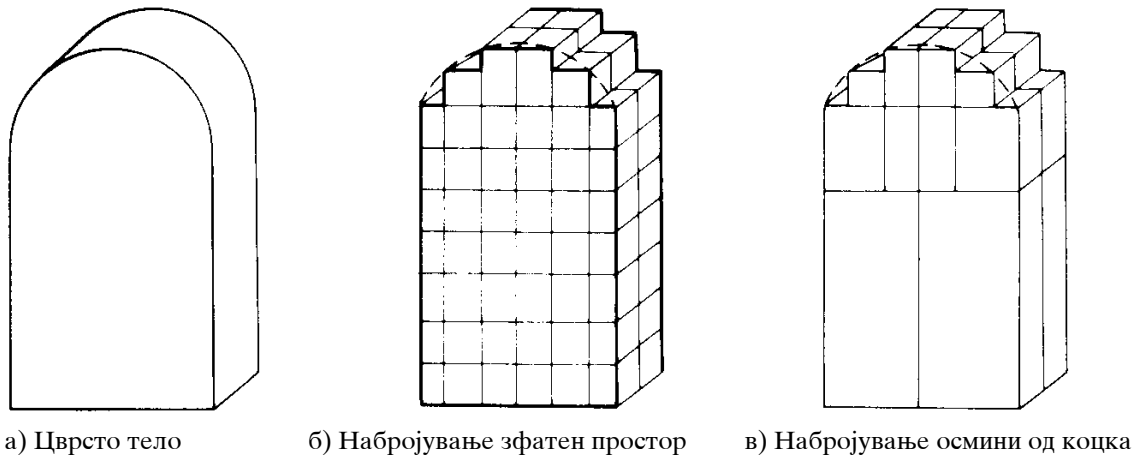
3.4.5. Други начини на претставување на цврсти тела

Освен претходните претставувања на цврсти тела, постојат и други начини кои се помалку популарни, пред сè затоа што нивниот домен на моделирање е ограничен или затоа што не можат да се применат за одредни апликации. Овие претставувања се следните: однапред дефинирани тела, поделба на ќелии, набројување на зафатен простор и набројување на осмини од коцка.

Однапред дефинирани шела (англ. primitive instancing) се применуваат за претставување на фамилии од слични делови. Деловите кои имаат слична топологија и геометрија може да се групираат во фамилија која е претставена со едно најсложено тело. Секој дел од фамилијата понатаму се смета за примерок кој се добива од најсложеното тело со задавање на одредени вредности на неговите параметри. Оваа постапка е многу брза и едноставна и е особено погодна за претставување на стандардни делови. Меѓутоа, главен недостаток на оваа шема за претставување е ограничениот домен на различни тела кои може да се претстават, освен ако имаме огромен број на различни примитивни тела. Бидејќи претставувањето се разликува за секое предефинирано тело, не можат да се применат универзални алгоритми за анализа на својствата на моделираните тела.

При претставувањето со *поделба на ќелии*, цврстото тело се претставува како збир од ќелии кои ако се залепат една до друга ќе го формираат тоа тело. Овој начин на претставување има само историско значење, поради неговата примена во анализата по метод на конечни елементи и како претходница на аналитичкото моделирање.

При претставувањето со *набројување на зафатен простор* (англ. spatial enumeration), целиот простор е поделен на мали ќелии во облик на коцки со иста големина (англ. voxel), а телото се претставува како збир од зафатените коцки од просторот (сл.3.21б). Колку се помали коцките, толку попрецизно е претставено телото. Со оваа шема едноставно се проверува валидноста на телата, но се зафаќа многу меморија и шемата не е погодна за прецизно претставување на површини кои можат математички да се дефинираат.



Сл. 3.21 Шема за претставување на просторот кој го зафаќа цврстиото тело

Шемата за претставување на цврсти тела со *набројување на осмини од коцка* (англ. octree encoding) е слична со претходната но е поекономична во смисол на претставувањето во базата податоци. Телото рекурзивно се дели во се помали и помали коцки онаму каде тоа е потребно (сл.3.21в). Постапката започнува така што целото тело е внатре во една коцка, која се дели на 8 помали коцки. Ако низ некоја коцка поминува контурата на телото, таа коцка се дели понатаму на осум помали коцки и оваа постапка се повторува се додека не се дојде до најмалите коцки со кои е одредена прецизноста на претставувањето. Коцките кои се целосно внатре или целосно надвор од телото не се делат понатаму. И ова претставување ги има сличните предности и недостатоци како претставувањето со набројување на зафатен простор.

3.4.7. Класификација на шемите за претставување на цврсти тела

Шемите за претставување на цврстите тела можат да се класифицираат според неколку важни својства. Својствата на шемите за претставување на цврсти тела со кои се определува нивната применливост во геометриското моделирање се:

1. **Домен.** Доменот на шемата за претставување ја претставува класата на објектите кои можат да се претстават со шемата. Најширок домен на претставување има претставувањето со обвивка. Моделот со градбени примитиви е погоден за тела со нешто поедноствена геометрија. Со моделите со зафаќање простор можат да се претстават секакви облици, но претставувањето е приближно, што не одговара за инженерските апликации.

2. **Валидност.** Валидноста на една шема за претставување е одредена со опсегот на валидни модели кои можат да се изработат со неа. Ако со шемата се изработи погрешен модел, апликациите кои ја користат таа шема ќе предизвикаат паѓање на системот. Валидноста на шемата се запазува на три начина: преку проверка на базата на податоци, примена на алгоритми кои ја проверуваат коректноста на моделот при негоното формирање, или преку дефинирање на елементи (примитиви) чија понатамошна примена гарантира валидност на шемата. Невалидни тела можат да се добијат при моделирањето со полупростори, како на пример, бескрајни тела. Бескрајни тела можат да се дефинираат математички но такви тела не постојат во физичкиот домен.
3. **Комплетност и недвосмисленост.** Ова својство ја одредува погодноста на шемата за поддршка на различни инженерски апликации. Комплетните шеми треба да обезбедуваат формирање на модели кои содржат доволно информации за со нив да се изведат било кои геометриски проверки. Сите модели на цврсти тела се недвосмислени. Ова не се однесува на жичените и површинските модели, каде еден модел често може да се толкува на различни начини.
4. **Единственост.** Ова својство е корисно за определување на еднаквост на објектите. Ова својство не се проверува многу често во геометријата, бидејќи тешко се изработуваат алгоритми за проверка на еднаквост на објектите, а доколку ги има, тие одземаат доста компјутерско време. Единственоста тешко може (или неможе) да се одреди за моделите претставени со градбени примитиви, каде еден ист модел може да се изработи и претстави на многу начини. Моделите претставени со обвивка се единствени.

Шемите за претставување имаат и други својства како што се концизноста, едноставноста на формирањето, ефективност во однос на апликациите. *Концизниите шеми* за претставување формираат компактни податоци, со незнатно повторување на податоците, едноставно се меморираат и пренесуваат од систем на систем. Мало повторување на некои податоците при нивното претставување во базата може да заштеди доста време за апликациските алгоритми. *Едноставноста на формирањето* е важно својство за корисникот. Повеќето комерцијални моделери применуваат моделирање со примитиви кое е наједноставно за корисникот. *За претставување и размена на модели на цврстите тела најмногу се применува претставувањето со обвивка, кое е стандардно и ефективно за користење кај апликациските алгоритми.* Претставувањето на телата само по себе би било бескорисно, ако моделеот не се применува понатаму за различни апликации.

Комерцијалните моделери најчесто користат при својата работа комбинација од трите најпопуларни шеми: претставување со обвивка, со градбени примитиви и со помест. Ваквите моделери се нарекуваат **хибридни моделери**. За формирање на моделот обично се користат градбени примитиви или помест на рамнински контури. Овие претставувања се преработуваат внатрешно во претставување со обвивка (обратаната конверзија не е можна). Моделерите овозможуваат исто така преработка на моделите на цврсти тела во жичени модели, и во површински модели. Површинските модели може да се претворат назад во цврсто тело, ако телото е конечно.